

宮崎大学大学院

博士学位論文

高精度と高速性を両立する人体内静電界解析の実現

令和4年3月

宮崎大学大学院農学工学総合研究科

物質・情報工学専攻

野村 政宗

目次

第1章 緒言	3
1-1 電磁環境における人体の影響	4
1-2 数値人体モデルを用いた様々な数値解析手法	7
1-2-1 低周波帯域（磁界による誘導電流）で用いられる数値解析手法	7
1-2-2 高周波帯域（電磁界による）で用いられる数値解析手法	8
1-3 数値人体モデルを用いた電磁環境下における曝露数値解析の問題点	9
1-4 本論文の構成	15
第2章 数値人体モデルに対する幾何マルチグリッド法の有効性	19
2-1 数値人体モデルの詳細	20
2-2 解くべき支配方程式	22
2-3 SPFD法	24
2-4 計算実験 I（前処理付き CG法）	25
2-4-1 計算結果	26
2-5 幾何マルチグリッド法	28
2-5-1 粗い格子の作成手順	29
2-5-2 補間演算手法	30
2-5-3 マルチカラーオーダリング	31
2-6 計算実験 II（幾何マルチグリッド法）	32
2-6-1 計算結果	32
2-7 本研究の着想背景	34
第3章 マーチングキューブ法	36
3-1 マーチングキューブ法の詳細	37
3-2 ボクセルベースの球体モデルへのマーチングキューブ法の適用・検証	41
3-2-1 計算実験	42
3-2-2 計算結果	43
3-3 3種境界条件の処理 ～拡張マーチングキューブ法の適用～	46
3-3-1 数値人体モデルに対する拡張マーチングキューブ法の適用	48
第4章 ラプラシアンスムージング	50
4-1 ラプラシアンスムージング	51
4-2 マーチングキューブ法のスムージングモデルでのラプラシアンスムージングの適用	

検証	56
4-2-1 計算実験	57
4-2-2 計算結果	58
第5章 混合要素を用いる有限要素解析	62
5-1 手法の概要	63
5-2 幾何マルチグリッドソルバの細分化と並列化機能	64
5-2-1 幾何マルチグリッドソルバの細分化機能	64
5-2-2 幾何マルチグリッドソルバの並列化機能	68
第6章 数値実験	71
6-1 数値人体モデルの一部を用いた静電界解析	72
6-1-1 計算条件	72
6-1-2 静電界解析の可視化結果	75
6-1-3 静電界解析の計算結果	80
6-2 数値人体モデル全体を用いた静電界解析	89
6-2-1 静電界解析の可視化結果	91
6-2-2 静電界解析の計算結果	96
6-3 数値結果のまとめ	99
第7章 まとめと考察	101
謝辞	105
研究業績	106

第 1 章 緒言

1-1 電磁環境における人体の影響

昨今の現代社会において、送電所、変電所などの電力設備、IH などの家電製品、電気自動車、ワイヤレス給電、ウェアラブル端末、5G など人体が電氣的・磁氣的な環境にさらされる機会は、IoT 社会の到来も相まって、ますます増えてきている。人体がさらされる電磁環境の種類としては、主に、「電界と磁界による人体への曝露」、「帯電体への人体の接触」、「電磁界による人体への曝露」が挙げられる。「電界と磁界による人体への曝露」については、主に、低周波～中間周波（～10MHz）の電界・磁界の曝露であり、低周波の曝露例としては、架空送電線、配電線、変電所などの電力設備から、商用周波帯域で利用される IH（図 1-1(a)）などの家電製品で曝露される例がある。中間周波帯域では、産業用の誘導加熱装置や、IC カードなどの非接触データキャリア（図 1-1(b)）などがある。低周波・中間周波の電磁界が人体に影響を与える要素としては、体内に発生した誘導電流における刺激作用が挙げられる。また、医療で用いられる低周波・中間周波帯域の曝露例として、強い静磁界中に生体組織を配置し、パルス状電磁波（Radio Frequency パルス）を照射することによって、発生する NMR(Nuclear Magnetic Resonance)信号を受信し、生体内部を画像化する MRI (Magnetic Resonance Imaging（図 1-2(a)）、人体表面にコイルを置き、パルス磁界を発生させ、人体内部の誘導電流より神経を刺激し、精神疾患や神経疾患などの診断、治療を行う磁気刺激法（TMS : Transcranial Magnetic Stimulation（図 1-2(b)））がある。一方、高周波帯域において、曝露される例としては、携帯電話（スマートフォン）の電磁界曝露が挙げられ、携帯会社の基地局（図 1-3(a)）から放射される電波の曝露（遠方界への全身曝露）と、携帯電話端末（図 1-3(b)）から放射される電波への曝露（近傍界への局所的曝露）に大別される。高周波においては、人体に影響を与える要素として、熱的作用が挙げられる。この熱的作用を用いた医療技術として、癌の温熱療法（ハイパーサーミア）がある。ハイパーサーミア（図 1-4）は、癌が他の組織・臓器より、熱に弱いという性質を用いて、患部に高周波電磁界を直接、与えることにより、癌の殺傷を可能にした医療技術である。

このように、低周波・高周波に限らず、人体が電磁界の環境にさらされる例は、多種多様にある。実際に、実験的に、侵襲性の観点から人体に電磁界を曝露し、電界・磁界の振る舞いを見るわけにはいかないので、人体への電磁界曝露に関する研究は、解剖学的数値人体モデルなどを用いた、数値解析に関するものが主流である。先述した設備・技術における、人体への電磁界曝露の影響に関して、ICNRP(国際非電離放射線防護委員会)が安全基準のガイドライン[1]を策定しているが、数値解析手法の進歩により、そのガイドラインも改訂されている。次節にて、低周波・高周波領域における接触電流、電界・磁界、電磁界に人体が曝露された際の、人体内部に生じる電磁気現象を再現・評価する為に用いられる幾つかの数値解析手法について述べる。



(a) IH コンロ[2]

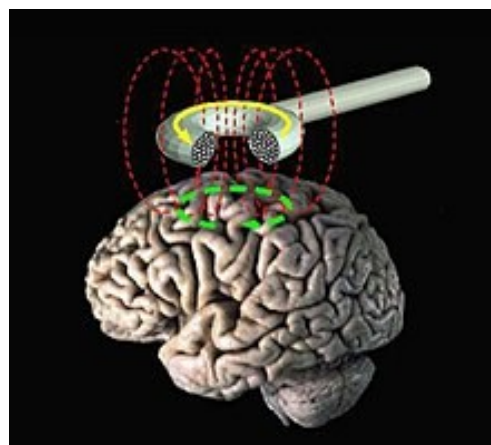


(b) IC カード[3]

図 1-1 低周波・中間周波帯域における電磁環境



(a) MRI[4]



(b) TMS[5]

図 1-2 低周波・中間周波帯域における医療技術



(a) 携帯基地局[6]



(b) スマートフォン[7]

図 1-3 高周波帯域における電磁環境



ハイパーサーミア[8]

図 1-4 高周波帯域における医療技術

1-2 数値人体モデルを用いた様々な 数値解析手法

電磁環境にさらされたときの人体内部の電界・磁界の数値解析には、1辺2mmのボクセルで人体を模擬した、解剖学的数値人体モデルが、多くの研究で用いられている。本節では、それら数値人体モデルを用いた代表的な低周波、高周波帯域における数値解析手法を簡単に紹介する。数値人体モデルに関する詳細は、第2章において述べる。

1-2-1 低周波帯域（磁界による誘導電流）で用いられる数値解析手法

(a) インピーダンス法[9]

インピーダンス法は、人体を多数のボクセルからなる抵抗とみてモデル化し、ボクセル面において、磁界により誘導される未知数であるループ電流とファラデーの法則に基づく誘導起電力を用いることにより、回路方程式を作成し、それをすべてのボクセル面で連立させて解く手法である。インピーダンス法は、作用項にベクトルポテンシャルではなく、扱いが容易な磁束密度を用いることができる反面、ボクセル面を基礎に回路方程式を作成するため、ボクセル頂点に着目し方程式を作成する Scalar Potential Finite Difference : SPFD 法と比較して、方程式や未知数の数が圧倒的に多く、計算に時間がかかるというデメリットがある。

(b) SPFD 法[10]

Scalar Potential Finite Difference : SPFD 法は、スカラーポテンシャル有限差分法と呼ばれる、差分法的一种である。変動磁界によって発生する電界、誘導電流において、誘導電流で生じる二次磁界を無視して解く手法である。外部から、印加される磁界をベクトルポテンシャルで与え、スカラーポテンシャルを差分法で求める、これがスカラーポテンシャル有限差分法と呼ばれる所以である。商用周波帯域のような二次磁界の影響を無視できる極低周波の問題に使われる。また、SPFD 法は、手法に手を加えることで、帯電体に人体が接触した時のような、接触電流・電界の解析に拡張することができる。低周波帯域の数値人体モデルを用いた計算では最も使用されている手法である。次章で SPFD 法の詳細について詳しく解説する。

本研究で、取り扱う電磁界環境の問題は、低周波帯域の接触電流（静電界）解析である。接触電流（静電界）解析は高周波電磁界解析や低周波曝露磁界解析等と比較し、支配方程式など複雑ではなく容易であり、かつ数値人体モデル全体を解析対象として、後述する、開発する提案手法を取り入れる初めての問題として最適である。この提案手法が有効であると本研究で示された後、今後の研究でより複雑な問題に対応していく。

1-2-2 高周波帯域（電磁界による）で用いられる数値解析手法

(a) FDTD 法[11][12]

FDTD (Finite Difference Time Domain : 有限差分時間領域) 法は、もともとの時間領域を含めたマクスウェル方程式を差分法で解く手法であり、SPFD 法と同様、差分法の一つである。時間領域でマクスウェル方程式を中心差分化することにより定式化を行い、解析領域全体を多数の「セル」と呼ばれる微小領域に分割し、電磁界成分を時間及び空間的に配置する。本手法は Kane S. Yee によって提案され、これらの時間・空間の分割および、電磁界の配置は Yee のアルゴリズムと呼ばれる。プログラムも有限要素法と比較して簡単に作成することができる反面、モデルを近似する要素は、直交格子 (セル) のみの使用となるため、複雑な形状を持つモデルに対する空間適合性には難がある。しかしながら、人体解析においては、数値人体モデルはそもそもボクセル (セル) で人体を近似しているため、高周波における人体解析においては、もっとも汎用的に用いられる数値解析手法である。

(b) 有限要素法[13]

有限要素 (Finite Element : FE) 法は、もともと構造解析の分野で発展した微分方程式の数値解法である。本手法は、領域を多数の部分領域 (要素と呼ばれる) に分割し、その領域内において単純な関数の重ね合わせにより未知量を近似する。要素形状は出来るだけ単純かつ、境界形状に近似するため、四面体要素が用いられる。要素形状が立方体 (ボクセル) のものでしか計算できない、構造格子に基づく FDTD 法などの差分法と比較して、有限要素法は要素形状が任意である非構造格子に基づく解法であるため、複雑な形状をもつモデルに対して、柔軟に対応することができる。電磁界問題では、外部領域の問題や自由空間中に対象物が存在する散乱問題に有限要素法が不適であるとされてきたが、本研究室の研究により、吸収境界条件の付与など、有限要素法による電磁界解析コードの開発・拡張により、MHz 帯域の数値人体モデルを用いた電磁界解析を行うことができている。また、高周波電磁界だけではなく、低周波帯域でも利用されている。

ここでは、代表的な数値人体モデルを用いた数値解析手法として、低周波帯域では、インピーダンス法、SPFD 法、高周波帯域では、FDTD 法、有限要素法を簡単に紹介したが、すべての数値解析手法について、数値人体モデルを用いるが故の問題がある。それは、人体をボクセル近似に起因する、解析精度の悪化に関する問題で、階段近似誤差と呼ばれている。次の節でその階段近似誤差について、説明し、階段近似誤差改善のための手法について述べる。

1-3 数値人体モデルを用いた電磁環境下における曝露数値解析の問題点

先述したとおり、電磁環境下で人体がさらされた時の数値解析では、人体の組織・臓器をボクセルで近似した数値人体モデルが用いられる。この数値人体モデルはボクセルで構築されるので、皮膚・脂肪などの異材境界は階段状に近似される。当然ながら、実際の人体の異材境界は、階段状ではなく、曲面で近似されている。このような異材境界が階段状に表現される、数値人体モデルでは、低周波・高周波帯域における電磁界解析において、この階段状の端点が電流経路の急激に変化する特異点（図 1-5(b)）となり、この端点付近で電界強度が過大に評価される。当然ながら、実際の人体ではこのような階段状の異材境界は存在しないので、電界の過大評価は生じない。これは、低周波・高周波両方に通ずる問題であり、実際の人体と数値人体モデルのこの数値誤差は階段近似誤差と呼ばれている。

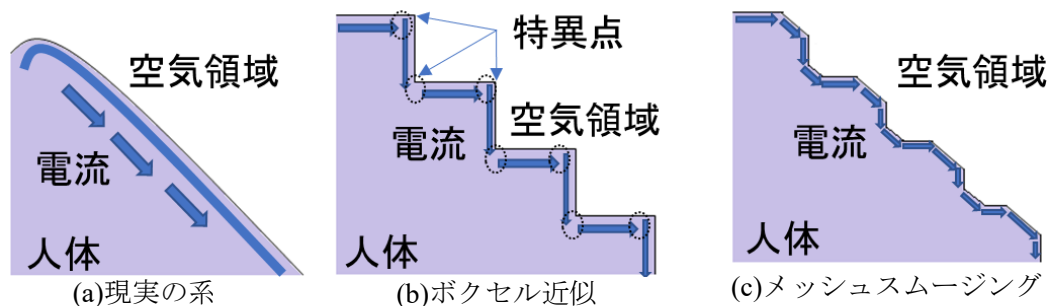


図 1-5 階段近似誤差・メッシュスムージング

この階段近似誤差に関して、理論値との精度評価を行っている文献として文献[14]があり、文献[14]では、モデルとして、人体と同程度の導電率をもつ、立方体要素からなる球体を考え、理論値と数値解法による最大値比較の結果、一様磁界下の球体内の誘導電界では最大値が 20-30%、一様電界下では、球体内において、最大値が 250%以上の誤差を生じている。この問題を解決するために、文献[14]では、99 パーセンタイル値（数値結果を小さい順に並べて 99%を超える値を削除する）を用いることを提唱しているが、このグループを除いて、この値が頻繁に使われているとは言い難い。

この階段近似誤差を解決する方法としては、メッシュスムージングがある。メッシュスムージングとは、ボクセル近似によってできた、階段状の境界の 90° の角点を、図 1-5(c)のように、滑らかにし、現実の系の曲面形状に近づける技術である。

研究開発に先立ち、スムージングの効果を確認するために、実際に階段近似誤差について、2次元のモデルを用いて、静電界解析を行った。図 1-6 は解析において適用した境界条件の模式図であり、2次元正方モデルの上端に 100[V]、下端に 0[V]を付与したものである。またこの静電界解析（接触電流解析）の支配方程式に関する詳細は次章で解説する。図 1-7(a)、1-8(a)における赤、薄紫の物質の導電率はそれぞれ、 10^{-6} [S/m]、 4.0×10^{-4} [S/m]である。図 1-7、図 1-8(b)の電界強度の可視化結果より、いずれの解析結果においても階段状の境界の端点付近で電界強度が極端に高くなっていることが分かる。

この階段状の 2次元正方モデルに対して、階段状をより曲面にしたモデルを図 1-9 に示す。解析条件は図 1-6 で行ったものと同じである。カラーバーの範囲は、階段状モデルのものと統一している。静電界解析結果の可視化を図 1-10 に示す。これより、異材境界の階段形状を滑らかにすることにより、階段状モデルの境界端点で生じる電界強度の極大値が取り除かれることが分かる。また、各モデルの電界強度の最大値比較を行った結果、階段状モデルは 670[V/m]であるのに対して、スムージングモデルは、270[V/m]であり、階段近似誤差に対する、電界強度の過大評価の影響を抑えることができています。

メッシュスムージングを実行することで、階段近似誤差を軽減することができたが、問題は、3次元の複雑な形状をもつ人体モデルにおいて、どのようなアルゴリズムで、ボクセルの階段形状を自動でスムージングするかである。そこで本研究では、ボクセルで構築される数値人体モデルにおける異材境界の階段形状を自動でスムージングする手法として、マーチングキューブ法に基づくメッシュスムージングを導入する。マーチングキューブ法とは、主にコンピュータグラフィックスで用いられる技術で、スカラーデータにより構成された 3次元ボクセルデータを、ポリゴンデータに変換するアルゴリズムである。マーチングキューブ法の詳しい詳細は、第 3 章で述べる。マーチングキューブ法を用いて、数値人体モデルのメッシュスムージングを行っている文献として[15]が挙げられる。文献[15]は、皮膚と空気の境界、皮膚と脂肪の境界などの 2つの物質のみの境界(2種境界)に着目したものである。マーチングキューブ法のアルゴリズムで取り扱えるのは 2種境界だけであり、数値人体モデルには当然 2種境界のほかに、皮膚と脂肪と空気の境界など、3種境界から 8種境界まで、異材境界が存在する。2~8種境界の全異種境界の内、4~8種境界が占める割合は、1%程度であり、無視することができるが、3種境界においては、約 16%程度であり、無視することは出来ない。そこで本研究では、この問題に対し、新たに 3種境界をスムージングする拡張マーチングキューブ法を提案する。実際に、提案された、拡張マーチングキューブ法を用いることで、従来のマーチングキューブ法では、スムージング出来なかった 3種境界のほとんどをスムージングすることができた。

さて、ここまでは、マーチングキューブ法のメッシュスムージングについて、述べてきたが、マーチングキューブ法でメッシュスムージングされた、数値人体モデルにおいて、SPFD法や FDTD 法など、差分法系統の数値解析手法を適用することは困難を極める。なぜなら、差分法は直交格子を用いるため、メッシュスムージングされた、滑らかな境界を表現する非

構造格子を用いることが不可能だからである。そこで本研究では、メッシュスムージングを適用することで非構造格子となった数値人体モデルの数値解析手法として、有限要素法を適用する。有限要素法は、直交格子のみを扱うことが可能な差分法と違って、四面体要素、プリズム要素、ピラミッド要素などを含む非構造格子を扱うことができる。よって、様々な要素が混ざった混合要素における有限要素法を適用することで、マーチングキューブ法でメッシュスムージングされる数値人体モデルも計算することが出来るようになる。文献[15]も数値解析手法として、有限要素法が使用されているが、すべて、スムージングされた数値人体モデルにおいて、四面体要素のみが使用されている。本来、六面体要素やプリズム要素、ピラミッド要素などで表現できる箇所も四面体要素で表現しているため、要素数の増大を招き、計算時間の増大を招く。そこで、本研究では、四面体要素のほかに、六面体要素、プリズム要素、ピラミッド要素を用いて、メッシュスムージングされた数値人体モデルを構築することにより、要素数の削減を行う。

また、マーチングキューブ法によるスムージングで問題となる部分として、要素数の増加による、計算時間の増大が挙げられる。マーチングキューブ法を用いた提案スムージング手法では、アルゴリズムの中に、1段階の細分化処理が含まれている。細分化とは、メッシュの要素の密度を細かくすることで、より精度の良い、解析値を得る技術である。マーチングキューブ法を取り入れた提案スムージング手法では、スムージングされた複雑な境界を表現するためにこの細分化が必要である。しかし、この細分化によって、数値人体モデルは要素数が約8倍に増加することが分かっており、計算時間の増大を招く。

そこで、本研究では、非構造格子における細分化アルゴリズムを用いた、幾何マルチグリッド法を、線形代数ソルバとして、スムージングされた数値人体モデルにおける、接触電流（静電界）解析コードに適用する。本解析コードは、四面体要素、六面体要素、プリズム要素、ピラミッド要素を用いることが可能であり、それらの要素を合わせて、混合要素を持つ、非構造メッシュを作成することができ、非構造メッシュに対して、有限要素法を適用することができる。また、本研究で適用する幾何マルチグリッド法アルゴリズムの最大のメリットは、非構造メッシュに対する細分化機能であり、スムージングをしたことで発生する非構造格子によりマルチグリッドを構成することで、幾何マルチグリッド法による計算を可能にする点にある。本研究では、この幾何マルチグリッド法アルゴリズムの適用を念頭に置き、マーチングキューブ法のメッシュスムージングコード開発を行う。幾何マルチグリッド法アルゴリズムは、詳しくは、第2章、第5章で述べる。

本研究において、幾何マルチグリッド法を線形代数ソルバとして使用する理由として、筆者の予備検討の研究において、数値人体モデルと幾何マルチグリッド法の相性が良いことが判明しているからである。数値人体モデルにおいて、幾何マルチグリッド法を適用した論文として文献[16]と文献[17]が挙げられる。文献[16]は、低周波磁界曝露における、誘導電界を人体モデルの1部を用いて、数値解析を行った例であり、線形代数ソルバとして幾何マルチグリッド法が適用されており有効性が示されている。また、文献[17]は、接触電流解析（静

電界解析)における、数値人体モデル全体を対象とした幾何マルチグリッド法に関する研究結果であり、本博士論文の筆者が実際に行った研究である。本論文は、接触電流解析手法である SPFD 法における、線形代数ソルバとして、幾何マルチグリッド法を用いており、既存の線形代数ソルバと比較することで、幾何マルチグリッド法の有効性を示している。しかしながら、2つの論文において、共通していることは、ボクセルで構築される構造格子であるオリジナルの数値人体モデルを用いた幾何マルチグリッド法の適用であり、本博士論文のような、メッシュスムージングによる非構造格子での、幾何マルチグリッド法の適用例ではない。筆者が調査した限り、この非構造格子で構築される数値人体モデルに対する幾何マルチグリッド法の適用例は、世界的に見て皆無であり、新規性・独創性がある。

実際に、幾何マルチグリッド法を数値人体モデルに適用し、容易に使用できる前処理付き CG 法を用いて、性能評価を行った。まず数値人体モデルの 1 部 (ボクセルモデルとスムージングモデル) を解析対象として、性能評価を行ったところ、前処理付き CG 法は細分化 (モデルの規模を大きくする) ごとに、反復回数が、約 2 倍に増加したのに対し、幾何マルチグリッド法はほとんど反復回数が増加しないことが分かり、また、ボクセルモデルとスムージングモデルにおける幾何マルチグリッド法と前処理付き CG 法の計算時間の比較から、ボクセルモデルでは、前処理付き CG 法の 1/20、スムージングモデルでは、前処理付き CG 法の 1/15 の計算時間でソルバの計算が終了することが分かった。また、細分化ごとの計算時間の増加率も、前処理付き CG 法と比較して、幾何マルチグリッド法のほうが圧倒的に小さいことが分かり、複雑な構造をもつ数値人体モデルにおいて、幾何マルチグリッド法の特性を示すことができた。また、数値人体モデル全体において、ボクセルモデルとスムージングモデルの幾何マルチグリッド法の比較より、ボクセルモデルにおける幾何マルチグリッド法の収束履歴において、相対残差ノルムは落ちることがなく、収束しないことが分かったが、一方で、スムージングモデルにおける幾何マルチグリッド法は、相対残差ノルムが急峻に落ちて、収束することが分かった。これより、幾何マルチグリッド法において、メッシュスムージングが、線形代数ソルバにおける前処理のように、収束性改善の効果を持つことが分かった。この知見は世界的に見ても、まだ発表されていない新しい知見である。

このメッシュスムージングが収束性改善の効果を持つことについて、メッシュスムージングにより、解析精度が改善されて、幾何マルチグリッド法の制約・延長演算の精度がよくなるからではないかと考えており、本研究ではさらに、開発した拡張マーチングキューブ法の上から、ラプラシアンスムージングを適用する 2 段階のメッシュスムージング手法を開発した。球体モデルと数値人体モデルの一部を用いた静電界解析結果から、拡張マーチングキューブ法のスムージングされた 135° 角点が、ラプラシアンスムージングにより更にスムージングされ、電界強度の過大評価を更に、緩和させることができ、有効性を示すことができたが、細分化レベルでは、解けない問題も出てくることが分かった。また、数値人体モデルの一部による静電界解析における、幾何マルチグリッド法に至ってはどの細分化レベルのモデルも解けないことが分かった。

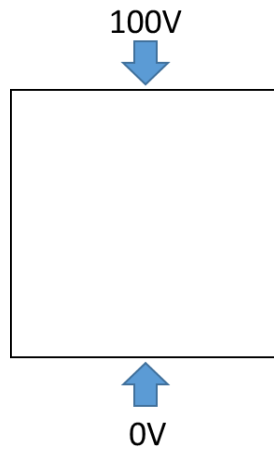


図 1-6 2次元正方モデルの境界条件設定

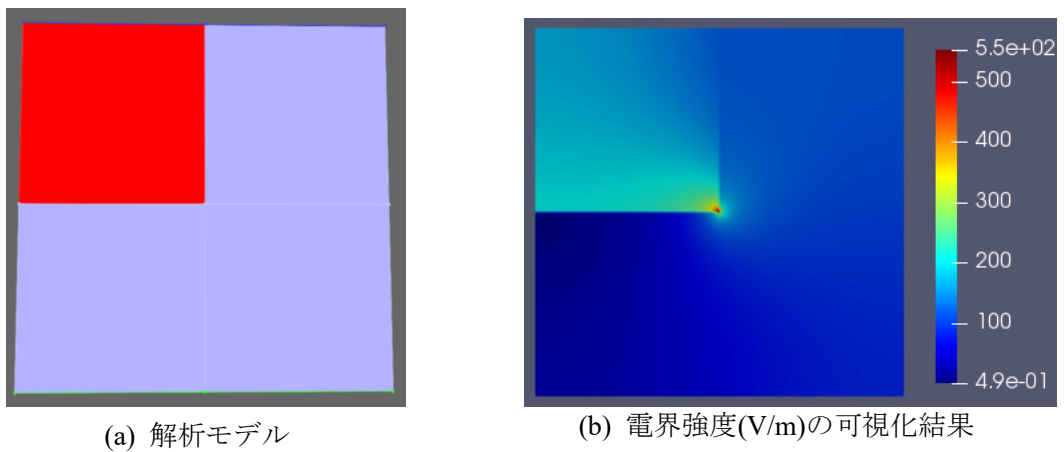


図 1-7 2次元正方モデルの静電界解析 I

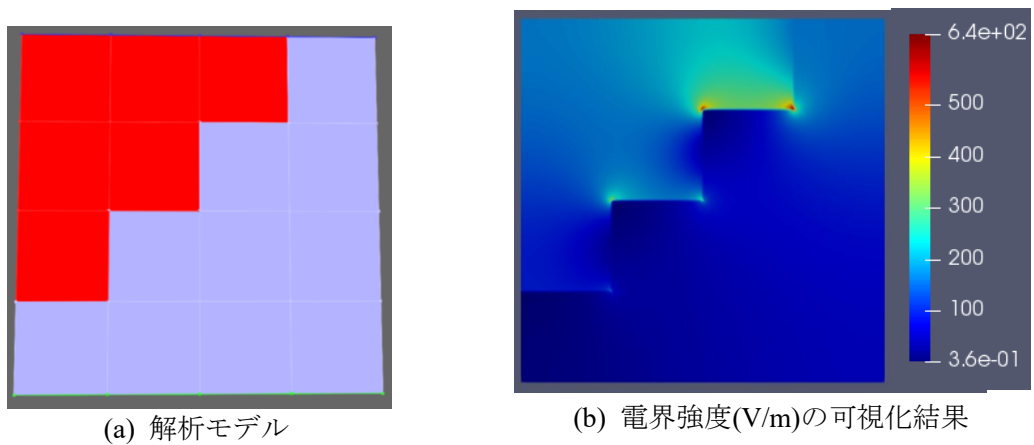


図 1-8 2次元正方モデルの静電界解析 II

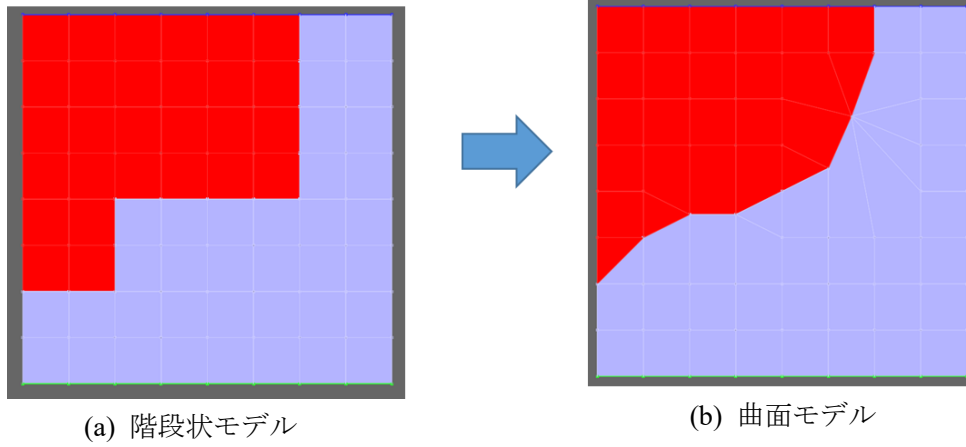


図 1-9 階段状モデルと曲面モデル

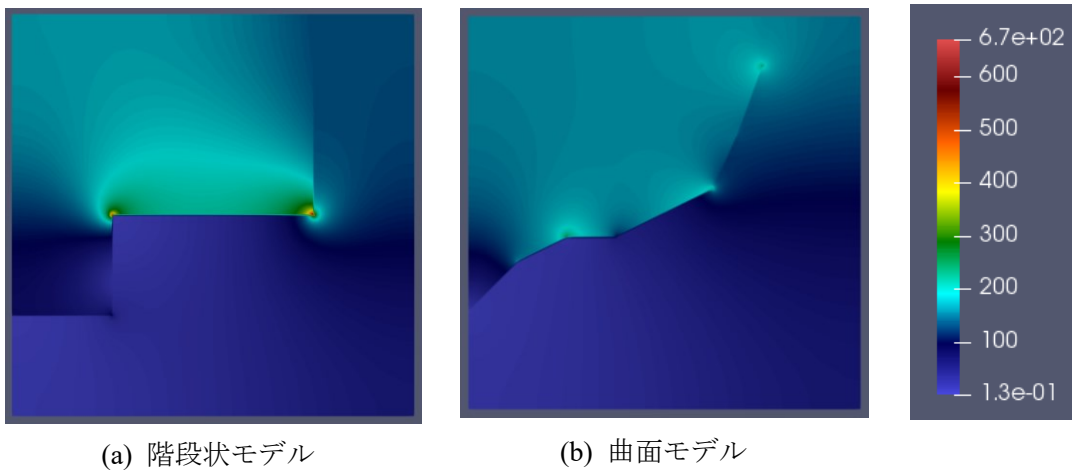


図 1-10 階段状モデルと曲面モデルの静電界解析

1-4 本論文の構成

本論文は、本章を含め全7章の構成である。以下に、各章で述べる簡単な内容を記す。

第2章 数値人体モデルに対する幾何マルチグリッド法の有効性

本章では、後に、本論文の核である「マーチングキューブ法に基づくメッシュスムージング数値人体モデルに対する幾何マルチグリッド法の適用」につながる、数値人体モデルに対する幾何マルチグリッド法に関する予備検討について述べる。本研究で用いられる数値人体モデル・支配方程式、接触電流解析（静電界解析）の代表的な手法である SPFD 法、一般的な線形代数ソルバを用いた時の性能評価、幾何マルチグリッド法の性能評価に関して述べ、最後に本予備検討から得られた結果による、本研究の着想背景について述べる。

第3章 マーチングキューブ法

本章では、本研究での静電界解析の高精度化手法の一つである、マーチングキューブ法について述べる。また、数値人体モデルのメッシュスムージングに必要な3種異材境界のスムージング手法に関する拡張マーチングキューブ法についても述べる。また、開発したマーチングキューブ法の精度評価を行うため、球体モデルを用いた、ボクセルモデル、スムージングモデル、CADで作成した曲面形状モデルの静電界解析結果の比較を行う。

第4章 ラプラシアンスムージング

本章では、マーチングキューブ法でスムージングされたメッシュに対するさらなる、第2段階のスムージング手法である、ラプラシアンスムージングに関して述べる。さらに、第3章と同じように、球体モデルを用いて精度評価を行う。

第5章 混合要素を用いる有限要素解析

本章では、本研究において研究開発する数値解析コードにおいて、線形代数ライブラリとして適用する UG4 について述べた上で、混合要素（非構造）メッシュの生成・細分化、並列化手法・幾何マルチグリッド法等について述べる。

第6章 数値実験

本章では、開発したメッシュスムージングコードを数値人体モデルに適用し、静電界解析結果の比較を行う。また、線形代数ソルバとして、混合要素（非構造）メッシュに特化した幾何マルチグリッド法の適用を行い、一般的な前処理つき CG (ILIUCG) 法との間での性能比較を行う。まず、数値人体モデルの1部を用いて、細分化ごとの幾何マルチグリッド法の反復回数、計算時間、収束履歴の比較を行い、次に数値人体モデル全体に対する、ボクセル

モデル、スムージングモデルの幾何マルチグリッド法の収束履歴の比較を行う。

第7章 まとめと考察

本章では、今まで、行ってきたメッシュスムージングに対する、数値人体モデルを用いた静電界解析結果のまとめ・考察を述べる。そして、最後に、そのメッシュスムージングに対しての新たな問題点、今後の研究について述べ、結びとする。

参考文献に関しては、各章の末尾に示す。

参考文献

- [1] International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection (ICNIRP), “GUIDELINES FOR LIMITING EXPOSURE TO ELECTROMAGNETIC FIELDS (100 kHz to 300 GHz)”, HEALTH PHYS, Vol. 118, No. 5, 483–524, 2020.
- [2]ビッグカメラ, 「IH クッキングヒーターのおすすめ 12 選」
URL: https://www.biccamera.com/bc/i/topics/osusume_ih_cooking_heater/index.jsp, 2021/08/19.
- [3]iPhone Mania, 「障害者割引が Suica や PASMO で利用できるサービスを 2022 年度後半に開始」
URL: <https://iphone-mania.jp/news-374341>, 2021/08/19.
- [4]済生会熊本病院, 「MRI 検査」
URL : <https://sk-kumamoto.jp/departments/examination/5068>, 2021/08/19.
- [5] Health Rising, ” Transcranial Magnetic Stimulation (TMS) Fibromyalgia Study Produces Lasting Relief”
URL : <https://www.healthrising.org/blog/2020/07/20/tms-magnetic-stimulation-fibromyalgia-lasting-relief>, 2021/08/19.
- [6]MEDIA KOKUSHO, 「携帯基地局のマイクロ波による健康被害を問う延岡大貫訴訟が結審、不自然な裁判長交代劇の背景に何が？」
URL : <http://www.kokusyo.jp/phone/6499/>, 2021/08/19.
- [7]IT 用語辞典 e-words, 「スマートフォン[smartphone]」
URL : <https://e-words.jp/w/スマートフォン.html>, 2021/08/19.
- [8]明和キャンサークリニック, 「温熱療法 (ハイパーサーミア)」
URL : <https://www.meiwa-hospital.com/clinic/hyperthermia.html>, 2021/08/19.
- [9] N. Orcutt, O.P. Gandhi, “A 3-D impedance method to calculate power deposition in biological bodies subjected to time varying magnetic fields”, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. 35, No.8, pp. 577-583, 1988.
- [10] P J Dimbylow, “Induced current densities from low-frequency magnetic fields in a 2 mm resolution, anatomically realistic model of the body”, Phys. Med. Bioi., Vol. 42, pp.221-230, 1998.
- [11] Kane S. Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media”, IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 14, No.4, pp.302-307, 1966.
- [12] P.J.Dimbylow, “FDTD calculations of the whole-body averaged SAR in an anatomically realistic voxel model of the human body from 1 MHz to 1 GHz”, Phys. Med. Biol. Vol. 42, pp. 479-90, 1997.
- [13] 武居周, 室谷浩平, 吉村忍, 金山寛, 「数値人体モデルを用いたマイクロ波帯域の有限要素電磁界解析」, 日本シミュレーション学会論文誌, Vol.4, No.3, pp.81-95, 2012.
- [14] T. W. Dawson, M. Potter, and M. A. Stuchly, “Evaluation of modeling accuracy of power frequency field interactions with the human body”, ACES Journal, Vol. 16, No. 2, pp. 162-172, 2001.

- [15] A. Takei, K. Murotani, S. Sugimoto, M. Ogino, and H. Kawai, "High-accuracy electromagnetic field simulation using numerical human body models," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.52, No.3, DOI: 10.1109/TMAG.2015.2479467, Sept. 2016.
- [16] Laakso I and Hirata, "Fast multigrid-based computation of the induced electric field for transcranial magnetic simulation," *Phys. Med. Biol.*, Vol. 57, No. 27, pp. 7753-7765, Nov. 2012.
- [17] M. Nomura, H. Tarao, A. Takei, "Analysis of Current Density Inside Human Body Using Geometric Multi-Grid Method", *IEEE Transactions on Magnetics*, IEEE, Vol. 55, DOI: 10.1109/TMAG.2019.2903320, 2019/7.

第 2 章 数値人体モデルに対する 幾何マルチグリッド法の有効性

2-1 数値人体モデルの詳細

本節では、本研究で用い、かつ、筆者の修士課程の研究でも用いた、数値人体モデルについて概説する。本数値人体モデルは、国立研究開発法人情報通信研究機構（NICT）[1]が開発・公開している解剖学的数値人体モデル[2]を用いる。本数値人体モデルには、男性、女性、子供のモデルがあるが、今回は、日本人成人男性の平均的な体型（身長 173.2cm、体重 67kg）をもつ数値人体モデル:Taro（図 2-1）モデルを用いる。本数値人体モデルは、1 辺 2mm のボクセルで人体を近似しており、縦 865 個、横 320 個、奥行き 160 個で、計 44,288,000 個（空気領域を含む）のボクセルで構築されている。全身の MRI 画像から 2mm 四方の分解能で 51 の組織、臓器（図 2-2）を同定しており、人体を構成するボクセルの数は約 800 万個である。本数値人体モデルの各ボクセルには、人体の組織・臓器を表す、番号が割り振られており、シミュレーションに必要な導電率などの物性値は、別途ユーザーが割り振る必要がある。本数値人体モデルは、国内の大学等の研究機関において非営利を条件として無償により使用することができる。詳細については、文献[1]を参照されたい。

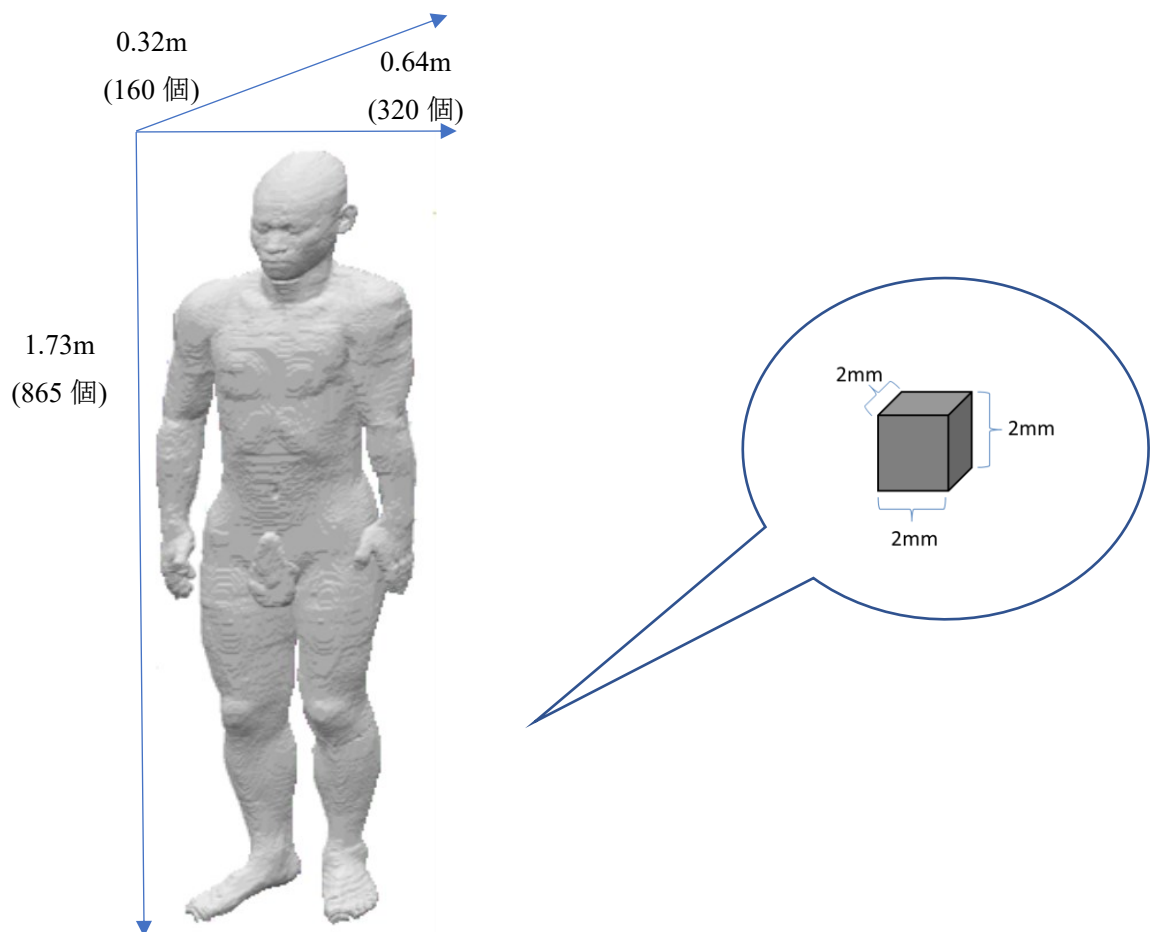
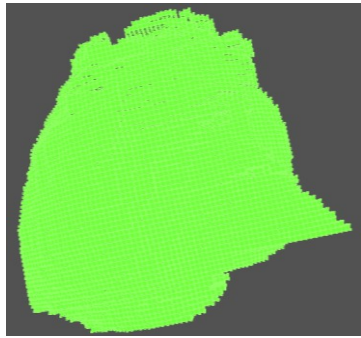
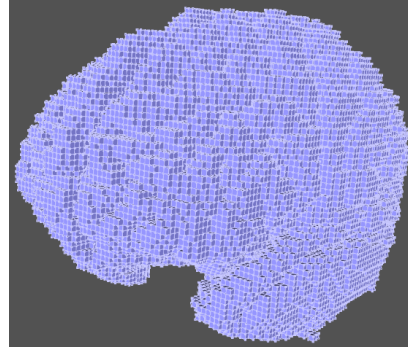


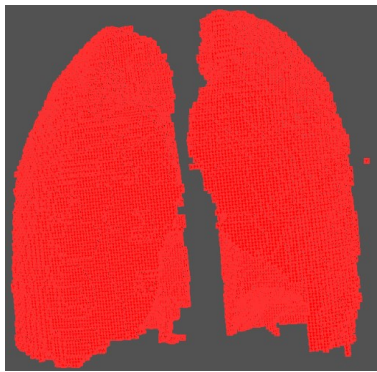
図 2-1 数値人体モデルとボクセル



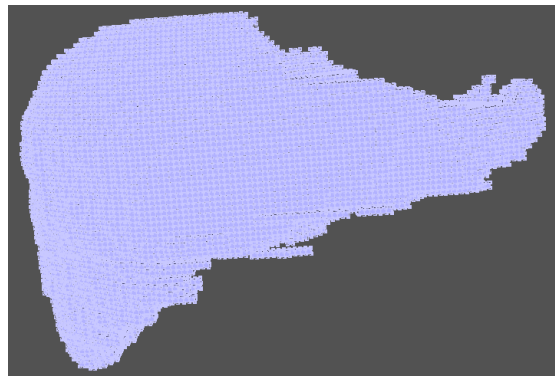
(a) 心臓



(b) 白質



(c) 肺



(c) 肝臓



(d) 皮質骨

図 2-2 数値人体モデルの各臓器・組織の例

2-2 解くべき支配方程式

本研究では、帯電体と人体が接触した時に、人体に流れる極低周波帯域（商用周波帯域）における接触電流を数値解析により、解くことを仮定する。静的または準静的な場において成り立つ電位と電界の関係、オームの法則、キルヒホッフの電流則に関する式を式(1)-(3)に示す。

$$\mathbf{E} = -\text{grad}V \quad (1)$$

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} \quad (2)$$

$$\text{div}\mathbf{J} = 0 \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{E} は電界[V/m]、 V は電位[V]、 \mathbf{J} は電流密度[A/m²]、 σ は導電率[S/m]、である。式(1)を式(2)に代入し、代入された式(2)を式(3)に代入することによって次のような偏微分方程式[3]が得られる。

$$-\text{div}(\sigma\text{grad}V) = 0 \quad (4)$$

式(4)が本研究において扱う支配方程式である。本方程式はラプラス方程式であり、接触電流解析における境界条件（接触電流解析における電極）は、電位 V であり、未知数も電位になる。電界及び、電流密度は、電位を求めた後、式(1)、(2)をそれぞれ適用することで求められる。本接触電流解析では、低周波帯域における代表的な磁界曝露解析の離散化手法である SPFD 法を拡張することにより、離散化する。また、式(4)における導電率 σ は、数値人体モデルの各臓器・組織に割り振られているものを用いる。文献[4]より、各臓器・組織に割り振られる、商用周波数 50[Hz]における導電率は表 2-1 のようになる。次の節で、SPFD 法に関して詳しく解説する。

表 2-1 数値人体モデルの各臓器・組織に割り振る導電率 (50Hz)

臓器名 組織名	導電率 [S/m]	臓器名 組織名	導電率 [S/m]	臓器名 組織名	導電率 [S/m]
小脳	0.10	膵臓	0.35	脳脊髄液	2.00
前立腺	0.40	角膜	0.40	小腸	0.50
眼球	1.50	脾臓	0.10	灰白質	0.10
胃	0.50	視床下部	0.08	胃の内容物	0.35
水晶体	0.25	腱	0.30	松果体	0.08
睾丸	0.35	下垂体	0.08	甲状腺	0.50
唾液腺	0.35	気管	0.35	視床	0.08
尿, 膀胱の中	0.70	舌	0.30	血液	0.70
白質	0.06	皮質骨	0.02	副腎	0.35
骨髄-海綿骨	0.06	膀胱	0.20	軟骨	0.18
大腸	0.10	脂肪	0.04	十二指腸	0.50
筋肉	0.35	食道	0.50	神経 (脊髄)	0.03
胆汁	1.40	皮膚	0.10	胆嚢	0.20
歯	0.02	心臓	0.10	靭帯	0.30
腎臓	0.10	横隔膜	0.35	肝臓	0.07
精嚢	0.35	肺	0.14	海綿体	0.35
大腸の内容物	0.35	小腸の内容物	0.35		

2-3 SPFD 法

SPFD 法とは、スカラーポテンシャル有限差分 (Scalar Potential Finite Difference) の略であり、主に前節の式(4)のような低周波帯域の静的な場において用いられる、代表的な電界・磁界曝露、接触電流解析手法であり、数値人体モデルを用いた数多くの数値解析例がある[5]。SPFD 法の説明のため、図 2-3 のような 2 次元の電気回路を考える。

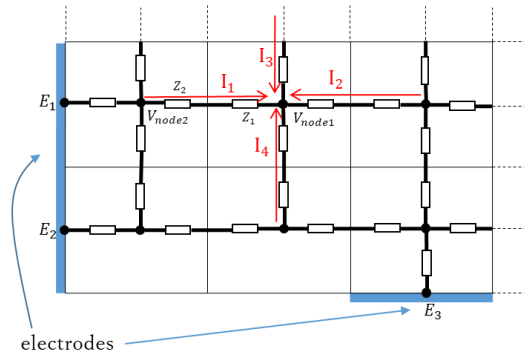


図 2-3 2次元の電気回路図

図 2-3 において四角の枠線で囲まれているところを格子と呼び、人体モデルではボクセルがそれに該当する。格子の中央 (人体モデルではボクセルの重心) にノードが設置され、本解析では充電部との直接接触を想定しているため、充電部との接触があるモデル表面にもノード (E_1 、 E_2 、 E_3 : 境界条件に相当) を設置する。図 2-3 において node1 を中心に考えるとキルヒホッフの電流則により、以下の式が成り立つ。

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0 \quad (5)$$

また、 I_1 について考えると、オームの法則より次の式が成り立つ。

$$I_1 = \frac{V_{node2} - V_{node1}}{Z_1 + Z_2} \quad (6)$$

ここで、インピーダンス Z は、人体の各組織・臓器の導電率より、既知の値である。 I_1 と同様に、他の I_2 、 I_3 、 I_4 も求めることができ、式 (5) に代入することにより、未知数 V の方程式を作成することができる。さらに同じような手順を各ノードに適用することによって、未知数 V の大規模連立方程式を作成することができる。なお、電流密度は未知数 V を求めた後、後处理的に求めることができる。これらのことから、本解析では 1 ボクセル 1 自由度であり、また空気領域にはノードは設置されないため、約 800 万次元の行列が作成される。

2-4 計算実験 I (前処理付き CG 法)

実際に、前節で解説した、SPFD 法を用いて数値人体モデルを用いた計算実験を行う。具体的には、CG 法に様々な前処理付き CG 法を用いて、収束性、計算時間の点で性能評価を行う。本研究で用いる前処理行列の詳細は以下のとおりである。

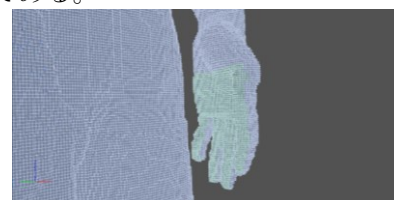
表 2-2 前処理行列の種類

前処理行列	説明
対角スケーリング[6]	元の行列の対角要素を前処理行列とする。並列性は高い。
SSOR[6]	元の行列の下三角部分 L と上三角部分 L^T 、対角部分 D に分割したとき、前処理行列 M は次のように表される。前処理計算で用いられる前進・後退代入が並列化できないため、並列性が低い。 $M = (L + D)D^{-1}(L^T + D)$
IC[6]	IC 分解で得られる下三角行列 L と上三角行列 L^T 、対角行列 D を用いて前処理行列 M 次のように表される。前処理計算で用いられる前進・後退代入が並列化できないため、並列性が低い。 $M = LDL^T$
ブロック IC[6]	IC における前処理行列において、並列数だけの仮想的なブロックを対角に設け、そのブロックから漏れる非ゼロ要素を前処理行列から除外することで、前進・後退代入を並列化可能にした手法。並列数が多くなるほど収束性が落ちる。

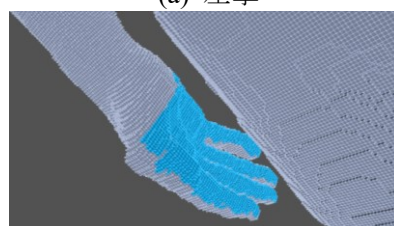
数値人体モデルの両手間（左手の掌と右手の掌）に図 2-4 のように電極を取り付け、電極間に 1[V](50Hz)の電位差を与えて数値解析を行う。また、収束判定は残差ノルムが 10^{-6} [7]を下回れば終了と判定する。計算機環境は以下のとおりである。

表 2-3 計算機環境

CPU	Intel Xeon Phi 7210 1.3 GHz
Memory	16GB (Multichannel DRAM)
OS	CentOS 7.3
Compiler	gcc - 4.9.4
Number of cores	64
Parallel	OpenMP



(a) 左掌



(b) 右掌

図 2-4 境界条件の付与（電極の付与）

2-4-1 計算結果

前処理なし、対角スケーリング前処理、IC 分解前処理、SSOR 前処理をそれぞれ CG 法に適用した際の、前処理ごとの収束履歴 (反復回数ごとの残差ノルム) を図 2-5 に示す。また、並列数ごとのブロック IC の収束履歴を図 2-6 に示す。本計算における反復回数を、前処理ごとにそれぞれ比較したものを表 2-4 に示す。尚、図 2-5、表 2-4 のブロック IC 以外のソルバに関しては、逐次実行の計算結果を載せているが、並列実行時もほぼ同じような結果が得られたため、並列計算時の計算結果は省略する。

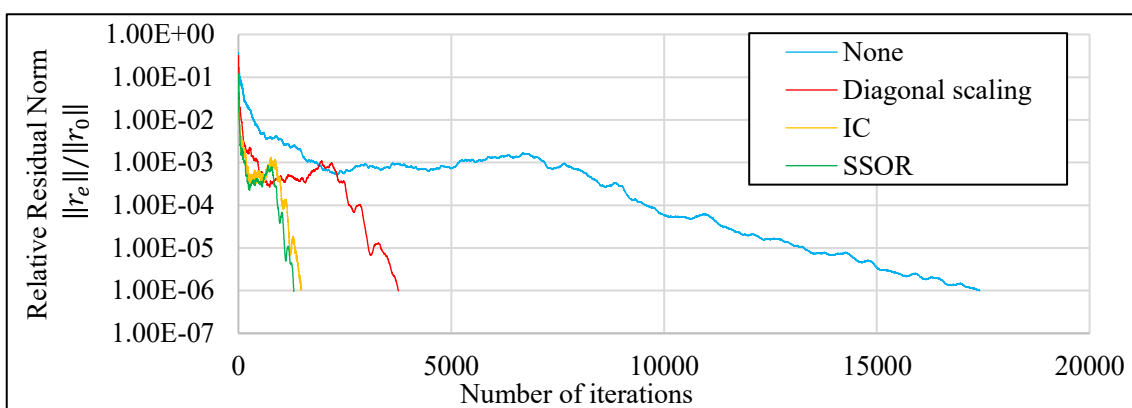


図 2-5 前処理ごとの収束履歴

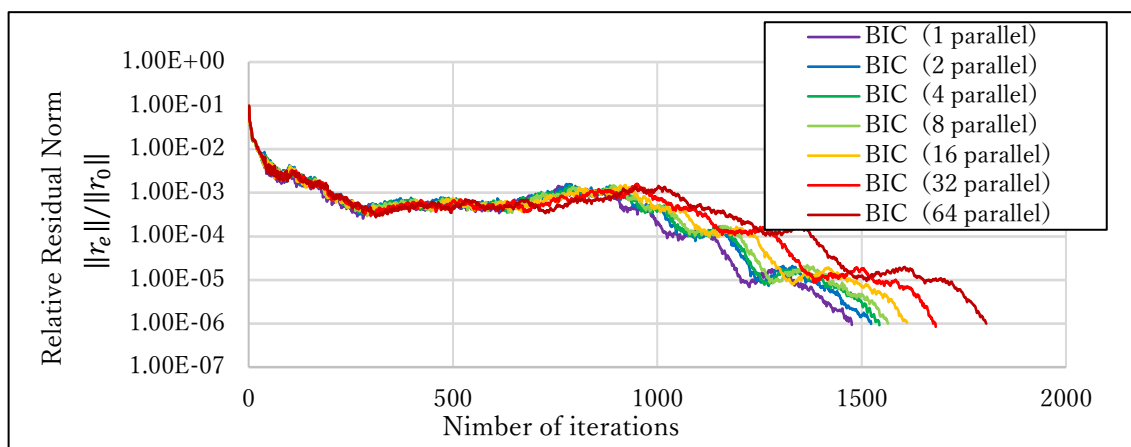


図 2-6 ブロック IC における並列数ごとの収束履歴

横軸、縦軸はそれぞれ、反復回数、相対残差ノルム($\|r_e\|/\|r_0\|$)を示す。図 2-5 からわかるとおり、SPFD 法の連立一次方程式を CG 法によって求解する際に前処理を適用することによって、大幅に収束性が改善される。各前処理による計算の結果、SSOR 前処理、IC 分解前処理、対角スケーリング前処理、前処理なしの順に収束性が良いことがわかる。また、図 2-6 より、ブロック IC は並列数が多くなるごとに、収束性が悪くなっていることが分かる。表 2-4 において、前処理なしの反復回数の場合と比較して、対角スケーリング前処理を適用した場合は約 78%、IC 分解前処理を適用した場合は約 92%、SSOR 前処理を適用した場合は約 93% 反復回数が減少していることが確認できる。また、ブロック IC は並

列数が増加するごとに反復回数が増加し、最大で約 22%反復回数が増加した。

表 2-4 各前処理の反復回数

None	17,418
Diagonal scaling	3,759
IC	1,476
SSOR	1,302
ブロック IC	1476~1806

次に、前処理なし、対角スケーリング、IC、SSOR、ブロック IC の並列数ごとの計算時間を表 2-5 に示す。**を付したものは、各並列数で最速を示した計算時間である。

表 2-5 各前処理の並列数ごとの計算時間

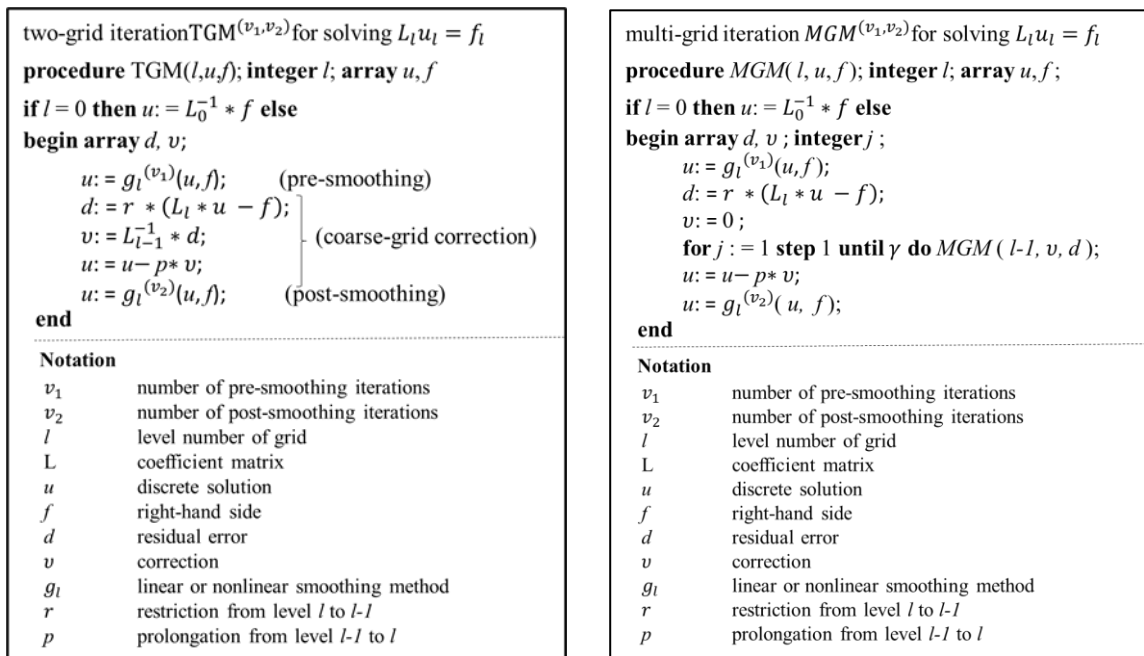
Num. of parallel	None [sec]	Diagonal [sec]	IC [sec]	SSOR [sec]	ブロック IC [sec]
1	7,983	1,864	1,278	1,125*	1,278
2	4,001	932	920	809	670*
4	2,145	471	749	651	340*
8	1,090	245	654	575	185*
16	568	135	603	536	95*
32	385	87	584	518	56*
64	282	65	580	516	40*

ブロック分解を用いることによって、ブロック分解を用いない IC、SSOR よりも大幅に計算時間を短縮させることができている。また、1 並列ではブロック SSOR が速いのに対し、それ以降の並列数ではブロック IC が総じて計算時間が速いことが分かる。このことから、一般に使用される線形代数ソルバである CG 法に関して、前処理として逐次では SSOR、並列化環境では、ブロック IC が、SPFD 法の下の数値人体モデルを用いた計算に有効であることが分かった。次の節で、これらの結果と、幾何マルチグリッド法を適用した数値計算結果の比較を、開発した幾何マルチグリッド法の手法の説明とともに行う。尚、本数値人体モデルを用いた SPFD 法における、CG 法の様々な前処理の比較の詳細に関しては、筆者が執筆した、文献[8]で詳しく説明しているので、そちらも参考にしたい。

2-5 幾何マルチグリッド法

幾何マルチグリッド法とは、問題とする格子の他に、それより粗い複数の格子を用いて解の誤差成分を効率的に減衰させる手法である。一般的に、CG 法等の反復法は問題の規模が大きくなるごとに収束性が悪化するので問題の規模に対する拡張性は低い (Unscalable) が、一方で幾何マルチグリッド法は規模が大きくなっても収束性はほとんど悪化せず、問題の規模に対する拡張性が高い (Scalable)。同じく大規模問題である数値人体モデルを用いた数値解析にもこの手法が有効であることが期待できる。

幾何マルチグリッド法のアルゴリズム[9]を図 2-7 に示す。



(a) 2 段

(b) 多段

図 2-7 幾何マルチグリッド法のアルゴリズム

幾何マルチグリッド法：2 段では、まず、1. 求める連立方程式に対して定常または非定常反復法 (スムーザー) を数反復適用 (プレスムージングと呼ばれる) し、2. 得られた近似解から残差を計算し、その残差を粗い格子上に写像する (この操作を制約と呼ぶ)。次に 3. 粗い格子の行列と粗い格子上の残差から修正方程式を構築し、解を完全に求める。そして、4. 得られた修正解を細かい格子上に写像し、(この操作を補完と呼ぶ) 得られた細かい格子上の修正解を用いてプレスムージングで得られた近似解を修正する。この 2~4 の操作はコースグリッドコレクションと呼ばれる。最後に、5. 修正された近似解を用いてスムーザーを数反復適用 (ポストスムージングと呼ばれる) する。2 段グリッド法ではこの 1~5 の

操作を1反復とし収束判定値を満たすまで反復する。幾何マルチグリッド法:2段において、粗い格子の規模が十分に小さくなかった場合、粗い格子を解くのに計算時間がかかってしまい、結果的に、2段グリッド法全体として多くの計算時間を要する場合がある。よって、一般的に幾何マルチグリッド法では、最も粗い格子の規模を小さくするため、複数のより粗い格子を用いて計算が行われる。幾何マルチグリッド法:多段のアルゴリズムは幾何マルチグリッド法:2段のアルゴリズムを再帰的に用いた手法である。本研究では、幾何マルチグリッド法1反復における、求めるグリッドから最も粗いグリッド、最も粗いグリッドから求めるグリッドへの移り方として最も基本的なVサイクルを用いている。Vサイクル[9]の簡単なフローチャートを図2-8に示す。

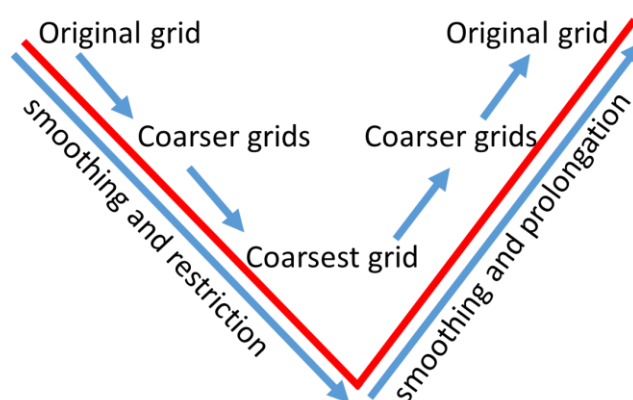


図 2-8 Vサイクルのフローチャート

Vサイクルは図2-8に示した通りで、元の格子を起点としてスムージング、制約を行いながらより粗い格子に移っていき、最終的に最も粗い格子で解を完全に求め、スムージング、補完を行いながら制約で用いられたより粗い格子に移っていき元の格子に戻っていく。Vサイクルではこの1連の操作を1反復とし収束判定値を満たすまで計算を続ける。

2-5-1 粗い格子の作成手順

幾何マルチグリッド法では先述した通り、複数の粗い格子を作成する必要がある。1辺2[mm]の求めるボクセルに対して、このボクセル幅を2倍、4倍、8倍・・・とすることにより粗い格子を作成する。それぞれのボクセル幅を用いた人体モデルの可視化図を図2-9に示す。本研究で用いる幾何マルチグリッド法では最大でボクセル幅32mm、4個の粗い人体モデルを用いる。図2-9より、ボクセル幅が大きくなるごとに人体モデルが粗くなっているのが分かる。次に粗い格子上の導電率の処理を表したものを図2-10に示す。図2-10の通り、細かい格子4つ分(人体モデルだとボクセル8つ分)が粗い格子に該当するので、粗い格子の導電率には細かい格子4つ分の導電率の平均値を代入している。図2-10より、粗い格子と細かい格子の導電率の関係を式で示すと次のようになる。

$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4}{4} \quad (7)$$

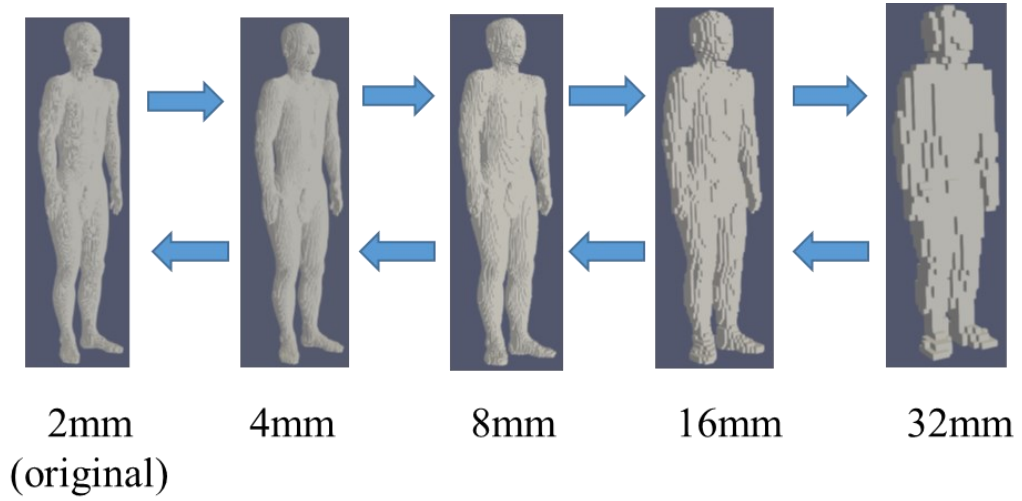


図 2-9 粗い人体モデルの可視化図

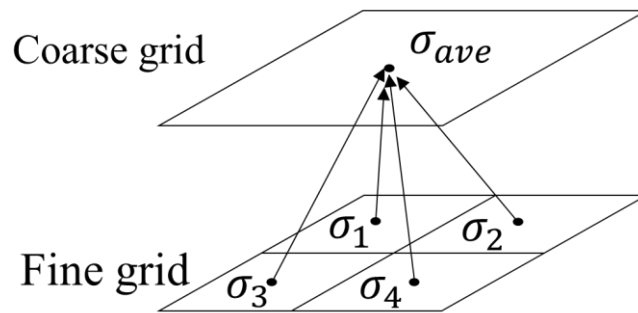


図 2-10 導電率の処理

2-5-2 補間演算手法

幾何マルチグリッド法の補間演算手法である制約・補間演算について表したものを図 2-11 に示す。

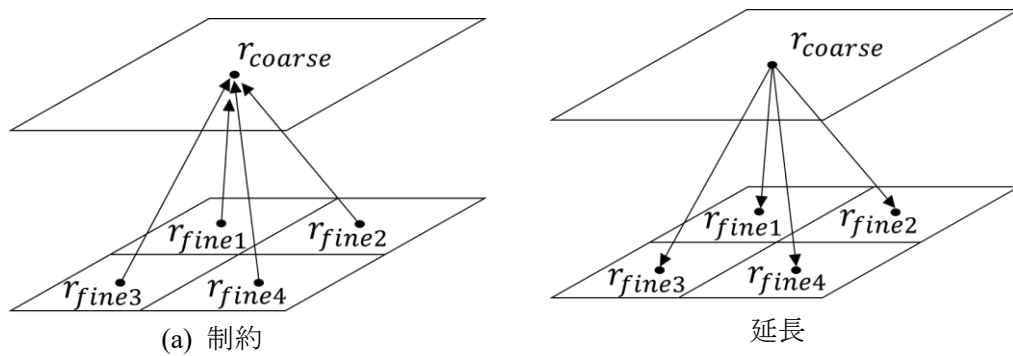


図 2-11 補間演算

制約演算では、粗い格子点上の残差を囲む細かい格子点上の残差の平均値をその粗い細かい格子点上の残差に代入し制約演算を行う。図 2-11(a) 制約を式で表すと次のようになる。

$$r_{coarse} = \frac{r_{fine1} + r_{fine2} + r_{fine3} + r_{fine4}}{4} \quad (7)$$

延長演算（図 2-11(b)）では細かい格子点上の残差に囲まれる粗い格子点上の残差の値をそのまま、その細かい格子点上の残差に代入する。

2-5-3 マルチカラーオーダーリング

幾何マルチグリッド法のスモオザーとして用いるガウスサイデル法を並列化させる手法として、マルチカラーオーダーリング[10]を取り入れる。マルチカラーオーダーリングとは、互いに独立で依存性のない要素同士を同じ「色」に分類し、その分類に従って、要素番号を再配置し、行列を再構成することによって、ガウスサイデル法や前処理の計算で使われる前進代入・後退代入の計算などのデータ依存がある処理を並列化可能にした手法である。実際に数値人体モデルにマルチカラーオーダーリング 2 色（赤・白）を適用し、メッシュに反映した可視化結果が図 2-12 である。図 2-12 より、赤、白が依存なく配置できていることが分かる。

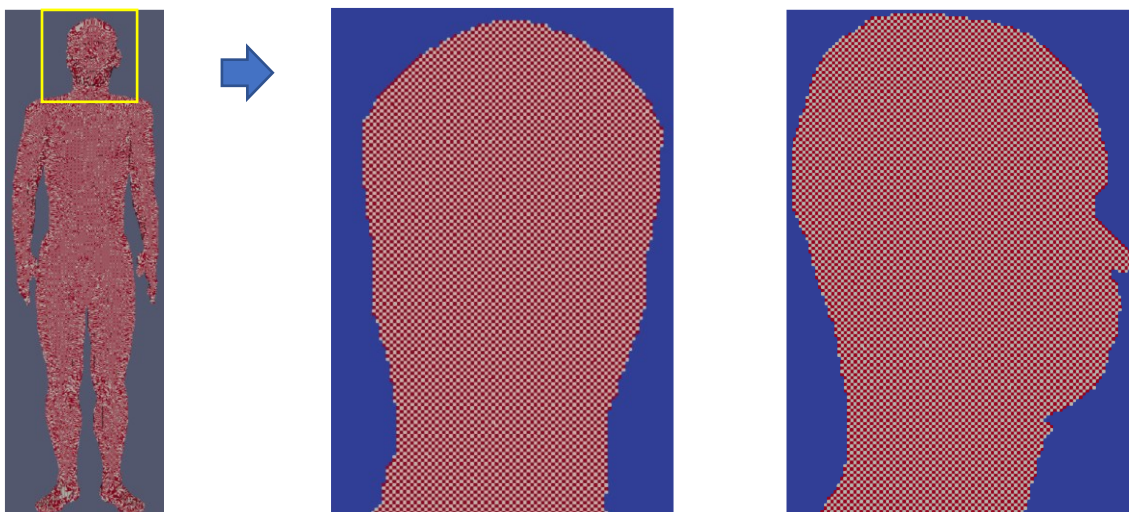


図 2-12 マルチカラーオーダーリング : 2 色

以上、幾何マルチグリッド法の簡単な詳細を説明した。尚、本幾何マルチグリッド法の詳細に関しては、筆者が投稿した論文[11]に記されているので、参考されたい。

2-6 計算実験Ⅱ（幾何マルチグリッド法）

先述した幾何マルチグリッド法を用いて、接触電流（電界）解析を行う。比較する線形代数ソルバとしては、2-4において、各並列数で最速の計算時間を示した SSOR とブロック IC 前処理付き CG 法を用いる。境界条件、計算環境は、2-4 の計算実験のものと同じとする。また、幾何マルチグリッド法の計算条件は表 2-6 のとおりである。

表 2-6 幾何マルチグリッド法の計算条件

Smoothing method	Gauss-Seidel method with and without MC ordering (Two colors)
Number of smoothing iterations	3
Solver for the coarsest grid	CG method with diagonal scaling preconditioning
Cycle	V-cycle
Number of grids	3

2-6-1 計算結果

図 2-13 に、幾何マルチグリッド法(GMG)、ブロック ICCG 法 (64 並列)、2-4 で最も良い収束性を示した SSORCG 法の収束履歴を示す。

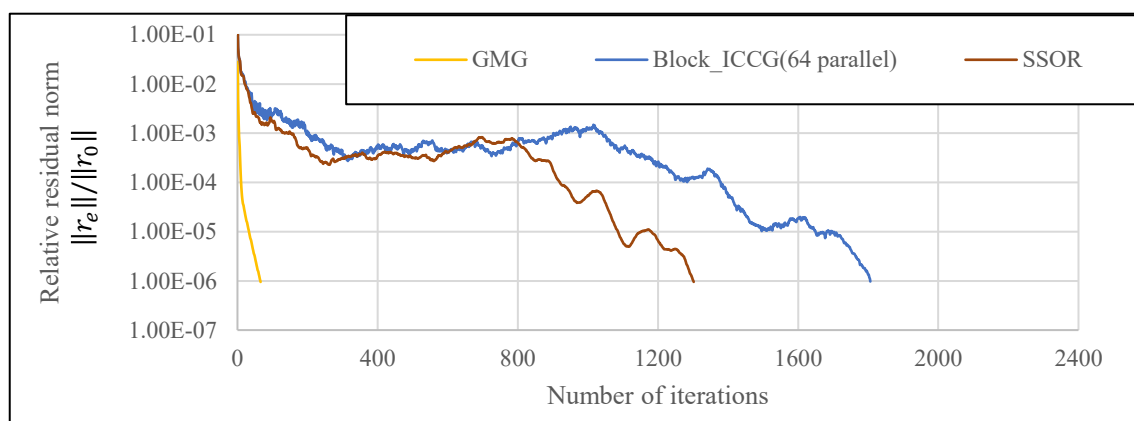


図 2-13 各線形代数ソルバの収束履歴

図 2-13 より、幾何マルチグリッド法 (GMG) の残差は他の手法の残差と比較して急峻に落ちていることが分かる。2-4 で最も良い収束性を示した SSOR の反復回数は、1,302 回に対して、今回用いた幾何マルチグリッド法は、66 回で収束しており、SSOR の約 5%の反復回数で計算が完了した。

次に、各手法の計算時間を表 7 に示す。'†'を付した数値は最速の計算時間を示す。'*'を付した数値は 2-4 節の計算実験で最速の計算時間を示す。

表 2-7 各手法の計算時間の比較

Num. of parallel	GMG without MC [sec]	GMG with MC [sec]	Block IC [sec]	SSOR
1	294 [†]	321	1278	1,124*
2	243	163 [†]	670*	809
4	218	84 [†]	340*	656
8	207	42 [†]	185*	579
16	202	24 [†]	95*	541
32	202	18 [†]	56*	528
64	207	18 [†]	40*	528

表 2-7 より、幾何マルチグリッド法とマルチカラーオーダリングを用いることで、2-4 節の計算実験で有効であった、ブロック IC、SSOR より各並列数とも圧倒的に速い時間で計算を終えることができていることが分かる。2-4 節で最速を示した線形代数ソルバの 23~45% の計算時間で幾何マルチグリッド法は計算が完了した。

図 2-14 に、各ソルバの並列化効率（並列数ごとの高速化率（逐次実行/並列実行））を示す。

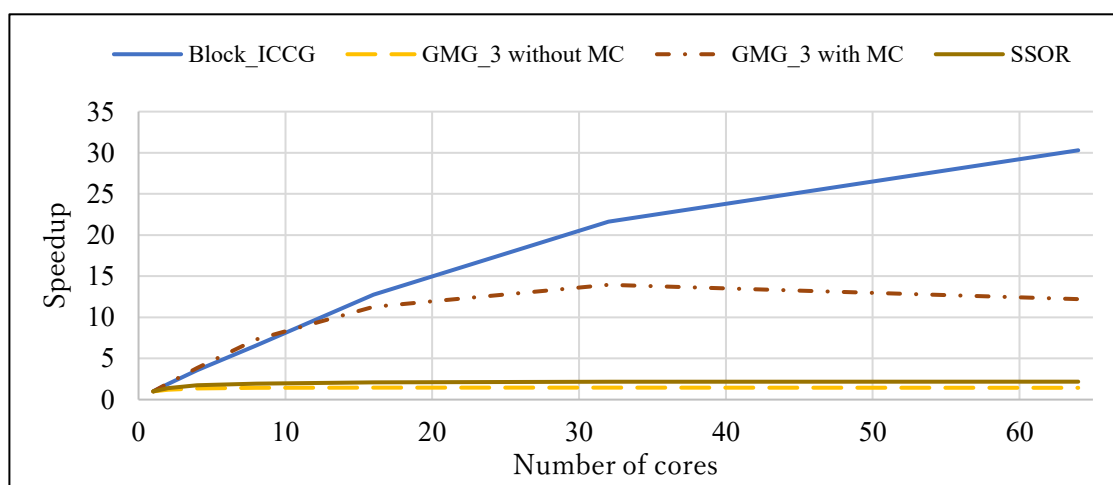


図 2-14 各線形代数ソルバの並列化効率

図 2-14 より、もともと計算量の多い、ブロック IC の並列化効率には及ばないが、マルチカラーオーダリングを用いることで、ほぼ 1 に等しかった幾何マルチグリッド法の高速度化率を約 10 倍以上に上げることができている。これらの結果から、数値人体モデルを用いた接触電流（電界）解析における幾何マルチグリッド法の有効性を示すことができた。

2-7 本研究の着想背景

本節では、SPFD 法で構築される、大規模連立方程式において、線形代数ソルバとして、幾何マルチグリッド法を用い、他の線形代数ソルバとの比較により、本ソルバの数値人体モデルにおける有効性を導き出すことができることを示した。しかしながら、先述した通り、数値人体モデルはボクセルを基礎に構築されるモデルで構築されるため、本研究の接触電流（電界）解析もとより、低周波電界・磁界曝露解析、高周波電磁界解析など、電磁界環境でさらされるすべての数値解析には、階段近似誤差が含まれている。この階段近似誤差を解決するため、異材境界の階段形状の角点を滑らかにするメッシュスムージングが提唱されているが、本手法はマーチングキューブ法を応用する手法で、本手法のアルゴリズムの中には、細分化が含まれており、メッシュサイズは、元のモデルの約 8 倍程度増加し、さらに計算精度を上げるための細分化となると、当然ながら計算時間も大幅に増加する。本研究では、このメッシュスムージングによる計算時間に対して、この過去の研究で検討した、幾何マルチグリッド法が有効ではないかと考える。

実はいうと、数値人体モデルを用いた SPFD 法で構築される接触電流（電界）解析において、後に検証する、本研究における数値結果からもわかる通り、幾何マルチグリッド法は収束しないはずであると筆者は考える。では、なぜ、過去の研究において、幾何マルチグリッド法が収束したのかと問えば、過去の研究で用いた SPFD 法はボクセルの重心に節点を配置する特殊な SPFD 法であるからである。一般的な SPFD 法、もとより差分法は、節点はボクセルの頂点に配置される。節点がボクセルの頂点に配置されることにより、異材境界の節点は電流の流れが急激に変化する特異点となり、階段近似誤差の影響を受けてしまい、結果的に、幾何マルチグリッド法の補間演算の精度を悪化させ、収束性が悪化するのである。材料数の少ないモデルなら、幾何マルチグリッド法が収束する可能性があるが、数値人体モデルのような、材料数が多いモデルの場合は収束しない（これは後の章の数値実験で得られる）。これに対して、ボクセルの重心に節点が存在する場合は、異材境界に節点が配置されることはなく、特異点の影響を抑えることができる。これが、過去の研究で幾何マルチグリッド法が収束した理由であると考察している。数値人体モデルにおいて、幾何マルチグリッド法を収束させるカギは、階段近似誤差の影響の緩和であると考えている。

しかしながら、このボクセル重心に節点が置かれる特殊な SPFD 法において、本当に節点を境界部分に置かなくていいのかというのは議論の余地があり、節点が頂点に配置されている状態で、幾何マルチグリッド法を収束させることが重要であると考えている。そこで、本研究では、階段近似誤差を軽減するために、ボクセル頂点に節点のある数値人体モデルに、マーチングキューブ法を応用したメッシュスムージングを適用し、そのメッシュスムージングされた数値人体モデルに対して、直交格子を基本とする SPFD 法では対応できない非構造格子において、混合要素（非構造格子）を用いた有限要素法を用いて離散化を行い、混合

要素に特化した、幾何マルチグリッド法の適用を行うことで、高精度かつ高速な接触電流（電界）解析を実現することを考えている。これが、過去の研究から得られた、本研究の着想背景である。次章では、メッシュスムージング手法である、マーチングキューブ法について、詳細を解説する。

参考文献

- [1]NICT, 「国立研究法人情報通信研究機構」, URL: <http://www.nict.go.jp/>, 2021/09/14.
- [2] T. Nagaoka, S. Watanabe, K. Sakurai, E. Kunieda, S. Watanabe, M. Taki and Y Yamanaka “Development of realistic high-resolution whole-body voxel models of Japanese adult males and females of average height and weight, and application of models to radio-frequency electromagnetic dosimetry,” *Phys. Med. Biol*, Vol.49, pp.1-15, 2004.
- [3] H Tarao, H Kusuti, L Korpien, N Hayashi, K Isaka, “Effects of tissue conductivity and electrode area on internal electric fields in a numerical human model for ELF contact current exposures, ” *Phys. Med. Biol*, vol.57, pp.2981-2996, 2012.
- [4] A. Hirata, K. Yamazaki, S. Hamada, Y. Kamimura, H. Tarao, K. Wake, Y. Suzuki, and O. Fujiwara, “Intercomparison of induced fields in Japanese male model for ELF magnetic field exposures,” *Radiation Protection Dosimetry*, vol.138, pp.237-244, 2010.
- [5] 太良尾 浩生, 武居 周, 林 則行, 伊坂 勝生, 「均質人体モデルを用いた低周波平等電界ばく露によるモデル内誘導電界の推定」, 電気学会論文誌A, vol. 139, No. 12, pp. 697-698, 2019.
- [6] R. Barrett, M. Berry, T. F. Chan, J. Demmel, J. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine and H. van der Vorst, *Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods*, Philadelphia, USA, SIAM, 1994. (邦訳) 長谷川里美, 長谷川秀彦, 藤野清次, *反復法 Templates*, 朝倉書店, 東京, 1996.
- [7] K. Aga, A. Hirata, I. Laakso, H. Tarao, Y. Diao, T. Ito, Y. Sekiba, K. Yamazaki, "Intercomparison of in situ electric fields in human models exposed to spatially uniform magnetic fields", *IEEE Access*, Vol. 6, pp70964 - 70973, Nov.,2018.
- [8] 野村政宗, 太良尾浩生, 武居周, 「解剖学的人体データを用いた体内電流密度解析における前処理手法の性能評価」, 電子情報通信学会論文誌 C, 電子情報通信学会, Vol.J101-C, pp.400-409, 2018.
- [9] W. Hackbusch: “Multi-Grid Methods and Applications” , Springer, Berlin, 1985.
- [10] 岩下武史, 島崎眞昭, “同期点の少ない並列化 ICCG 法のためのブロック化赤一黒順序付け”, 情報処理学会論文誌, Vol.43, No.4, pp. 893-904, 2002.
- [11] M. Nomura, H. Tarao, A. Takei, "Analysis of Current Density Inside Human Body Using Geometric Multi-Grid Method", *IEEE Transactions on Magnetics*, IEEE, Vol. 55, DOI: 10.1109/TMAG.2019.2903320, 2019/7

第3章 マーチングキューブ法

3-1 マーチングキューブ法の詳細

本研究でメッシュスムージング手法として導入するマーチングキューブ法[1]とは、主にコンピュータグラフィックスで用いられる技術で、スカラーデータにより構成された3次元ボリュームデータをポリゴンデータに変換する(図3-1)アルゴリズムである。

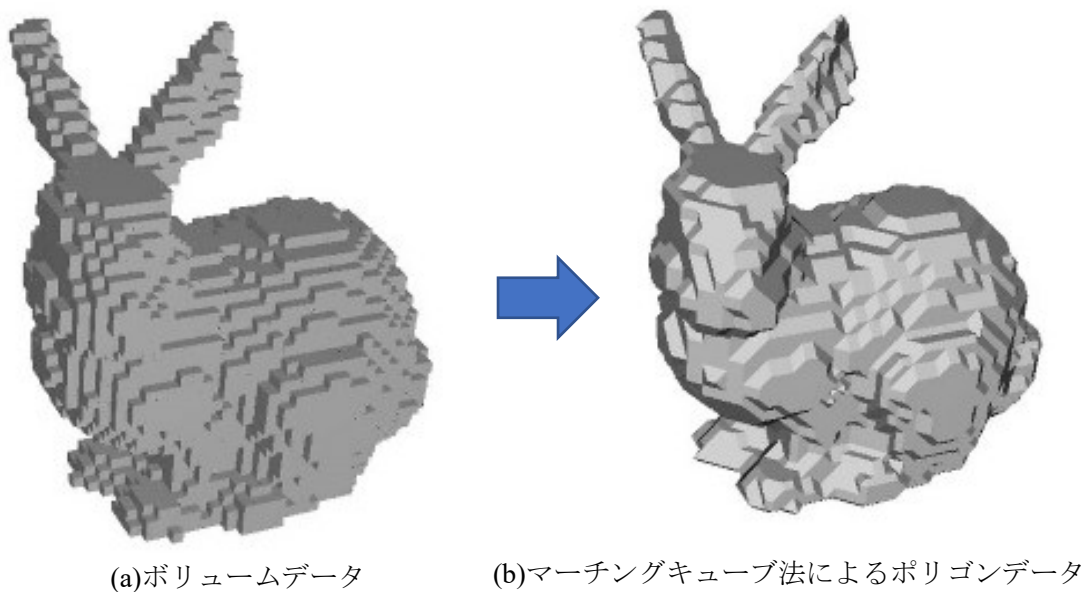


図3-1 ウサギのモデルに対するマーチングキューブ法の適用[2]

マーチングキューブ法では、まず、互いに隣接する8個のボクセルの組を考え、ボクセルの値がある閾値より高い場合は1(黒)を、高くない場合は0(白)を返す。0 or 1を指定する閾値の設定の仕方はユーザー次第であり、ほとんどの場合は、そのボリュームデータが、境界の内側にあるのか外側にあるのかで決定する。0、1の組み合わせは全部で256通りあるが、対称性、反転を考えると、図3-2の15通りに絞られる。それぞれのパターンに対して三角形ポリゴン群を割り当て、ボクセルの角点を除去する。しかしながら、マーチングキューブ法で表されるデータは、2次元の多角形で表される表面のデータであり、数値人体モデルは当然ながら、中身のあるボリュームデータであるため、マーチングキューブ法を数値人体モデルに適用した後のメッシュデータはボリュームデータである必要がある。そこで、本研究では、マーチングキューブ法を適用した2次元の表面形状をボリュームデータで表現するため、四面体要素の他、六面体要素、プリズム要素、ピラミッド要素を用いてスムージングメッシュの作成を行う。

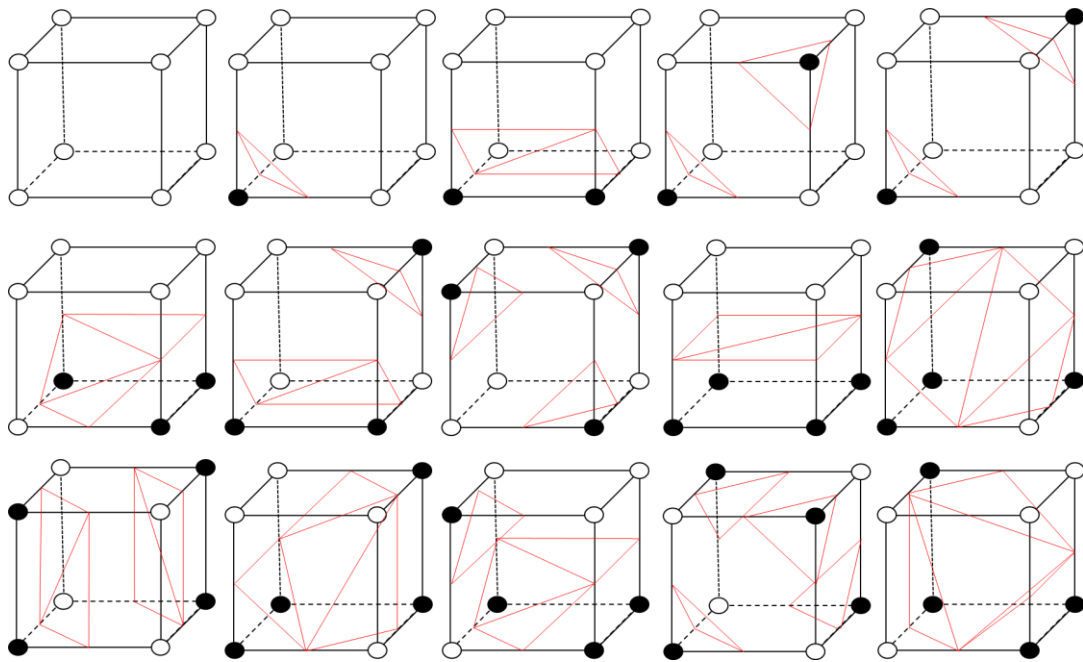


図 3-2 0 (白)、1 (黒) に対するポリゴンの生成パターン

本研究で開発したボクセルモデル（数値人体モデル）に対するマーチングキューブ法のアルゴリズム（図 3-3）は、(a) 異材境界判別、(b) 細分化、(c) スムージングの 3 つの手順で行われる。

(a) 異材境界判別

隣り合う 8 つのボクセルの組を考え、ボクセルの 8 つの中心点を頂点に構成される立方体を考える。中心点はそれぞれ材料番号を持つ。図 3 では 0 と 1 に属する物質（黒）と、2~7 に属する物質（白）の異材境界を考えている。黒を 1、白を 0 として 2 進数を作成し、境界パターンを区別する。

(b) 細分化

(a) のプロセスで作成された立方体を 8 つの小立方体に分割する。この小立方体単位で、(a) で判別された、境界パターンに合った図 3-2 のマーチングキューブ法の適用パターンに即した四面体要素、六面体要素、プリズム要素、ピラミッド要素 分割（図 3-4）を行う。

(c) スムージング

異材境界に四面体、六面体、プリズム、ピラミッド要素の挿入を行う。図 3-3(c) の例では異材境界の階段箇所に関して、プリズム要素を挿入することにより、異材境界の 90 度角に 45 度の斜面が挿入され、角は 135 度にスムージングされる。

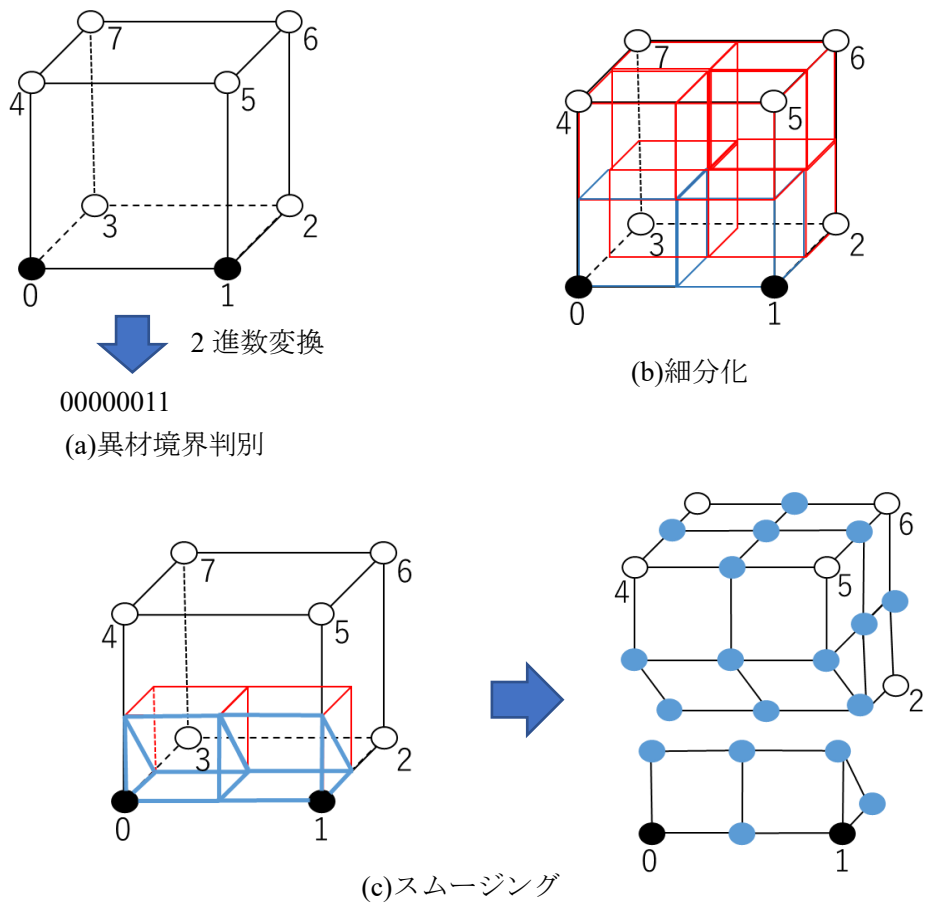


図 3-3 本研究で提案したマーチングキューブ法を応用したメッシュスムージング

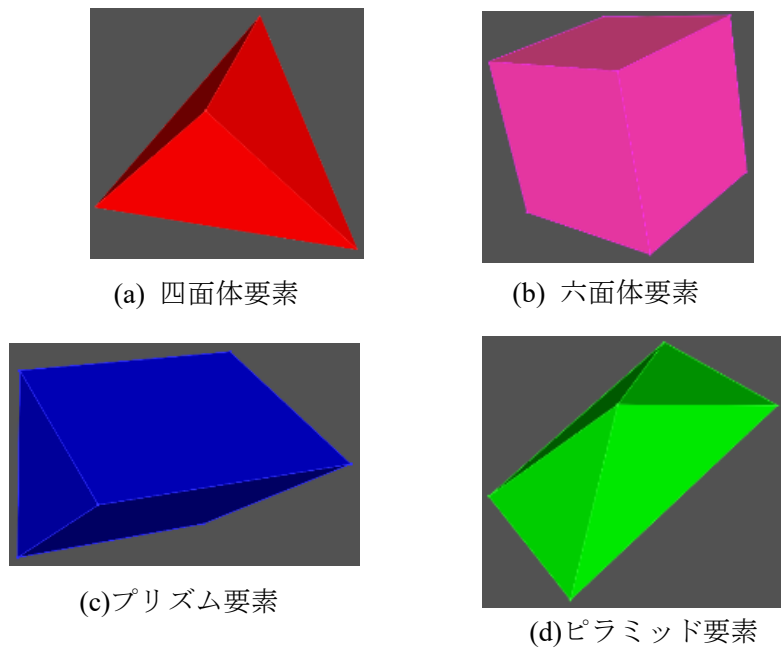


図 3-4 メッシュスムージングで用いられるボリューム要素

実際に、マーチングキューブ法のパターン（境界パターン）に即した、四面体、六面体、プリズム、ピラミッド要素分割は図 3-5 の通りになる。図 3-5 では、マーチングキューブ法が適用される回数の多い、代表的な境界パターン 4 つを示している。

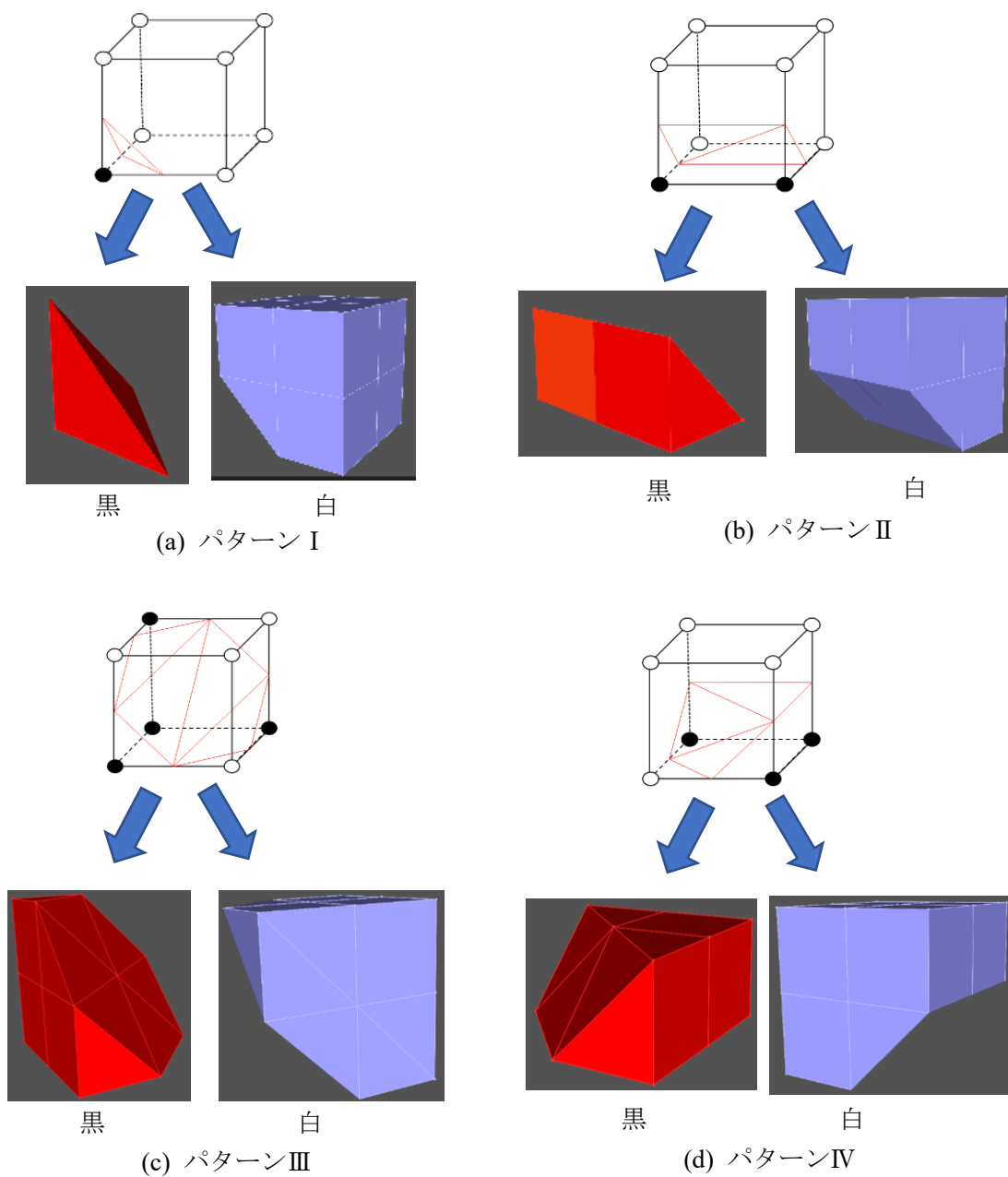


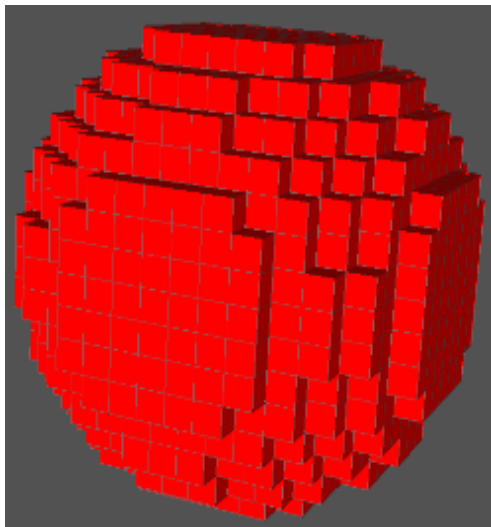
図 3-5 境界パターンで要素分割されるメッシュの可視化図

3-2 ボクセルベースの球体モデルへの マーチングキューブ法の適用・検証

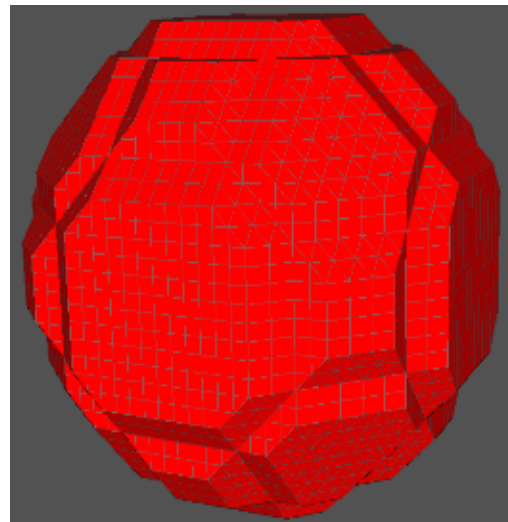
本研究では、立方体の中にボクセルで近似された球体モデル、さらに、それにマーチングキューブ・アルゴリズムを適用したスムージングモデル、その 2 つの解析値の参照値として、階段近似ではない、CAD により作成した表面パッチを用いた曲面形状モデルの 3 つの球体モデルを作成する。なお、ボクセルベースの球体モデルは以下の、球面を表す方程式を用いて、作成する。

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2 \quad (1)$$

球体に関しては、直径を 11 に対して、中心座標を、(5, 5, 5) に設定して作成する。刻み幅 1 の時の球体モデル、それに対してマーチングキューブ法を適用したスムージングモデルをそれぞれ図 3-6 に示す。



(a) ボクセルモデル



(b) スムージングモデル

図 3-6 作成した球体モデルのメッシュの可視化図

図 3-6 より、マルチグリッド法を用いたメッシュスムージングを行うことで、ボクセル球体モデルの、階段近似の 90° の角点も 135° にスムージングされていることが分かる。また、各モデルの要素数について、ボクセルモデルは、8,000 個に対して、スムージングモデルは、67,216 個であり、要素数は約 8 倍に増加した。スムージングアルゴリズムの中の、細分化の部分で、1 つのボクセルは 8 つのボクセルに分割されることから、このスムージング適用による、要素数増加の大部分は、細分化によるものである。

3-2-1 計算実験

実際に、作成したボクセルモデルとそれにマーチングキューブ法を適用したスムージングモデル、階段近似のない CAD 由来の曲面形状モデルを用いて静電界解析を行う。図 3-7 に、曲面形状モデルを示している。尚、モデルの大きさは、人体モデルの寸法に近づけるため、作成した球体モデル(11×11×11)の 10 分の 1 のモデル (1.1×1.1×1.1) を用いている。

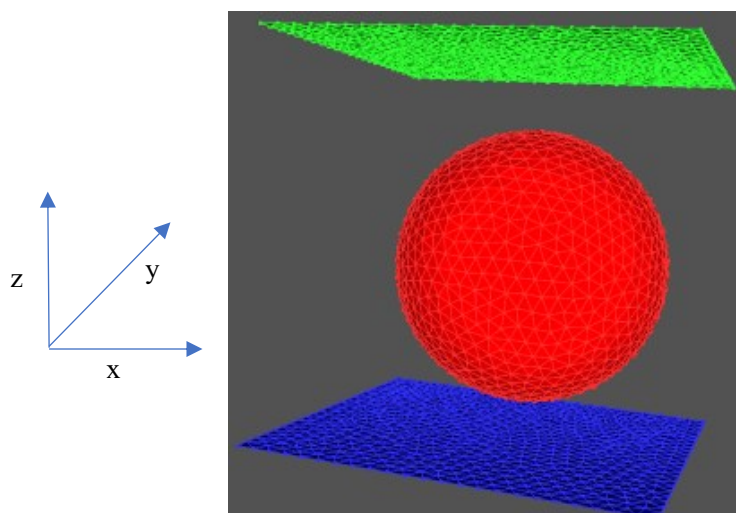


図 3-7 CAD により作成した曲面形状モデルのメッシュの可視化図

図 3-7 において、緑、青の平板は境界条件（電極）を当てる領域を示している。境界条件としては、上端（緑）に 100[V]、下端（青）に 0[V]を与え、静電界解析を行う。また、球体とそれを取り囲む領域の導電率については、球体は、2 [S/m]、球体を取り囲む領域は、 10^{-5} [S/m]の導電率を与えている。尚、これらの導電率については、それぞれ、脳脊髄液、体内空間の空気に相当する導電率を与えており、実際にこの 2 種境界の組み合わせは数値人体モデルに存在し、最も、導電率の対比が著しい組み合わせである。ここで用いられる、図 3-6 のボクセルモデルについては、形状として、図 3-7 の球体モデルと差異がほとんどなくなるまで、刻み幅を細かいものを使っている。3 つのモデルの自由度は、ボクセルモデルが約 550 万、スムージングモデルが約 550 万、参照値として用いる曲面形状モデルが約 560 万である。解析手法としては、有限要素法を用い、解析コードとしては、非構造格子に対して、有限要素法を適用でき、さらに細分化まで行うことのできるシミュレーションフレームワーク UG4（後の章で説明）を用いる。解析で用いる計算機の仕様は以下の通りである。

表 3-1 計算機の仕様

CPU	Intel Core i7-7700K @ 4.20GHz
Num. of cores	8
Memory	DDR4 32GB ×4
Operating system	CentOS 7.6
Compiler	g++ 4.8.5

3-2-2 計算結果

静電界解析で得られた結果を可視化したものを図 3-8 に示す。図 3-8 は 3 つのモデルの電圧[V]を可視化したものであり、y 軸上(y=0.3)で切った、z-x 平面での断面図である。

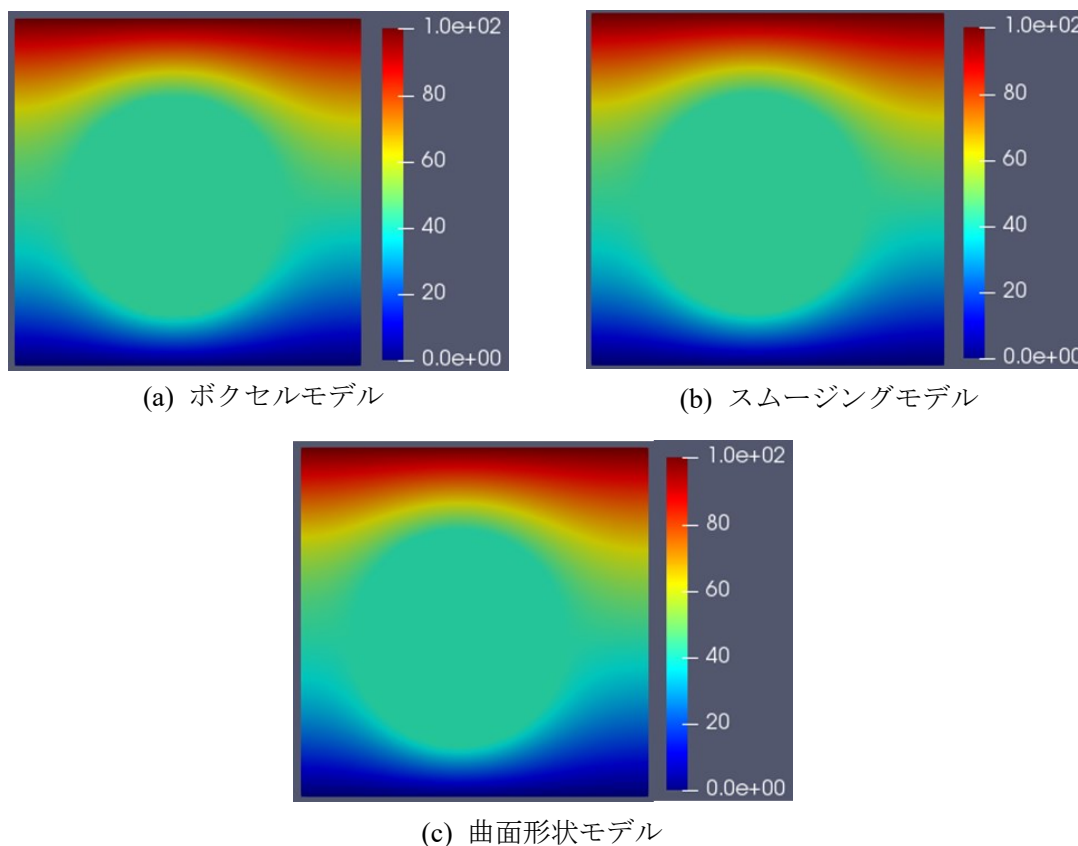


図 3-8 各モデルの電位[V]の可視化図

電圧値の可視化に関して、どのモデルも相違はないことが分かる。このことから、解析は適切にできていることを確認した。次に、この電圧値において、勾配 (gradient) をとった、電界強度[V/m]の可視化図を図 3-9 に示す。図 3-9 は、特に階段近似誤差の影響が顕著に表れた、y 軸上の電界強度の断面図である。

電界強度の可視化に関しては、曲面形状モデル、スムージングモデルの電界の最大値がそれぞれ、約 295[V/m]、約 299[V/m]であるのに対し、ボクセルモデルは約 385[V/m]で、他のモデルと比較して高いことが分かる。また、図 3-10 に、ボクセルモデルにおいて、カラーバーの最大値をスムージングモデル、曲面形状モデルのものに、変えたものを図 3-10 に示す。図 3-10 から、ボクセルモデルにおいて、球体モデルの境界付近に電界強度の高い部分があることが分かる。これは、ボクセルモデルにおける異材境界の階段近似による影響である。ここで、図 3-9 及び図 3-10 の可視化図において、円の上端の境界部分を拡大したものを、図 3-11 に示している。図 3-11 から、スムージングを行うことによって、ボクセルモデルで現れている、電界強度の過大評価 (階段近似誤差) が、緩和され、曲面形状モデルの可

視化結果に電界強度が近づいていることが分かる。これらのことから、ボクセルモデルにおけるマーチングキューブ法を応用したメッシュスムージングの有効性を示すことができた。

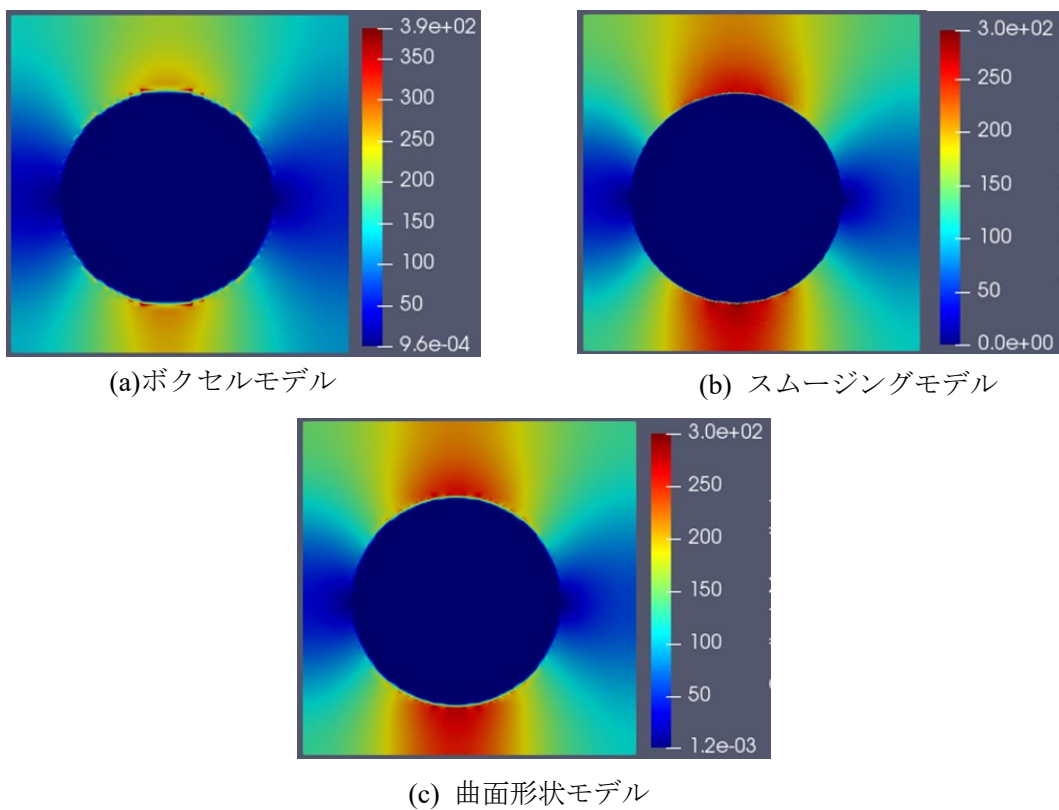


図 3-9 各モデルの電界強度[V/m]の可視化図

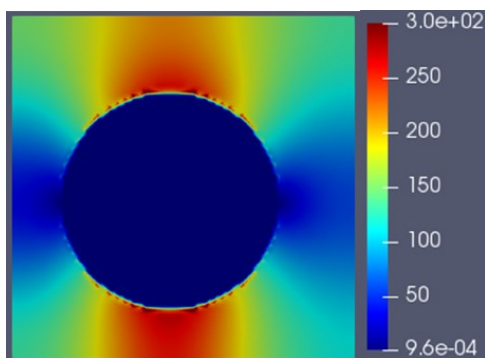
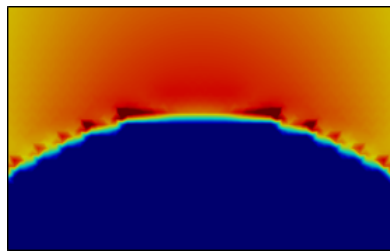
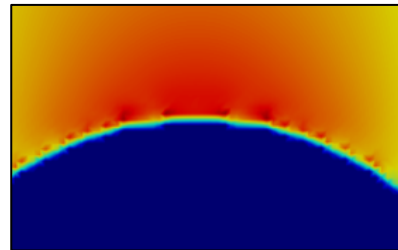


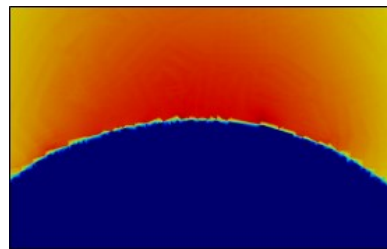
図 3-10 ボクセルモデル (カラーバーの最大値を統一)



(a) ボクセルモデル



(b) スムージングモデル



(c) 曲面形状モデル

図 3-11 電界強度の可視化図（上端部分の拡大図）

3-3 3 種境界条件の処理

～拡張マーチングキューブ法の適用～

先述したマーチングキューブ法は元来 2 種境界をスムージングするための手法であるが、当然ながら、数値人体モデルには、2 種境界のほかに 3～8 種の境界が存在する可能性がある。表 3-2 に調査した数値人体モデルに含まれる異種境界の数を示している。

表 3-2 各異種境界の個数

境界の種類	個数	総計に対する割合
2 種境界	2,863,717 個	83.8%
3 種境界	531,771 個	15.6%
4 種境界	21,993 個	0.643%
5 種境界	398 個	0.0116%
6 種境界	2 個	0.000058%
7 種境界	0 個	0%
8 種境界	0 個	0%
総計	3,417,881	/

表 3-2 において、境界における異種材料の数が多くなるほど、その境界の数は少なくなり、4～8 種境界までは 1%以下に収まることが分かる。しかしながら、3 種境界については、15.6%ほどあり、十分無視できる値ではないので、3 種境界において、スムージングする方法を考える必要がある。

3 種境界には図 3-12 のように、スムージング出来るパターンとスムージングが不可能なパターンがある。3 種境界において、図 3-12-(a) のように 異なる物質へのつながりが 1 つのみの物質が 1 つ（あるいは、ある物質要素によって 2 つの物質要素が分断されている場合）でもあればスムージングすることができる。しかしながら、図 3-12-(b) のように、ある物質がすべての物質とつながっていればスムージング不可能である。実際の数値人体モデルにおいて図 3-12-(b) のような 3 種境界の組み合わせは、ごく少数であり、3 種境界のほとんどは、図 3-12-(a) のような組み合わせである。

3 種境界において、スムージング出来るパターンについては図 3-13 のように、まず、3 種境界のパターンを 3 つの 2 種境界パターンに分割し、そのあと、それぞれの物質要素で依存しないパターンを足し合して、新しい 2 種境界パターンを構築する。そして、そのパターンに適合するマーチングキューブ法を適用する。この提案された、3 種境界のスムージング手法を拡張マーチングキューブ法と呼ぶことにする。

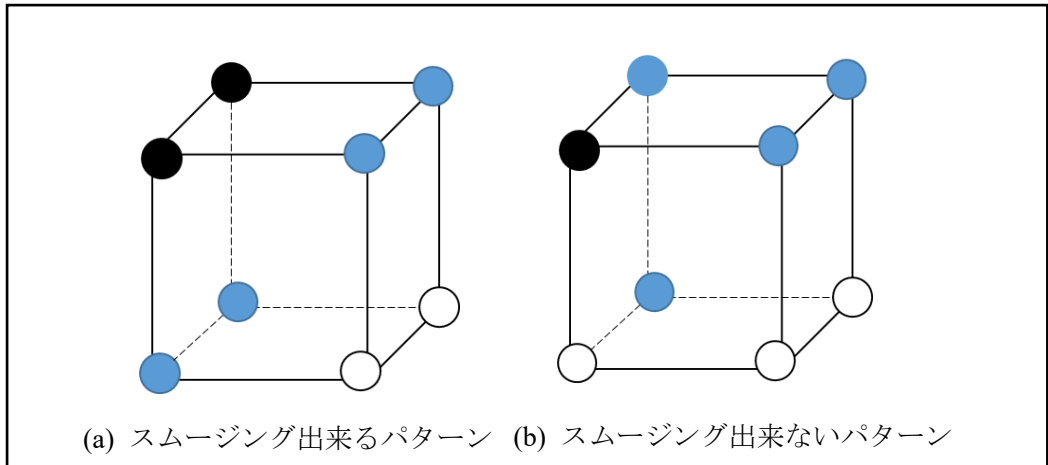


図 3-12 各 3 種境界パターン

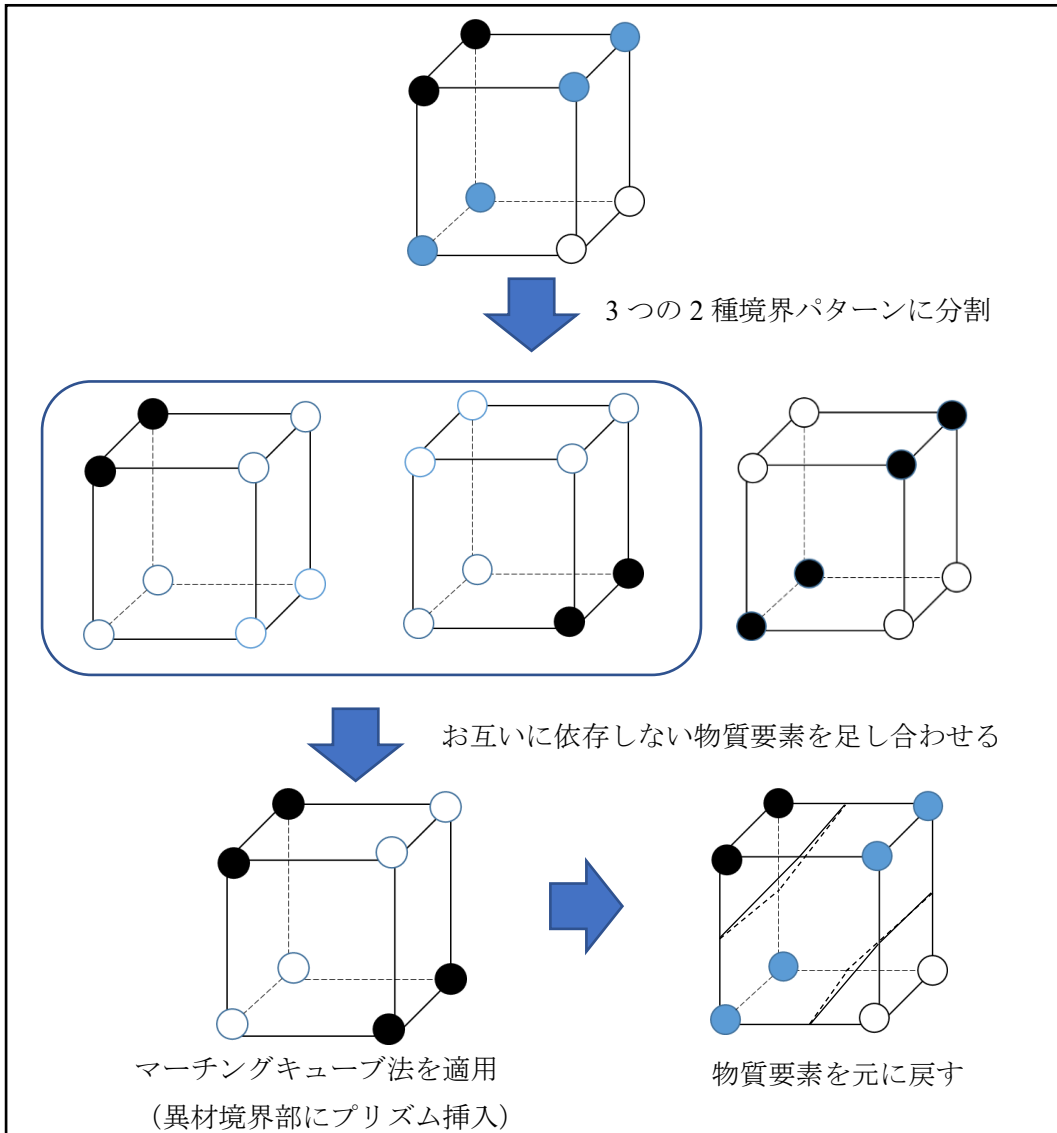
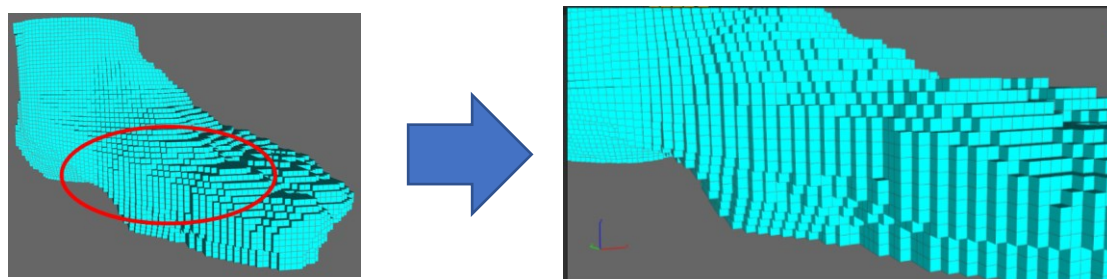


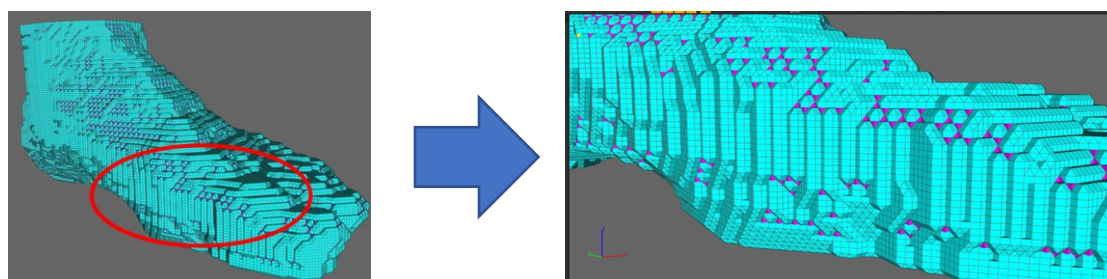
図 3-13 拡張マーチングキューブ法のアルゴリズム

3-3-1 数値人体モデルに対する拡張マーチングキューブ法の適用

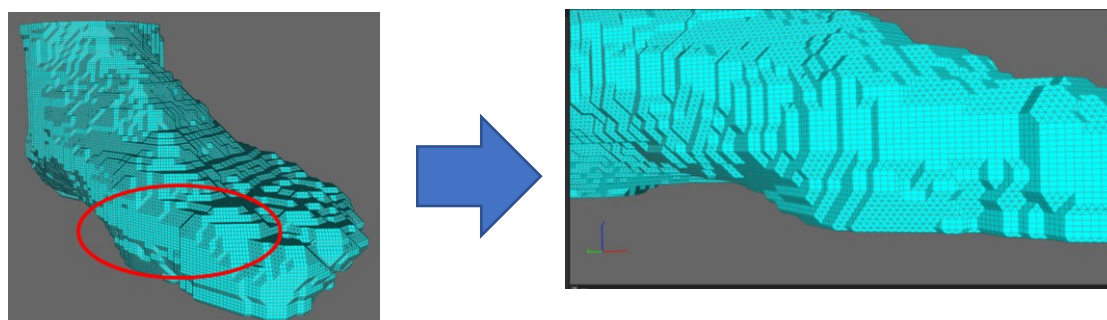
実際に数値人体モデルの左足に、拡張マーチングキューブ法を適用したものを図 3-14 に示す。図 3-14 から、マーチングキューブ法のみの場合、スムージングできない 3 種境界（空気、皮膚、脂肪）の影響で、脂肪（赤色）の要素がところどころ浮き出ているが、これに対して、拡張マーチングキューブ法は、その 3 種境界をスムージングすることができてきれいになっていることが分かる。更に、図 3-15 より、皮膚の裏側の脂肪の要素をしてみると、マーチングキューブ法のみは、ところどころに 90° の角点が見られ、3 種境界のところでスムージング出来ていないことが分かるが、一方で拡張マーチングキューブ法においては、きれいにその 90° 角点が取れていることが分かり、適切に 3 種境界の脂肪の要素をスムージング出来ていることが分かる。これらのことから、拡張マーチングキューブ法の有効性を確認した。



(a) ボクセルモデル

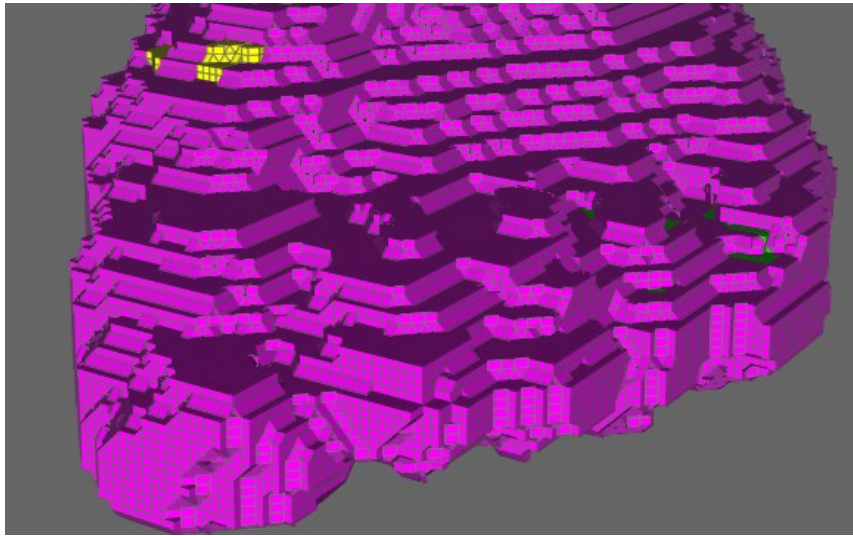


(b) マーチングキューブ法

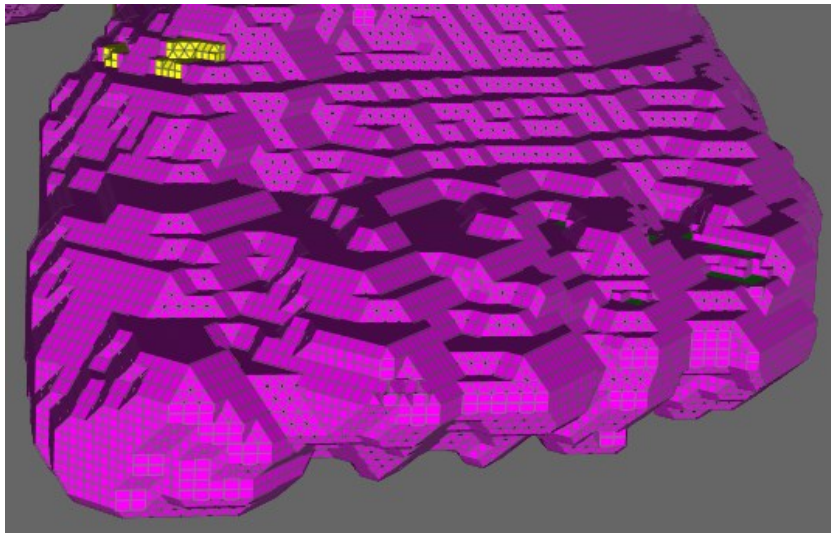


(c) 拡張マーチングキューブ

図 3-14 各数値人体モデルの左足



マーチングキューブ法



拡張マーチングキューブ法

図 3-15 皮膚の裏側の脂肪要素

参考文献

- [1] W. Lorensen, Harvey E. Cline, "Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm," Computer Graphics, Vol.21, No.4, pp163-169, Aug. 1987.
- [2] 「マーチングキューブ法」, URL: www.sanko-shoko.net/note.php?id=js3z

第4章 ラプラシアンスムージング

4-1 ラプラシアンスムージング

第3章において、オリジナルのボクセルベースモデルに、提案した拡張マーチングキューブ法を使用することで、2種境界だけでなく、3種境界も含んだ、階段状の異材境界の90°の角点を135°の角点にスムージングすることが出来ることを示した。本研究では、更に、スムージングされた135°の角点をスムージングする手法として、ラプラシアンスムージング[1]を取り入れ、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングの2段階スムージングを導入する。ラプラシアンスムージングとは、境界上の角点に関して、その角点の座標を直接移動することにより、メッシュをスムージングする方法である。マーチングキューブ法と違って、節点を移動するだけで、スムージングを行うことができるため、細分化は行われず、モデルの規模は増大しない。メッシュスムージングの詳細を説明するために、図4-1のような、7つの節点からなるメッシュを考える。

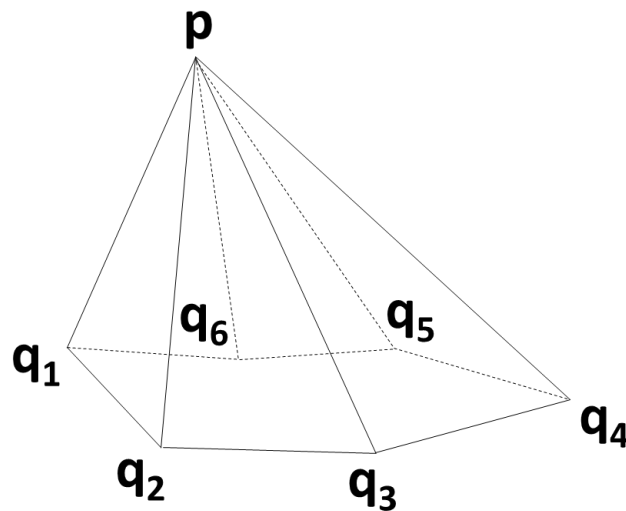


図4-1 ラプラシアンスムージングされるメッシュ

ここで、点 p は異材境界上の角点を示し、点 $q_1 \sim q_6$ はそれぞれ、点 p と接続している異材境界上の節点を示している。ラプラシアンスムージングでは、まずこの p と $q_1 \sim q_6$ のベクトルを考え、それらを足し合わせ、それらをベクトルの本数6で割り、平均をとる。これをラプラシアンオペレーター $L(p)$ と置くと、式は以下のようなになる。

$$L(p) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 (q_i - p) \quad (1)$$

この式によって、できたベクトルとメッシュの関係性は図4-2のようになる。

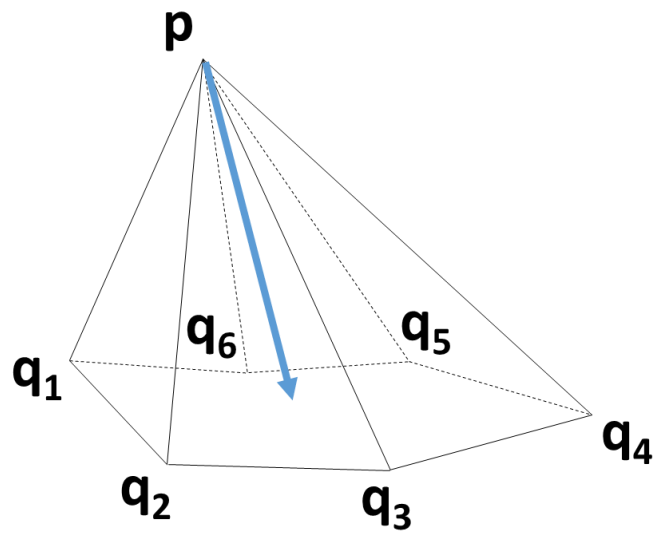


図 4-2 点 p における隣接節点の平均ベクトル

作成された、平均ベクトルは、メッシュ（図形）の重心を通るベクトルになる。この平均ベクトルと、節点 p を足し合わせることで、図 4-3 のような点 p の座標の移動を行う。

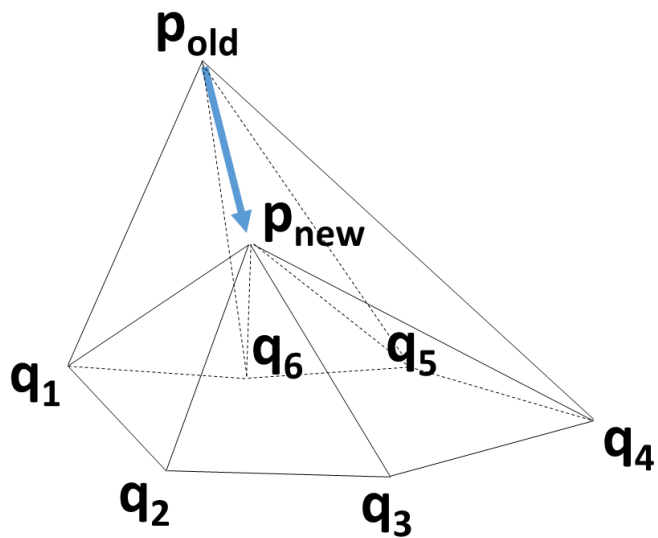


図 4-3 平均ベクトルによる節点 p の移動

これを、式に表すと以下のようなになる。

$$\mathbf{p}_{new} = \mathbf{p}_{old} + \lambda L(\mathbf{p}_{old}) \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{p}_{old} 、 \mathbf{p}_{new} は、それぞれ、ラプラシアンスムージング後の節点 \mathbf{p} を示している。また、 λ ($0 < \lambda < 1$) は、平均ベクトル上を移動する節点 \mathbf{p} の移動の度合を示す定数であり、

ユーザーが任意に決定する。図 4-3 に示した通り、 λ が小さすぎると、スムージングの度合いが小さくなり、また、大きすぎるとメッシュが小さくなる (shrink) し、形状がオリジナルと大きく変化するという問題点がある。また、スムージングによるモデルの体積変化の度合いは、マーチングキューブ法より、ラプラシアンスムージングのほうが大きい。

示したラプラシアンスムージングの計算は、1 反復のものであり、通常はラプラシアンスムージングされたモデルに対して、再びラプラシアンスムージングを適用するといったように、複数回適用 (図 4-4) し、メッシュをスムージングする。

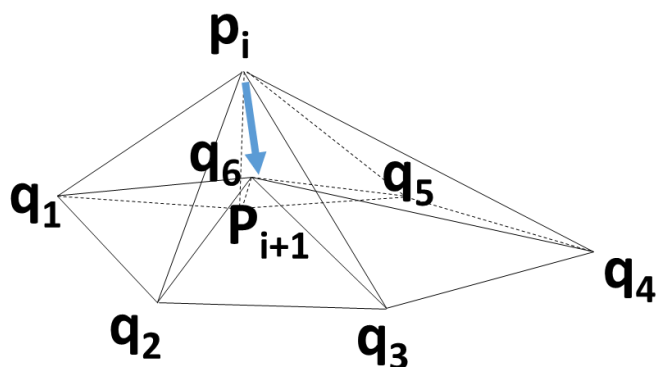
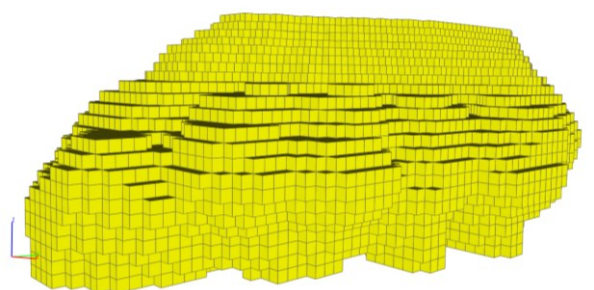
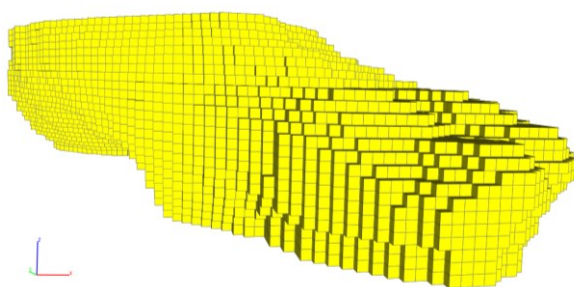


図 4-4 図 4-3 にラプラシアンスムージングを適用

実際に、数値人体モデルの左足にマーチングキューブ法でスムージングを適用し、さらに、そのメッシュの上から、開発したラプラシアンスムージングを適用したメッシュの可視化結果を下図に示す。ラプラシアンスムージングの $\lambda = 0.25$ 、反復回数は 10 回とする。

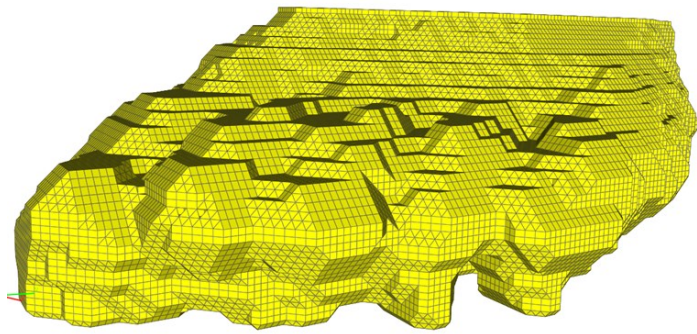


(a) 前面

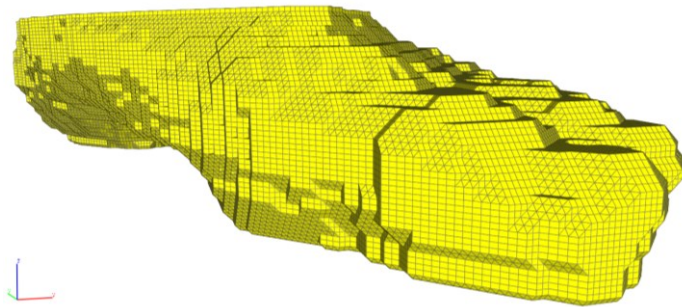


(b) 側面

図 4-5 ボクセルモデル (オリジナル)

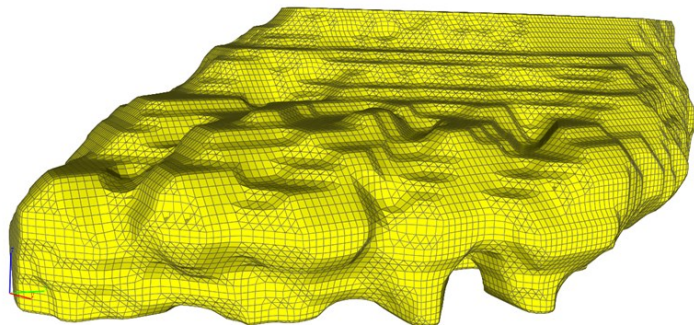


(a) 前面

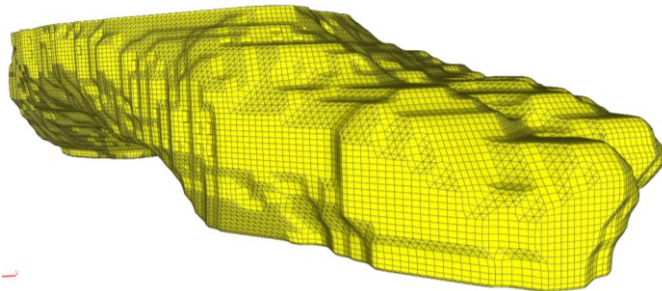


(b) 側面

図 4-6 拡張マーチングキューブ法のみ



(a) 前面



(b) 側面

図 4-7 拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージング

各モデルのメッシュの可視化図より、ラプラシアンスムージングを用いることで、拡張マーチングキューブ法でメッシュスムージングされ、新たにできた 135° の角点が除去され、境界形状が更に滑らかになっていることが分かる。また、各モデルの体積については、ボクセルモデル (オリジナル) が、約 $643.0[\text{cm}^3]$ に対して、拡張マーチングキューブ法モデルは、約 $642.5[\text{cm}^3]$ で、ほとんど減らないことが分かるが、一方でラプラシアンスムージングの体積は、 $596.5[\text{cm}^3]$ で、オリジナルと比較して体積が、約 9% 減少した。このように、ラプラシアンスムージングは、体積の減少具合が、拡張マーチングキューブ法より大きいといった問題点もある。このような問題を防ぐには、ラプラシアンスムージングのスムージング度合を示す係数 λ をより小さくすればよいが、それではラプラシアンスムージングの効果が薄れるといった問題もあり、いずれにしても、この λ については、可もなく不可もなく、ユーザー側が適度な値を設定する必要がある。本研究では、 λ については、この体積減少の割合の上限を 2 割減として、それを上回った時は、 λ の値を小さくする対処を行うとする。

また、ラプラシアンスムージングについて、ボクセルモデル (オリジナル) のメッシュの上から、ラプラシアンスムージングを適用したメッシュの可視化図を下図に示す。

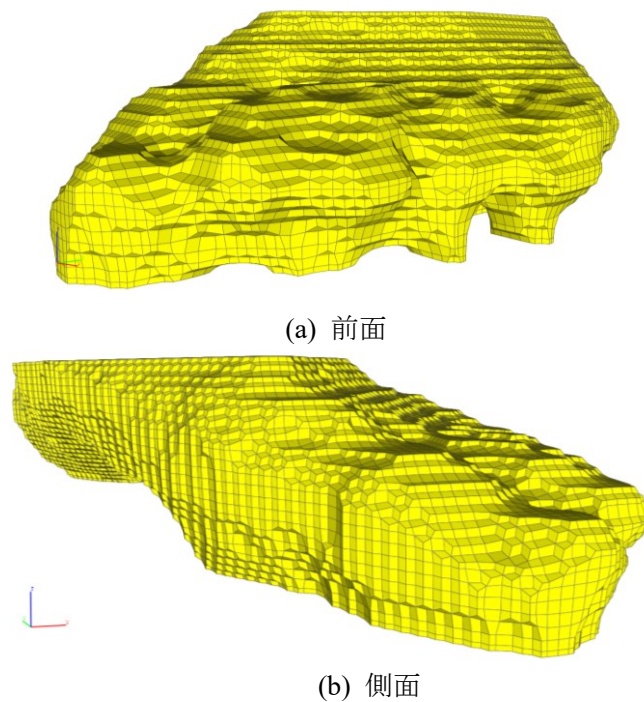


図 4-8 ラプラシアンスムージングのみ

可視化結果から、図 4-7 のマーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングのメッシュと比較して、ボクセルモデルのもともとの 90° の角点の影響が強く、なだらかではないことが分かる。また体積については、ラプラシアンスムージングのみのモデルは、 λ と反復回数は図 4-7 と同じであるのにも関わらず 549.3 であり、オリジナルと比較し、15%ほど体積が減少し、体積減少の割合が、マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングより大きいことが分かった。

4-2 マーチングキューブ法のスムージングモデルでのラプラシアンスムージングの適用・検証

第3章で用いた、ボクセルベースの球体モデルにマーチングキューブ法でスムージングを行ったスムージングモデルに対してラプラシアンスムージングを適用し、階段近似のないCAD由来により曲面形状を再現した球体モデルを参照値として、ボクセル球体モデル（オリジナル）、拡張マーチングキューブ法（マーチングキューブ法と記す）のみの球体モデル、マーチングキューブ+ラプラシアンスムージングでの球体モデルとの間で静電界解析を行い、精度評価を行う。

実際に球体モデルに対して、マーチングキューブ+ラプラシアンスムージングを適用したメッシュの可視化結果を下図に示す。ラプラシアンスムージングの $\lambda=0.25$ 、反復回数 $n=10$ に設定している。可視化図から、ラプラシアンスムージングを適用することで、マーチングキューブ法のみ 135° の角点 ϕ が、滑らかになっていることが分かる。また、形状も球体に近づいており、階段近似のないCAD由来の曲面形状の球体モデルに形状が近づいていることが分かる。また、各モデルの体積については、オリジナルが263なのに対して、マーチングキューブ法のみ $n=10$ のモデルは、261でほとんど減少はしないが、一方で、マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングのモデルは、体積が、220となり、約15%体積が減少した。

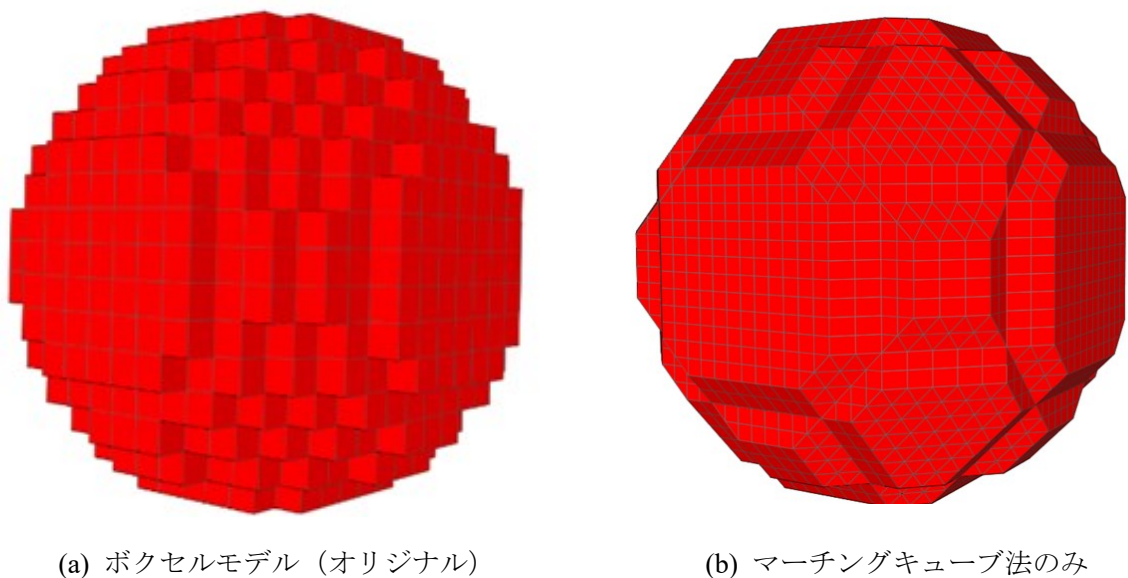
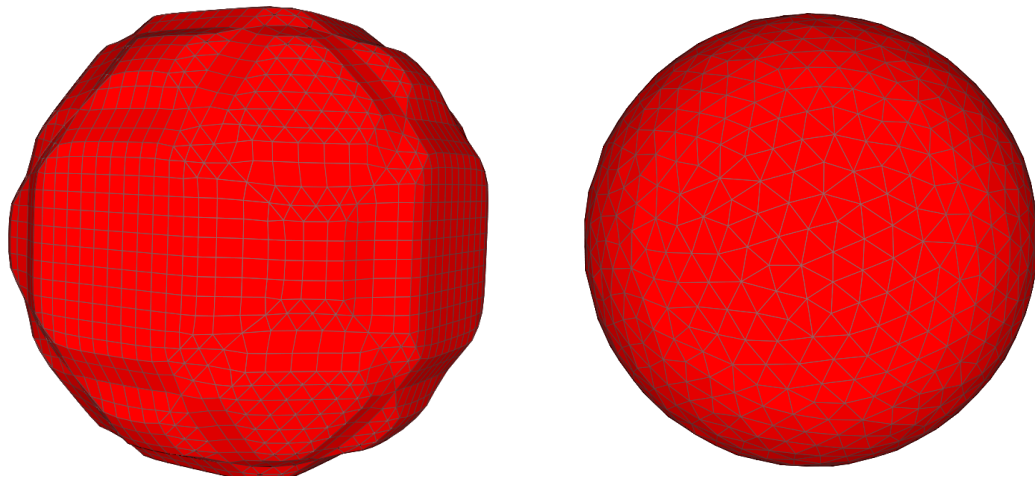


図 4-9 球体モデルの可視化図 I



(a) マーチングキューブ+ラプラシアンスムージング (b) CAD 由来曲面形状モデル

図 4-10 球体モデルの可視化図 II

4-2-1 計算実験

実際に、ボクセル球体モデルとそれにマーチングキューブ法を適用したスムージングモデル I、スムージングモデル I のメッシュ上からラプラシアンスムージングを適用したスムージング II、階段近似のない CAD 由来の曲面形状モデルを用いて静電界解析を行う。尚、モデルの大きさは、人体モデルの寸法に近づけるため、作成した球体モデル(11×11×11)の 10 分の 1 のモデル (1.1×1.1×1.1) を用いている。

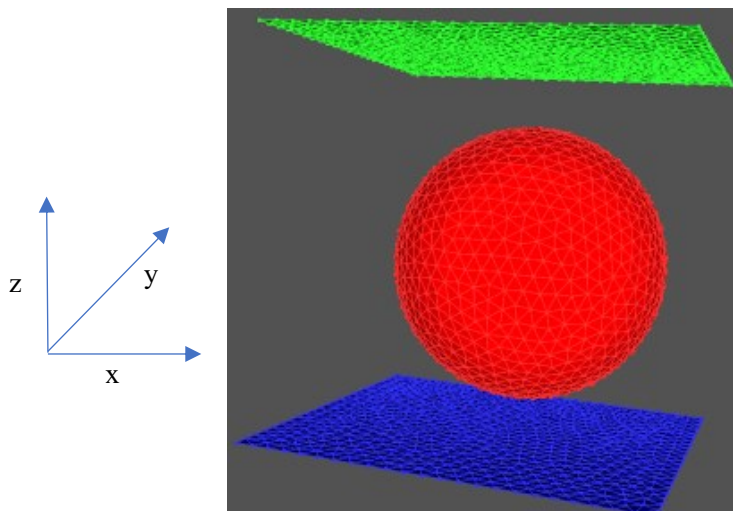


図 4-11 計算実験で用いるメッシュの可視化図

境界条件としては、図 4-11 の上端 (緑) に 100[V]、下端 (青) に 0[V]を与え、静電界解析を行う。また、球体とそれを取り囲む領域の導電率については、球体は、2 [S/m]、球体を

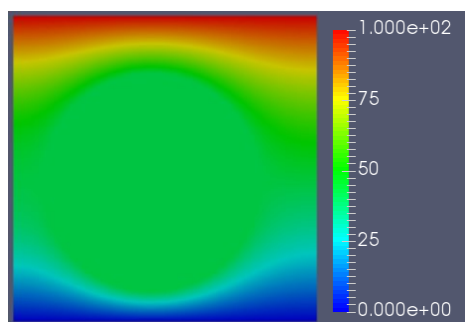
取り囲む領域は、 10^{-5} [S/m]の導電率を与えている。図 4-9 のボクセルモデルについては、形状として、図 4-10 の CAD 由来曲面形状モデルと差異がほとんどなくなるまで、刻み幅を細かいものを使っている。3つのモデルの自由度は、ボクセルモデルが約 550 万、スムージングモデル I とスムージングモデル II（スムージングモデル I とスムージングモデル II の自由度は同じである）が約 550 万、参照値として用いる曲面形状モデルが約 560 万である。解析手法としては、有限要素法を用い、解析コードとしては、非構造格子に対して、有限要素法を適用でき、さらに細分化まで行うことのできるシミュレーションフレームワーク UG4（後の章で説明）を用いる。解析で用いる計算機の仕様は以下の通りである。

表 4-1 計算機の仕様

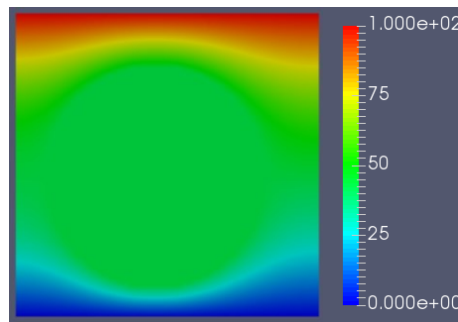
CPU	Intel Core i7-7700K @ 4.20GHz
Num. of cores	8
Memory	DDR4 32GB ×4
Operating system	CentOS 7.6
Compiler	g++ 4.8.5

4-2-2 計算結果

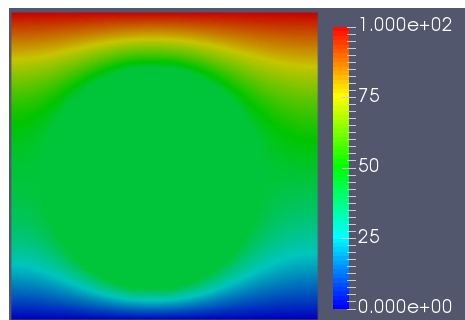
静電界解析で得られた結果を可視化したものを図 4-12 に示す。図 4-12 は 3つのモデルの電圧[V]を可視化したものであり、y 軸上(y=0.55)で切った、z-x 平面での断面図である。



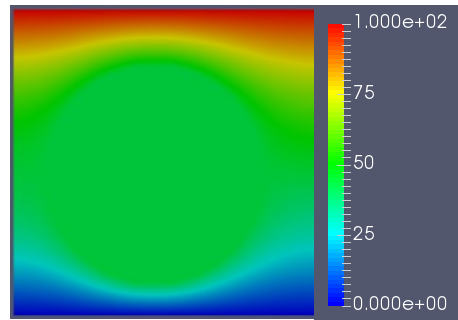
(a) CAD 由来曲面形状モデル



(b) ボクセルモデル (オリジナル)



(c) マーチングキューブ法のみ



(d) マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージング

図 4-12 各モデルの電位分布[V]の可視化図

可視化結果より、どのモデルも、電位分布の可視化図は、100[V]を与えた可視化図上端から0[V]を与えた可視化図下端まで、ほとんど同じであることが分かる。本結果より、本解析がどのモデルも適切に行われていることを確認した。次に、各モデルの電界強度[V/m]の可視化結果を図4-13に示す。

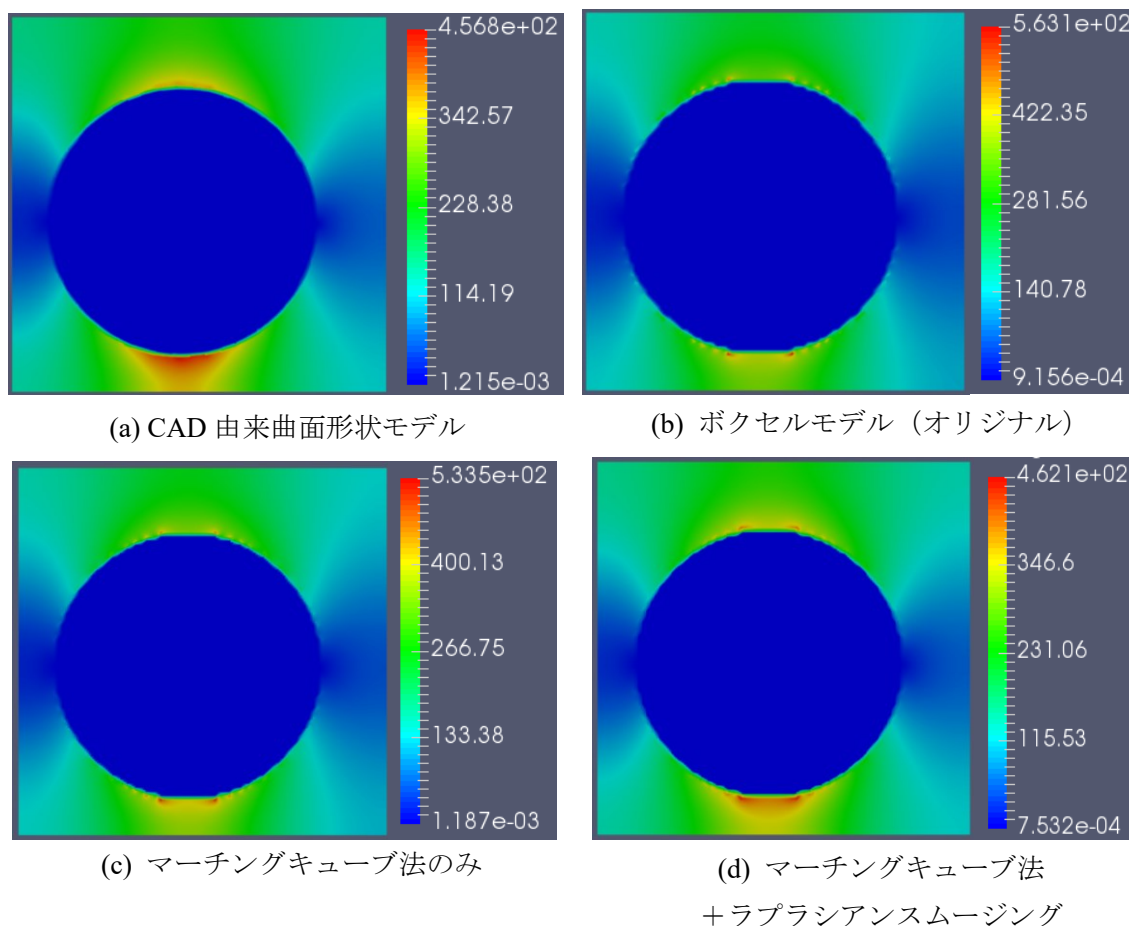


図 4-13 各モデルの電界強度[V/m]の可視化図

図4-13より、参照値である、階段近似のないCAD由来曲面形状モデルの電界強度の最大値は、約457[V/m]なのに対し、ボクセルモデルは、約563[V/m]、マーチングキューブ法のみは約534[V/m]で、電界強度の最大値がそれぞれ、約23%、約17%増加した。一方で、マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングモデルは、電界強度の最大値が約462[V/m]であり、約1%の増加に留まった。また、可視化結果からもわかる通り、ボクセルモデルとマーチングキューブ法だけのモデルは、階段近似に起因する電界強度の高い値が邪魔して、CAD由来曲面形状モデルの可視化結果と大分違うことが分かる。一方で、マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングモデルは、過大評価される電界強度を抑えることができているので、可視化結果がCAD由来曲面形状モデルのものに近づいていることが分かる。

次に、図 4-13 の電界強度の可視化結果において、各モデルのカラーバーを参照値である CAD 由来曲面形状モデルのものに統一したものを図 4-14 に示す。図 4-14 より、CAD 由来曲面形状モデルと比較して、各モデルとも異材境界部分、特に円の上端、下端に電界強度の高い部分があることが分かる。

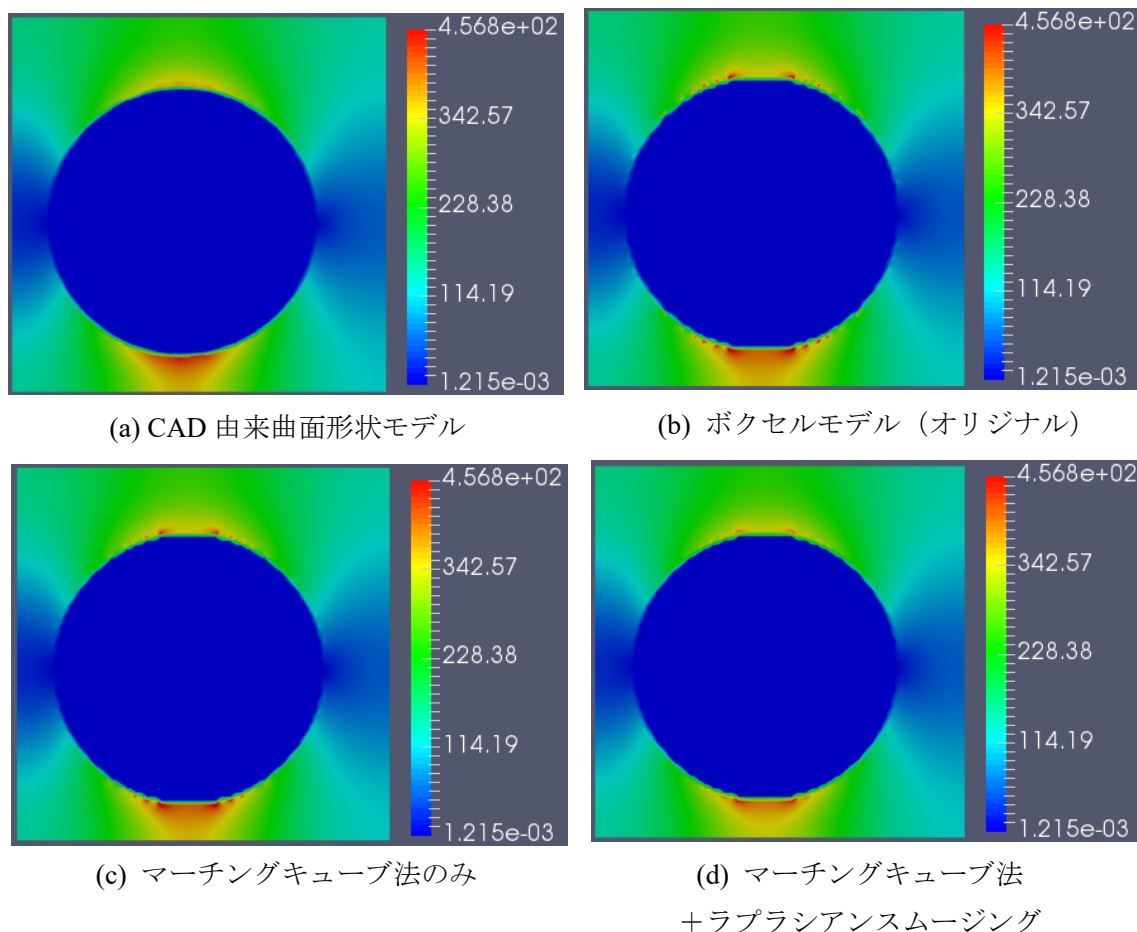


図 4-14 各モデルの電界強度[V/m]の可視化図 (カラーバー統一)

図 4-14 において、各モデルの円の上端部分を拡大したものを図 4-15 に示す。赤い部分が濃いほど、電界強度が高いことを示している。図 4-15 から、CAD 由来曲面形状モデルと各モデルの可視化結果を比較すると、マーチングキューブ法を用いることで、ボクセルモデル (オリジナル) モデルの階段近似による電界強度の過大評価を少し抑えることができてい。また、マーチングキューブ法+ラプラスアンスムージングモデルでは、マーチングキューブ法のスムージングモデルされた 135° 角点で現れる、電界強度の過大評価を更に抑えて、CAD 由来曲面形状モデルの可視化図に近づいていることが分かる。これらのことから、マーチングキューブ法で作成されたメッシュ上から、ラプラスアンスムージングを適用する、2 段階のメッシュスムージングの有効性を示すことができた。

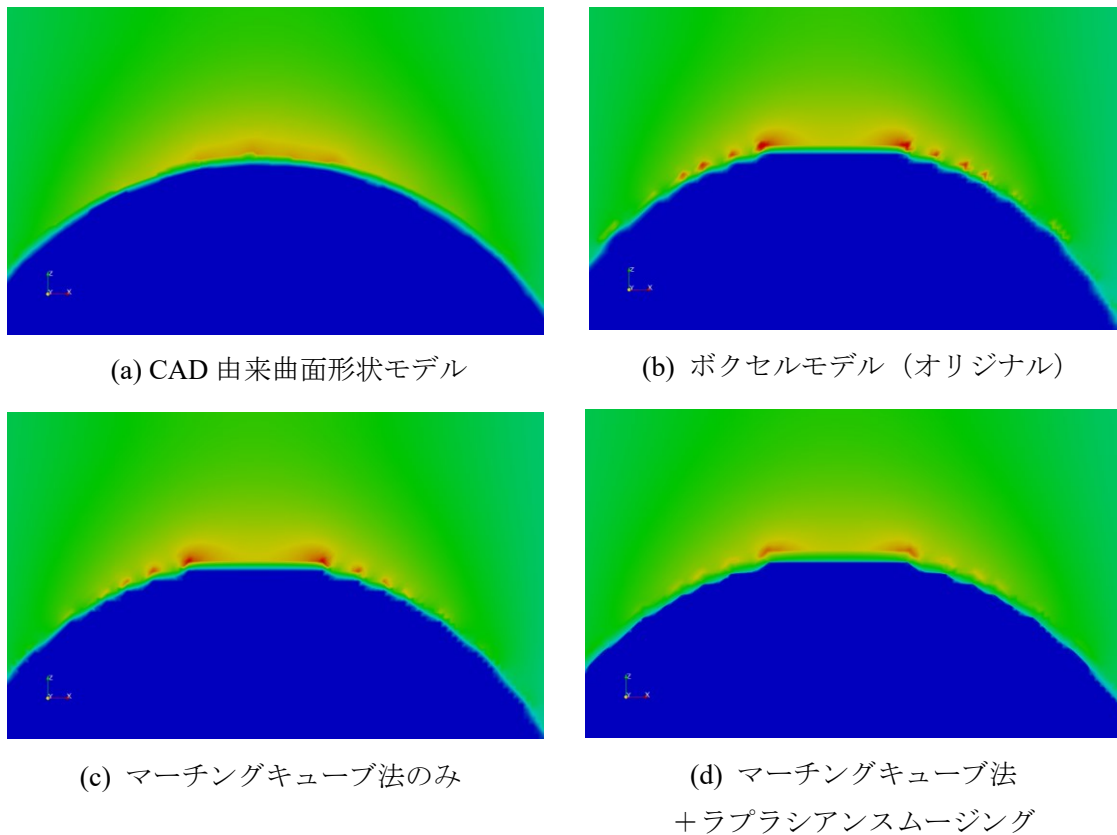


図 4-15 各モデルの電界強度[V/m]の可視化図 (拡大図)

さて、図 4-13 を見てもわかる通り、階段近似誤差による、高い電界強度が邪魔をし、参照値である CAD 由来曲面形状モデルとボクセルモデル (オリジナル) では、電界強度の可視化結果がだいぶ違うことが分かる。カラーバーを CAD 由来曲面形状モデルのものに合わせることで、電界強度の可視化結果を曲面形状モデルのものに、近づけることができたが、数値人体モデルには当然、曲面形状モデルのような、表面パッチから作成されるモデルはないため、数値人体モデルを用いた静電界解析でも、このような階段近似から起因する高い電界強度が邪魔をし、数値人体モデルを用いた可視化結果と、実際の異材境界が滑らかな人体の可視化結果はだいぶ違うことはこれらの可視化結果から容易に予想がつくだろう。これらのことから、あらためて、静電界解析の可視化結果を、実際の滑らかな人体に近づけるためには、マーチングキューブ法やラプラシアンスムージングを用いた 2 段階メッシュスムージングが有効であり、重要である。

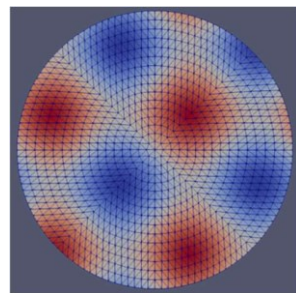
参考文献

[1] G. Taubin, "A Signal Processing Approach to Fair Surface design", SIGGRAPH95, pp.351-358, SEP. 1995.

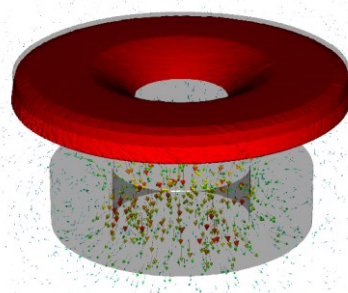
第5章 混合要素を用いる 有限要素解析

5-1 手法の概要

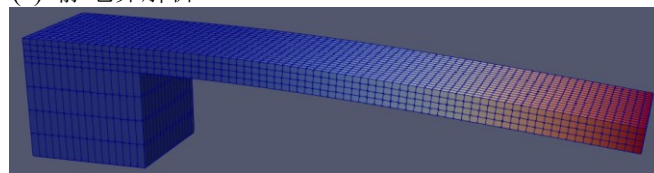
本研究では、メッシュスムージングとして取り入れるマーチングキューブ法、ラプラスアンスムージングの開発、そして、数値人体モデルを用いた静電界解析の実行の基盤となる、数値解析コードの開発において、非構造幾何マルチグリッド法に基づく線形代数ソルバライブラリとしてUG4[1][2]を用いる。UG4とは、Unstructured Grids version 4の略であり、ドイツのGoethe-University Frankfurt am MainのGoethe Center for Scientific Computingで開発、公開されているオープンソースの非構造解析プラットフォームである。UG4は、四面体、六面体、プリズム、ピラミッド要素を用いて、混合要素を持つメッシュ（非構造格子）の、有限要素解析が可能である。メッシュスムージングされた、複雑な形状を持つモデルに対しても適用が可能であり、本研究で開発する幾何マルチグリッドに基づく解析コードに適用する線形代数ソルバライブラリとして最適である。また、UG4の独自の細分化アルゴリズムによって、非構造格子に対しての細分化が可能であり、マルチグリッドを構成できる。そして、線形代数ソルバとして、数値人体モデルの静電界解析に相性の良い、その非構造格子のマルチグリッドを利用した幾何マルチグリッド法を使用できるといった利点がある。UG4は、静電界（電流密度）解析のほかに、流体解析、弾性解析、電磁界解析（図5-1[3]）など様々な解析の数値計算を行うことができる。また、メモリ分散型並列計算機を用いた、領域分割による並列計算にも対応しており、多くの計算機を用いれば高速に計算することができる。次節で、本解析で取り入れる、細分化と並列化機能を説明する。



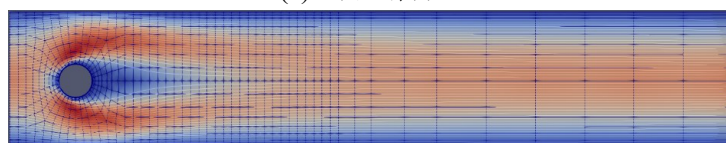
(a) 静電界解析



(b) 電磁界解析



(c) 弾性解析



(d) 流体解析

図 5-1 UG4 の数値解析例[3]

5-2 幾何マルチグリッドソルバの細分化と並列化機能

5-2-1 幾何マルチグリッドソルバの細分化機能

幾何マルチグリッドソルバの用いられるメッシュ操作において、利用できる機能は、メッシュの生成はもちろんのこと、メッシュの操作、修復、最適化などを行うことができる。これらのメッシュ機能のアルゴリズムにおいて最も重要な機能は、メッシュの操作機能に含まれる非構造格子に対する独自の細分化アルゴリズムである。本節では、それらの細分化アルゴリズムの中で、更に重要なハンギングノード細分化アルゴリズムについて説明する。

まず、数値解析のメッシュにおけるハンギングノードとは、ある要素と接続されていない節点（ノード）のことである。図 5-2 にハンギングノードがあるメッシュとないメッシュを示している。

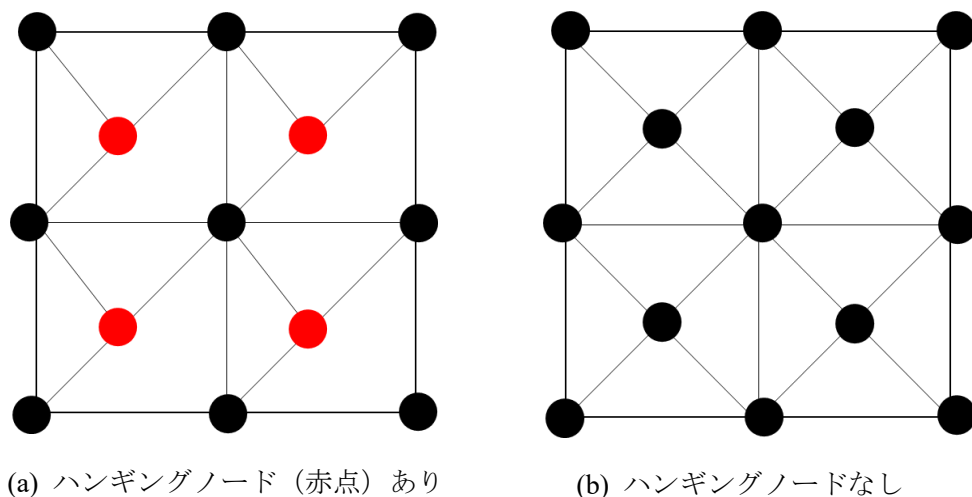


図 5-2 ハンギングノードの概要図

図 5-2 において黒点、赤点は節点を示しており、赤点がハンギングノードである。一般的に、有限要素によるメッシュにおける節点は、図 5-2 のハンギングノードなしの図のように、各要素の頂点上に置かれる必要がある。図 5-2 のハンギングノードありのメッシュのように、要素の返上に節点が置かれた場合、有限要素解析は不可能になり、メッシュにおけるバグになる。このハンギングノードの問題は、おもに細分化の時に現れ、本幾何マルチグリッドソルバではその問題を取り除くために、独自のアルゴリズムを用いている。

本幾何マルチグリッドソルバにおいて、細分化によるマルチグリッドの生成を行うにはメッシュが、次の要件を満たすことが必要である。

1. Nestedness (入れ子構造)

細分化レベルが l (オリジナルを 0 とする)であるグリッド上の各要素がそれより粗い親要素を持っていること。つまり子要素(細かい要素)と親要素(粗い要素)がマトリョーシカのような入れ子構造になっている。

2. Consistency (一貫性)

各グリッドレベル l は一貫している。つまり、同じ細分化アルゴリズムを複数回用いても、メッシュの形状は崩れない。

3. Stability(安定性)

すべての要素の内角は、 0° 近辺ではない角度で構成されている。つまり、扁平な要素は用いない。

よって、本幾何マルチグリッドソルバは、オリジナルのグリッドを最も疎なグリッドとして、入れ子構造を持ち、疎(親)と密(子)が一貫するマルチグリッドを構成する。第2章で述べた幾何マルチグリッド法におけるマルチグリッドの相違点としては、オリジナルを最も密なグリッドとして、疎(子)と密(親)が一貫しない特殊な入れ子構造を持っていることである。

本幾何マルチグリッドソルバの細分化アルゴリズムは、四面体、六面体、プリズム、ピラミッド要素など、さまざまな要素タイプと細分化ルールで機能する。一般に、要素に適用される細分化は、要素の角、辺の中心、面の中心、および要素の中心を使用して三角形及び四角形分割される。図 5-3 に様々な要素タイプの細分化[4][5]を示している。ピラミッド要素以外の要素は、親の要素タイプで細分化される。ピラミッド要素は同じ要素タイプでの細分化が不可能なので、ピラミッド要素のほかに、四面体要素が用いられる。

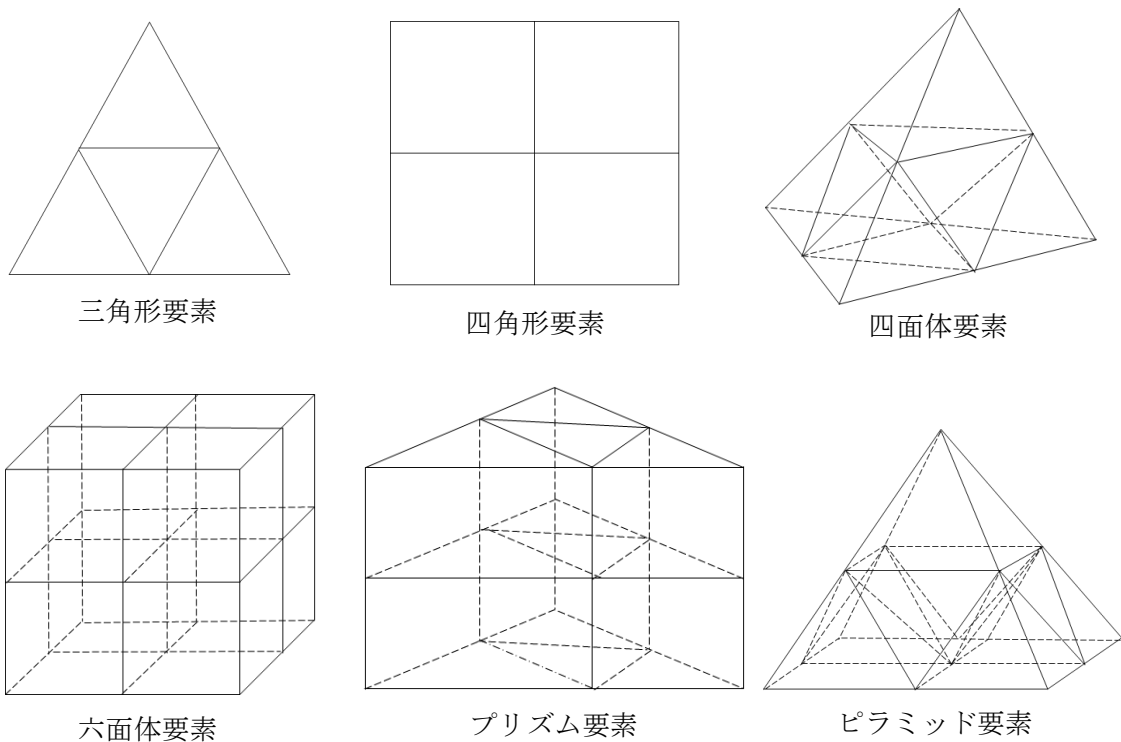


図 5-3 各要素の細分化処理

このような、一貫性のある規則正しい細分化の場合、メッシュに問題は生じないが、ある一部の要素のみを細分化すると、前述したようなハンギングノードが生じる可能性がある。本幾何マルチグリッドソルバではこの細分化に対するハンギングノードが生じないように、図 5-4 のように、辺と面の細分化パターンを一致させることで、メッシュにハンギングノードが生じないように工夫されている。

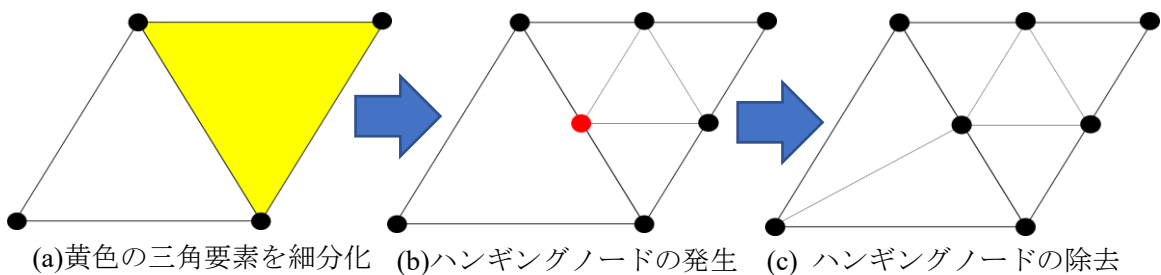


図 5-4 ハンギングノード除去の例

このハンギングノード除去のための細分化のアルゴリズムは、図 5-3 のような規則正しい細分化アルゴリズムではないため、要素の内角がより鋭利 (0° に近い値になる) になり、数値解析精度に影響を与える可能性があるが、マーチングキューブ法で作成されるスムージングメッシュについては、図 5-4 のような一部の要素に対する細分化は行われないので問題

は生じない。

また、細分化機能により作成された、マルチグリッドを用いた、幾何マルチグリッド法について、基本的なアルゴリズムは第2章、図2-7で説明したものと一緒である。本幾何マルチグリッド法[5]が、第2章の幾何マルチグリッド法と大きく違うところは、前者は、オリジナルのメッシュを一番粗い格子として、マルチグリッドを構成するのに対し、後者は、オリジナルのメッシュを一番細かい格子としてマルチグリッドを構成する。なので、幾何マルチグリッド法における、メッシュの移動は図5-5のようになり、求めるモデルは、オリジナルではなく、細分化したメッシュになる。

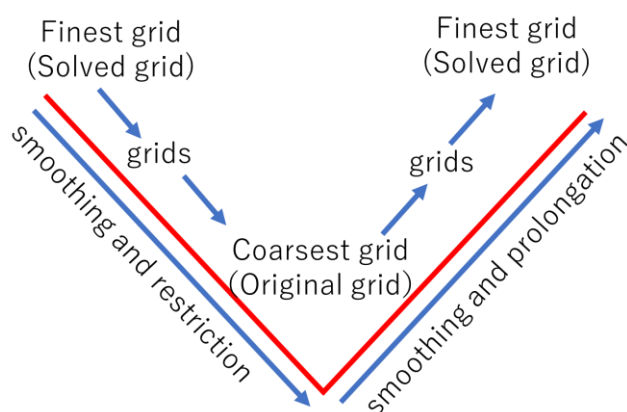


図 5-5 幾何マルチグリッド法のメッシュ移動 (V サイクル)

本幾何マルチグリッド法の、制約・補間演算は図5-6のとおりである。

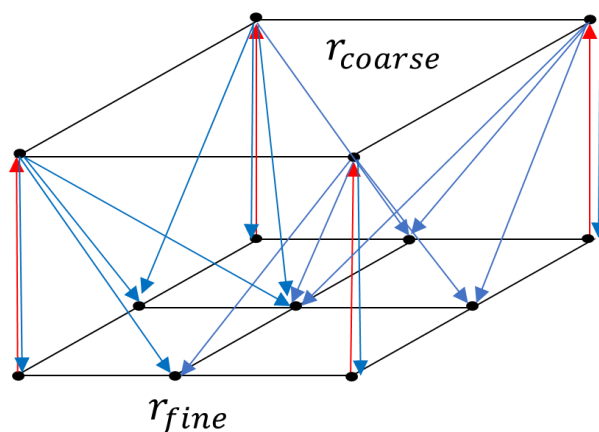


図 5-6 幾何マルチグリッド法の制約・補間演算

r は残差を示しており、赤の矢印が細かいメッシュから粗いメッシュ方向の制約補間、青い矢印が粗いメッシュから、細かいメッシュ方向の延長補間である。第2章の幾何マルチグリッド法との違い、本幾何マルチグリッド法は、節点が要素の頂点にあり、各要素に対して、

制約行列、延長行列を求める。レベル l における制約行列を R_l 、延長行列を P_l とすると、一般的に

$$R_l = P_l^T \quad (1)$$

のような関係にあり、より粗いメッシュでの、行列 A_{l-1} は、次のように計算される。

$$A_{l-1} = R_l A_l P_l \quad (2)$$

第2章での幾何マルチグリッド法では、直接入れ子構造ではない、粗いメッシュから、粗い行列を作成していたが、本幾何マルチグリッドソルバでは、制約行列、延長行列を用いて、粗い行列を作成していく。

5-2-2 幾何マルチグリッドソルバの並列化機能

幾何マルチグリッドソルバは、MPI を用いて並列化されており、その使用を簡単化するために、MPI をカプセル化し、グラフベースの並列化のための軽量構造を提供する PCL (Parallel Communication layer) と呼ばれるライブラリが開発されている。PCL の重要な機能は、並列化のためにコピーされたオブジェクトがグローバル ID によって識別されないことであり、代わりに、インターフェイスと呼ばれるコンテナが、各プロセスの並列コピーを効率的に識別できるような、明確に定義された順序で格納するために使用される。

幾何マルチグリッドソルバにおける数値計算の並列化[6][7]は、いくつかのフェーズに分かれて実行される。次元における領域分配を示した、並列マルチグリッド階層の概念図を図 5-7 に示す。青は、同一グリッド間、緑はマルチグリッド階層間、オレンジはその両方のプロセス間通信を示している。グリッドの領域分配において、まず、本幾何マルチグリッドソルバで作成された、オリジナルのグリッドが、一つのプロセス上にロードされる。つぎに、そのグリッドが細分化され、マルチグリッド階層に新しいレベルのメッシュが作成される。いくつかの細分化の後、最も細かいグリッドが空のプロセスに分配される。これを各プロセス繰り返して、階層グリッドを持つプロセスのツリー構造を作成する。通信は再分配の段階でのみ必要で、グリッドの細分化は主にプロセスごとに実行される。

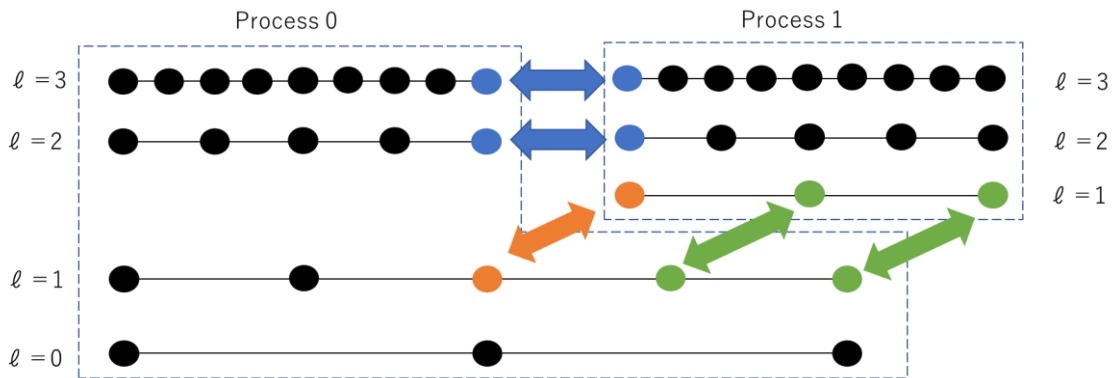


図 5-7 マルチグリッドソルバの並列マルチグリッド階層の概念図 (1次元)

グリッド上では、各要素に基づいて、大きな疎行列とそれに対応するベクトルを組み立てることで、偏微分方程式が離散化される。プロセス間では、点要素や辺要素などの低次元の境界要素の並列オーバーラップ (複数のプロセス上にコピーされているオブジェクト) のみを使用され、組み立てプロセスは、体積要素、面要素などを含めた、すべての次元の要素のみをスキャンすることで実行できるため、各プロセスで固有の並列プロセスとなる。要素を各プロセスに均等に配置するといった最適な負荷分散を行うことができれば、行列などの組み立て操作において完璧なスケーラビリティが期待できる。

並列化の観点から最も難しい部分は、行列方程式の解法である。代数的構造が各プロセスに分散しているので、ソルバは当然、並列通信を行う。その中で、幾何マルチグリッド法は計算量が自由度の線形増加であるため、一定時間でいかに大規模問題を解くかといった、**weak scaling** の候補として適している。本ソルバは、解を近似するために、すべてのグリッドレベルで、補間演算を繰り返し行い、スムーザーと呼ばれるガウスサイデル法・SOR 法などの定常反復法が適用され、粗いグリッド上の修正量を計算するために、問題が粗いグリッドに転送される。本幾何マルチグリッドソルバは、上記の階層的に分散された幾何マルチグリッドに基づいている。計算作業が少なく済む粗いグリッドレベルに進めば進むほど、行列解法に使われるプロセスはより少なくなる。また、幾何マルチグリッドのほかに CG 法や BiCGStab 法などのクリロフ部分空間法が実装されており、それらの主な並列化部分は、その計算のアルゴリズムの中の行列-ベクトル積およびベクトル-ベクトル積の計算部分である。また、本幾何マルチグリッド法について、スムーザーとして用いられる定常反復法の計算には、並列化が難しい、データ依存のある前進代入・後進代入の計算があり、第 2 章では、マルチカラーオーダーリングを用いて、行列方程式を再構成することで、並列化していたが、非構造メッシュを扱う幾何マルチグリッド法では、非構造メッシュに対する依存しない「色」での配色が極めて難しいので、未実装であり、今後の課題である。

参考文献

- [1] Goethe Center for Scientific Computing (G-CSC) Goethe University Frankfurt, “UG4”
URL: <https://gcsc.uni-frankfurt.de/simulation-and-modelling/ug4>, 2021/11/24.
- [2] Andreas Vogel, Sebastian Reiter, Martin Rupp, Arne Nägel, Gabriel Wittum,
“UG 4: A novel flexible software system for simulating PDE based models on high performance
computers”, *Comput Visual Sci*, Vol.16, 165–179, 2014.
- [3] Github, “ugcore”,
URL: <https://github.com/UG4/ugcore>, 2021/11/24.
- [4] Bastian P., Birken K., Johannsen K., Lang S., Neuss N., Rentz-Reichert,H., Wieners C.,
“UG-A flexible software toolbox for solving partial differential equations.”, *Comput. Vis. Sci.* Vol.
1 27–40, 1997.
- [5] J. BEY, “Tetrahedral grid refinement “, *Computing*, Vol. 55, pp. 355–378, 1995.
- [6] Reiter, S., Vogel, A., Heppner, I., Rupp, M., Wittum, G.
“A massively parallel geometric multigrid solver on hierarchically distributed grids.” *Comp. Vis.*
Sci. Vol. 16, 151-164, 2013.
- [7] Andreas Vogel, Alexandru Calotou, Alexandre Strube, Sebastian Reiter, Arne Nägel, Felix Wolf,
Gabriel Wittum,
“10,000 Performance Models per Minute – Scalability of the UG4 Simulation Framework”,
European Conference on Parallel Processing, pp. 519-531, 2015.

第 6 章 数值実験

6-1 数値人体モデルの一部を用いた 静電界解析

6-1-1 計算条件

本研究では、前述した拡張マーチングキューブ法とラプラシアンスムージングを用いたメッシュスムージングを数値人体モデルの一部に適用し、並列幾何マルチグリッド法を用いて静電界解析を行う。本節では、数値人体モデルの一部を解析対象とすることにより、計算機環境におけるメモリ容量内において、本幾何マルチグリッド法が、各細分化モデルに、どのような計算時間、反復回数を示すのか調査する。本解析対象とする数値人体モデルの一部は、数値人体モデルの左足部分で、本研究で用いる計算機環境のメモリ容量内（3TB）で最大で、3段階細分化されたモデル（億要素）を計算することができる。表 6-1、図 6-1 に、本解析で用いる計算機環境を示している。また、本解析で用いる線形代数ソルバの相対残差ノルムの収束判定値を $10^{-6}[1]$ とする。

表 6-1 本解析で用いる計算機環境

CPU	Intel Xeon Gold 6254 @ 3.10GHz
Num. of cores	72
Memory	3TB (DDR4-2933 64GB×48)
OS	CentOS 7.61810
Graphics	NVIDIA GP106GL
Parallel	MPI



図 6-1 本解析で用いられる計算機

実際に、数値人体モデルの左足のオリジナル、オリジナルに拡張マーチングキューブ法のみ適用したもの、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングを適用したもののメッシュの可視化図を図 6-2、図 6-3、図 6-4 に数値人体モデルの左足部分とその左足部分の皮質骨要素を示す。これらの可視化図から、拡張マーチングキューブ法を用いることで、ボクセルの 90° 角点をスムージングすることができ、更に拡張マーチングキューブ法の上からラプラシアンスムージングを適用することで、拡張マーチングキューブ法による 135° の角点がスムージングされ、さらに滑らかになっていることが分かる。このことから、本モデルに対する拡張マーチングキューブ法、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングが適切に適用されていることを確認した。

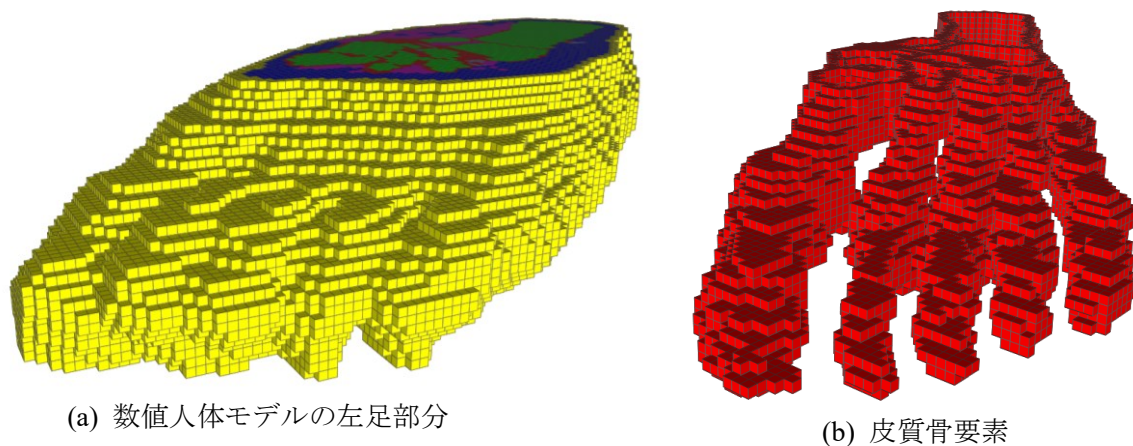


図 6-2 数値人体モデルの左足部分：ボクセルモデル（オリジナル）

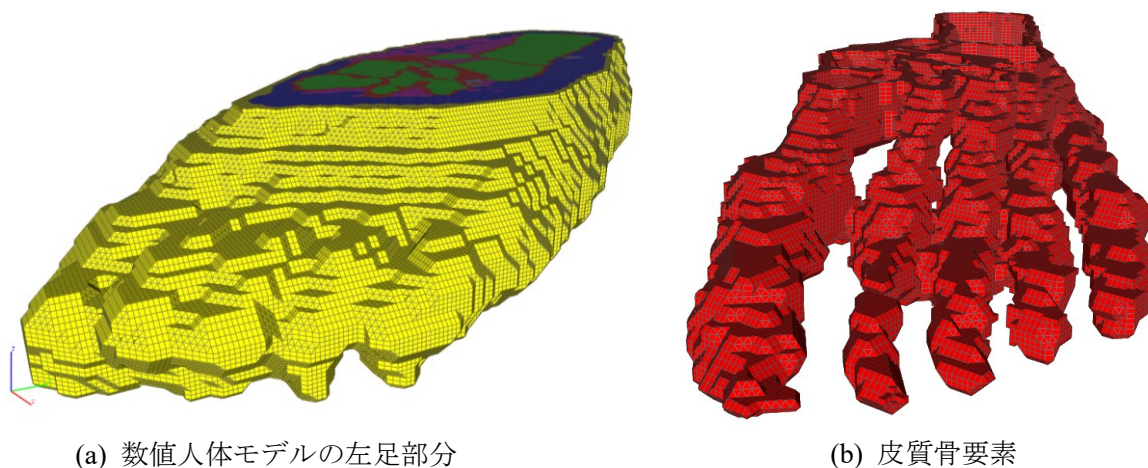


図 6-3 数値人体モデルの左足部分：拡張マーチングキューブ法だけのモデル

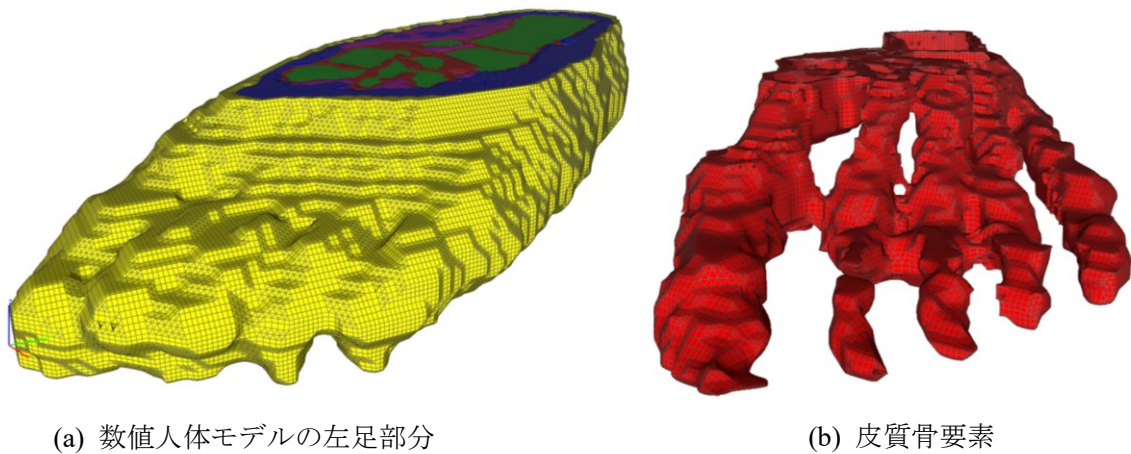
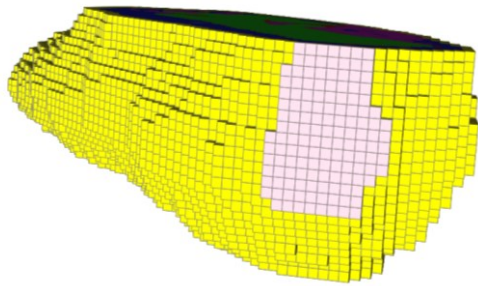


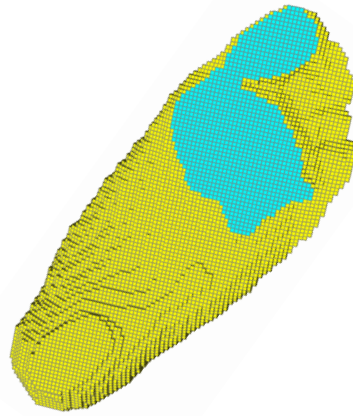
図 6-4 数値人体モデルの左足部分：拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージング

また、オリジナルのボクセルモデルの要素数は、80,380 個に対し、拡張マーチングキューブ法のみモデルの要素数は、764,829 個で、約 8 倍増加したが、この増加は拡張マーチングキューブ法アルゴリズムに含まれる細分化によるものである。当然ながら、ラプラシアンスムージングは要素の節点を移動するだけのメッシュスムージング手法であるので、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングモデルの要素数は拡張マーチングキューブ法モデルと変わらず 764,829 個である。尚、本研究で使用したラプラシアンスムージングの λ の値は 0.25、反復回数は 5 回としている。第 4 章のラプラシアンスムージングでは、反復回数を 10 回と設定しているが、数値人体モデルのラプラシアンスムージングは皮膚要素だけでなく、肺、心臓、大腸など様々な組織・臓器それぞれに対して、ラプラシアンスムージングを適用する必要がある。眼球などほかの組織と比較して、極端に体積が小さい要素は、ほかの要素と比較し、形状の変化が激しい。そこで本研究では、第 4 章ラプラシアンスムージングで示した反復回数 10 回から 5 回に少なくすることで、体積の小さい要素の形状が急激に変化しないようにしている。それぞれの、モデルの体積は、オリジナルのボクセルモデルが、643[cm³]、拡張マーチングキューブ法のみモデルが、642.5[cm³]、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングが、607[cm³]であり、オリジナルのモデルとの体積減少の割合は、それぞれ、0.08%、5.6%であった。

本解析の境界条件として、図 6-5 のように、左足の裏に 1[V]、かかと付近に 0 [V]の電圧を与え、静電界解析を行う。また、静電界解析で用いる線形代数ソルバとして用いる幾何マルチグリッド法の比較のためのソルバとして、前処理付き CG 法 (ILUCG 法) を用いて、計算時間、反復回数、収束履歴の観点から比較を行う。本解析で用いる幾何マルチグリッド法の計算条件は表 6-2 で示したとおりである。



(a) かかと付近に 0[V]付与



(b) 足の裏に 1[V]付与

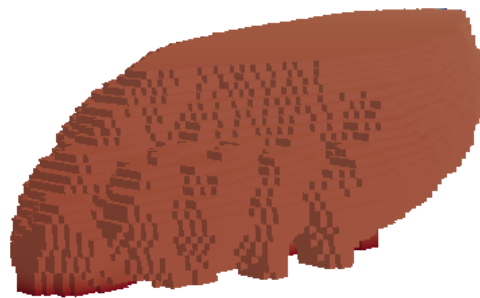
図 6-5 数値人体モデルの左足部分の静電界解析の境界条件

表 6-2 幾何マルチグリッド法の計算条件

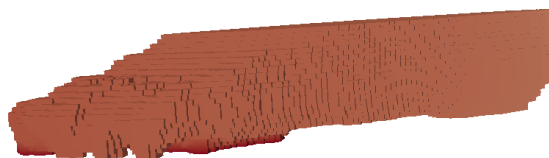
スムーザー	ガウスサイデル
スムーザーの反復回数	3 回
もっとも粗い格子での求解ソルバ	ILUCG
サイクル	V サイクル
最大のグリッドの段数	3 段 (最大で億要素単位)

6-1-2 静電界解析の可視化結果

静電界解析の電位分布[V]の可視化結果を図 6-6、図 6-7 に示す。



(a) 前面



(b) 側面

図 6-6 数値人体モデル (オリジナル) の左足部分の電位分布

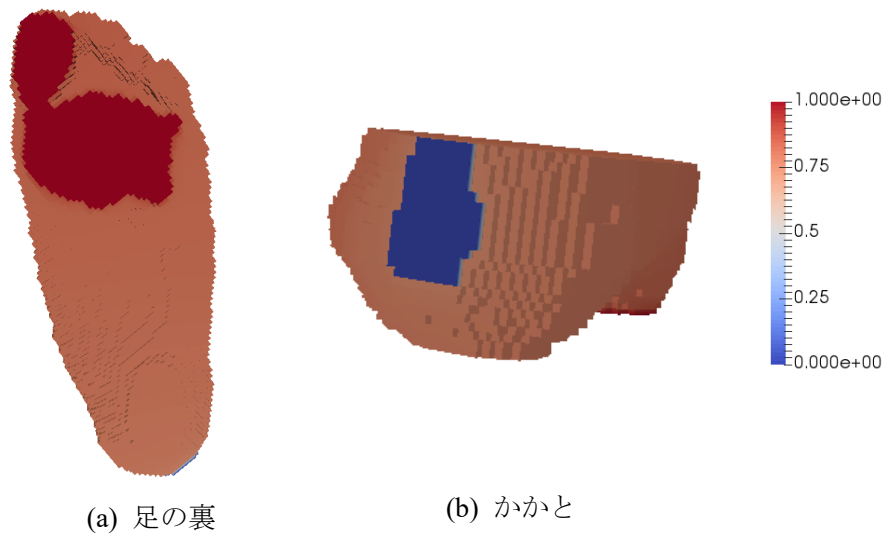


図 6-7 数値人体モデル（オリジナル）の左足部分の電位分布

図 6-6、図 6-7 の可視化結果から、境界条件である 1[V]と 0[V]が適切に付与されていることを確認した。オリジナルのボクセルモデルと同様に、拡張マーチングキューブ法のみモデル、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングのモデルも同様の電位分布の可視化結果を確認した。

続いて、数値人体モデルの左足部分における電位分布の断面図を図 6-9 に示す。図 6-8 に、切り取る数値人体モデルの断面を赤枠で示している。電位・電界の値が大きい境界条件を付与している部分を除くように、断面を切っている。ここで、可視化図に用いるモデルの要素数は、オリジナルは 5,144,320 個、拡張マーチングキューブ法のみ、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングは、6,299,060 個の要素数まで細分化したものをを用いている。

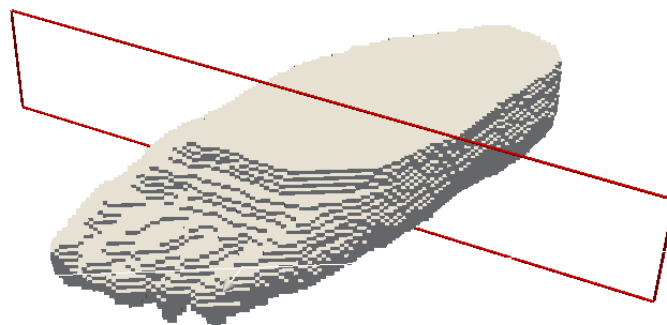
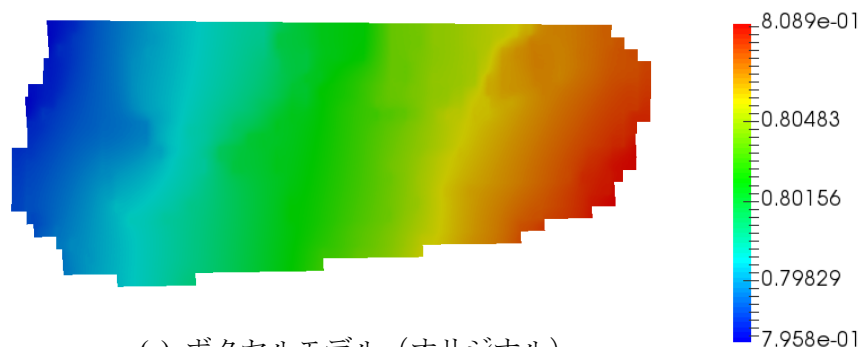
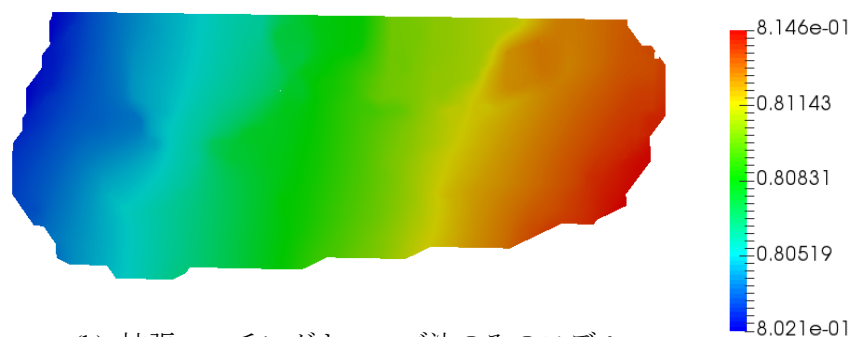


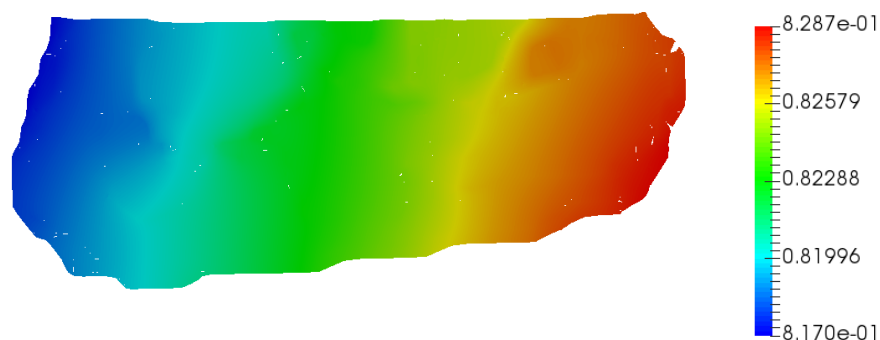
図 6-8 数値人体モデルの左足部分の断面の切り抜き



(a) ボクセルモデル (オリジナル)



(b) 拡張マーチングキューブ法のみモデル



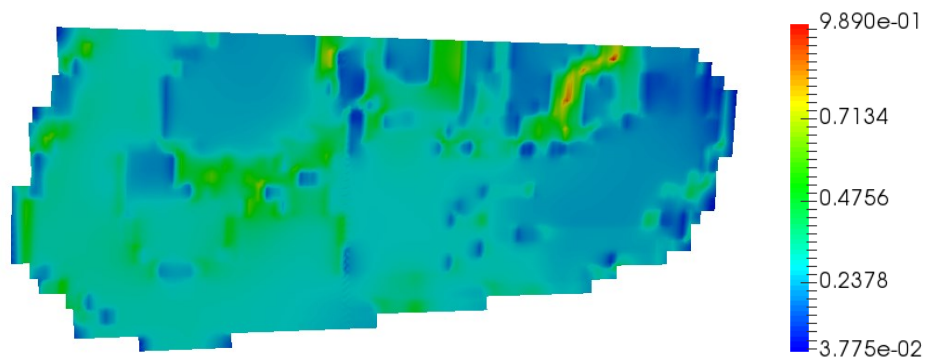
(c) 拡張マーチングキューブ法のみモデル+ラプラシアンスムージング

図 6-9 数値人体モデルの左足部分の電位分布の断面図

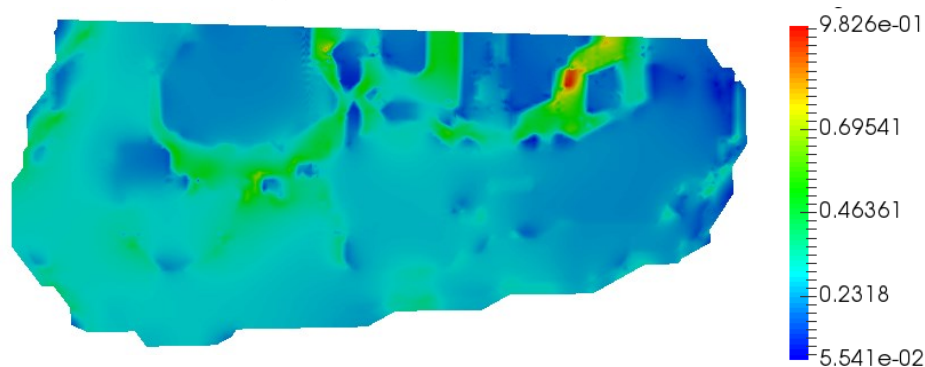
図 6-9 より、3つのモデルの可視化結果はほとんど同じであることが分かる。また、最大値、最小値も 80[V]、0.8[V]付近で、ほとんど同じである。これらの結果から、3つのモデルに対して、静電界解析が適切に行えていることを確認した。また、断面図を見てもわかる通り、ボクセルモデルの断面は 90° に角張っているのに対して、拡張マーチングキューブ法は、その角が取れて (135° に) 滑らかになっていることが分かる。加えて、マーチングキューブ法の上からラプラシアンスムージングを行うことで更に、拡張マーチングキューブ

ブ法の 135° の角点がさらに滑らかになっていることが分かる。

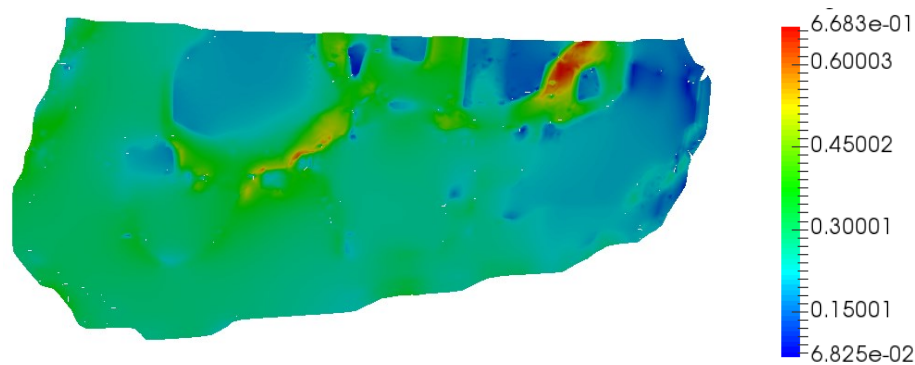
次に、電界強度の断面図の可視化結果を図 6-10 に示す。断面図は図 6-9 のものと同じである。



(a) ボクセルモデル (オリジナル)



(b) 拡張マーチングキューブ法のみモデル



(c) 拡張マーチングキューブ法のみモデル+ラプラシアンスムージング

図 6-10 数値人体モデルの左足部分の電界強度の断面図

図 6-10 の電界強度の可視化結果より、ボクセルモデルの電界強度の最大値は約 $0.989[\text{V/m}]$ に対して、拡張マーチングキューブ法のみモデルは $0.982[\text{V/m}]$ 、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングは $0.683[\text{V/m}]$ であり、ラプラシアンスムージングを用いることで、電界強度の過大評価を大きく抑えることができ、マーチングキューブ法

の上からラプラススムージングが有効であることが分かる。また、ボクセルモデルの可視化図は、ボクセルにより構築されるメッシュの構造により、可視化結果に、その構造の影響が表れ、角張った色彩になっているが、拡張マーチングキューブ法やラプラススムージングを用いることで、それが除去され、きれいに滑らかになっていることが分かる。次に、各モデルのカラーバーを拡張マーチングキューブ法+ラプラススムージングのものに統一し、対数表示にしたものを図 6-11 に示す。

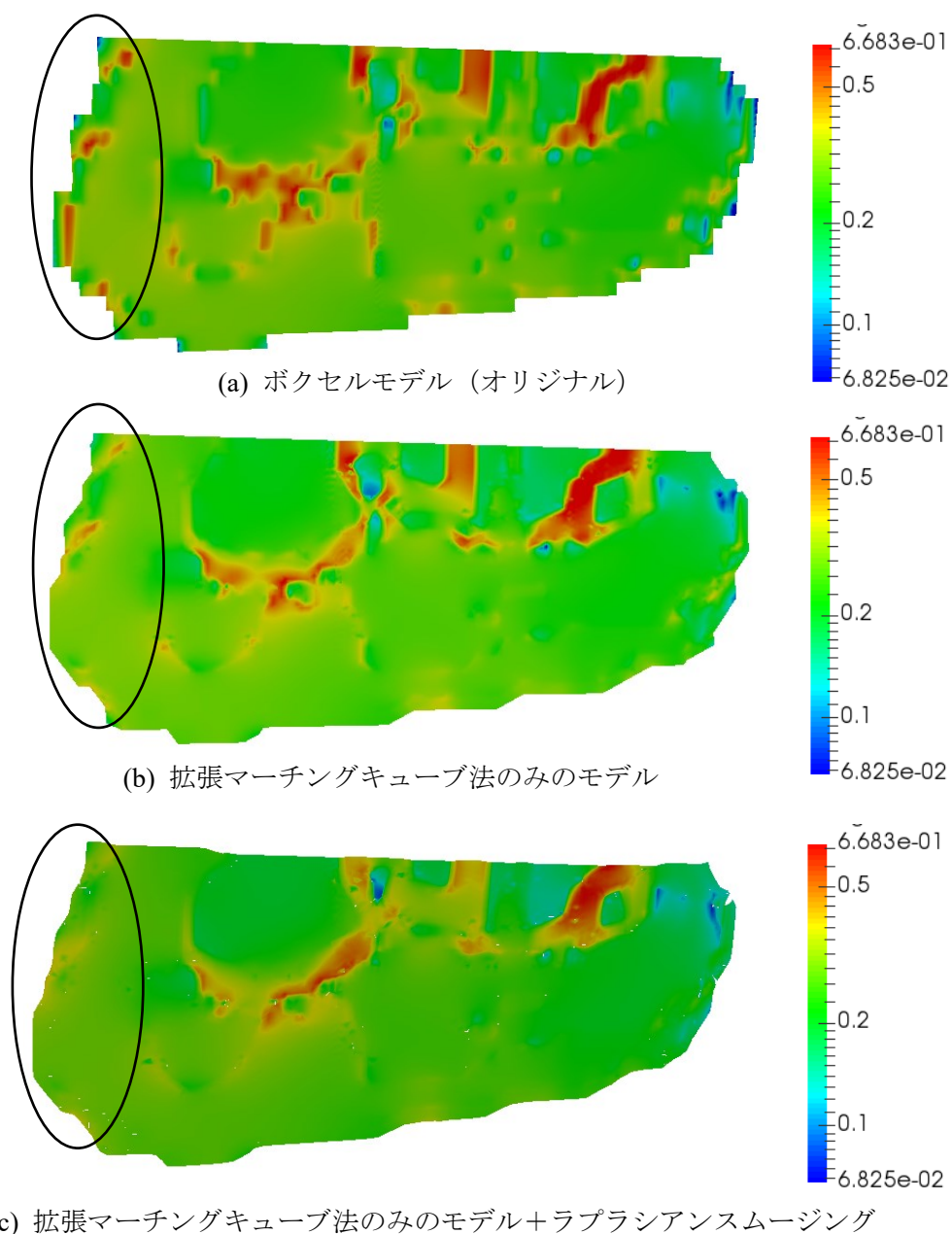


図 6-11 数値人体モデルの左足部分の電界強度の断面図

図 6-11 から、ボクセルモデルのところどころ見られる電界強度の高い部分が、拡張マ

ーチングキューブ法及びラプラシアンスムージングを用いることで、取り除かれていることが分かる。特に黒い枠線で囲まれている箇所、その効果が顕著に表れていることが分かる。このことから、本解析における拡張マーチングキューブ法及び、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングの有効性を示すことができた。

6-1-3 静電界解析の計算結果

本解析では、オリジナル、拡張マーチングキューブ法のみ、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングによる3つの数値人体モデルの左足部分に対して、それぞれ1段階細分化された要素数が約数百万のモデル(ref1とする)と、2段階細分化された要素数が数千万のモデル(ref2とする)と、3段階細分化された要素数が数億要素のモデル(ref3とする)を用いて、各モデルの幾何マルチグリッド法、また、ILU前処理付きCG法における収束履歴、反復回数、計算時間を比較することで、非構造メッシュに対する幾何マルチグリッド法の有効性を調べる。

まず、図6-11(オリジナル(ボクセル)モデル)、図6-12(拡張マーチングキューブ法のみ)、図6-13(拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージング)に各モデルに対する細分化ごとの、幾何マルチグリッド法、ILUCG法の収束履歴(横軸:各反復回数に対する縦軸:残差ノルムの履歴)を示している。図中のGMGは幾何マルチグリッド(Geometric Multi-Grid)法を示しており、ref番号は細分化レベルを示している。また、幾何マルチグリッド法の反復回数の打ち切り回数を500回、ILUCG法の反復回数の打ち切り回数を6000回に設定している。

図6-11(a)より、幾何マルチグリッド法は、細分化レベルが大きくなるごとに、反復回数が減少し、収束性がよくなることが分かる。これは、細分化を行うごとに階段近似による電界強度の過大評価が改善されることに起因しているのではないかと考えている。また、図6-11(b)より、ILUCG法の反復回数は、細分化が行われるごとに約2倍増加し、収束性が悪化していることが分かる。よって、図6-11(c)を見てもわかる通り、幾何マルチグリッド法の残差ノルムの落ち方は、ILUCG法と比較し急峻であることが分かる。

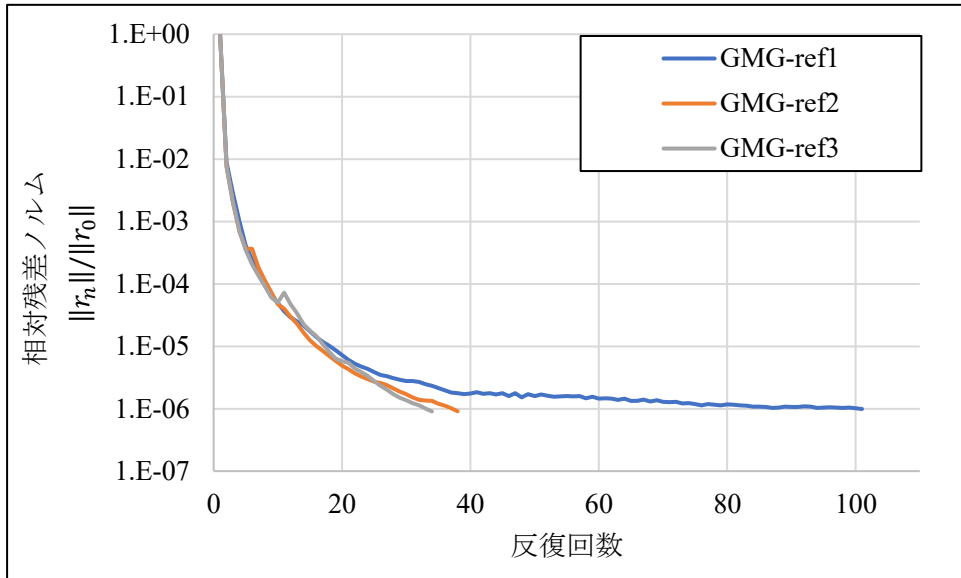


図 6-11-(a) ボクセルモデルにおける幾何マルチグリッド (GMG) 法の収束履歴

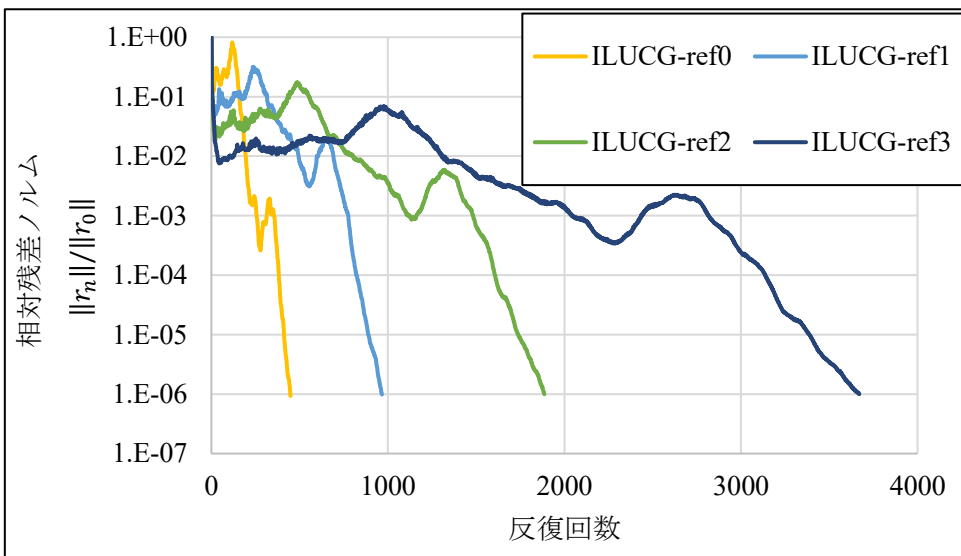


図 6-11-(b) ボクセルモデルにおける ILUCG 法の収束履歴

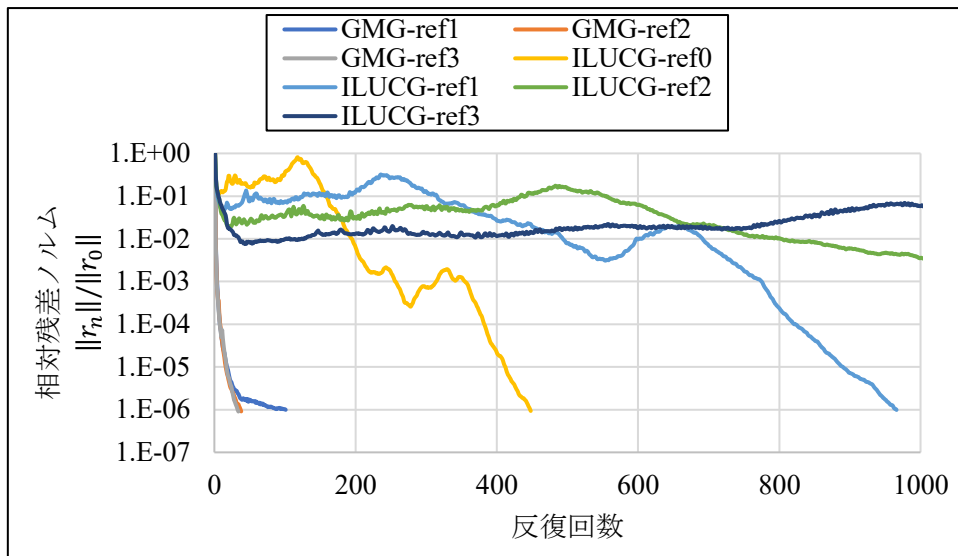


図 6-11-(c) ボクセルモデルにおける幾何マルチグリッド法と ILUCG 法の収束履歴

次に、図 6-12-(a)から、拡張マーチングキューブ法のみモデルは、細分化による、収束性の差異はあまり見られないことが分かる。これは、メッシュスムージングにより、階段近似に起因する電界強度の過大評価を抑えることができているので、細分化レベル 1 でも、良い収束性を得ることができているのではないかと考えている。図 6-12-(b)から、図 6-11-(b)と同じように、ILUCG 法の反復回数は、細分化が行われるごとに約 2 倍増加し、収束性が悪化していることが分かる。よって、図 6-12-(c)から、図 6-11-(c)と同じように、幾何マルチグリッド法の残差ノルムの落ち方は、ILUCG 法と比較し急峻であることが分かる。

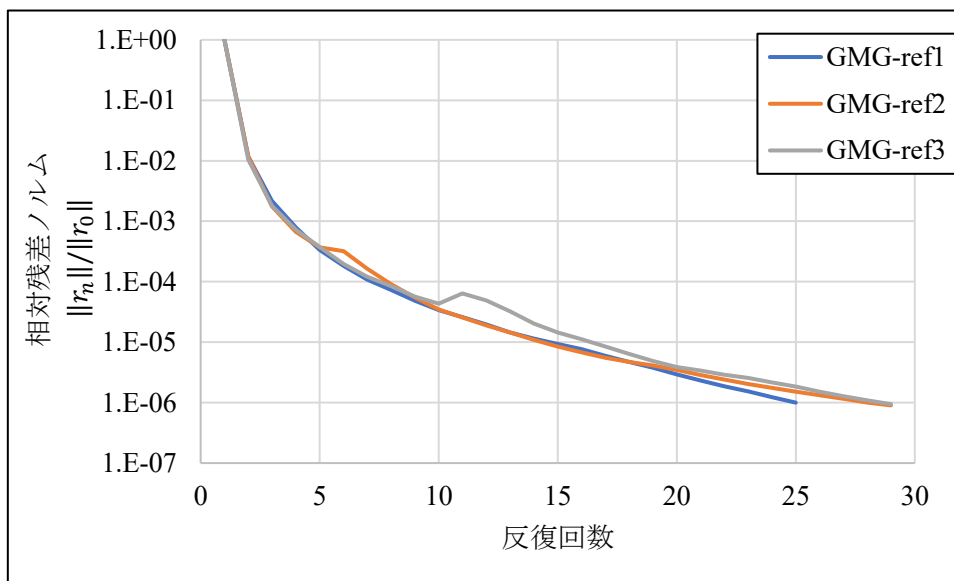


図 6-12-(a) 拡張マーチングキューブ法のみにおける幾何マルチグリッド (GMG) 法の収束履歴

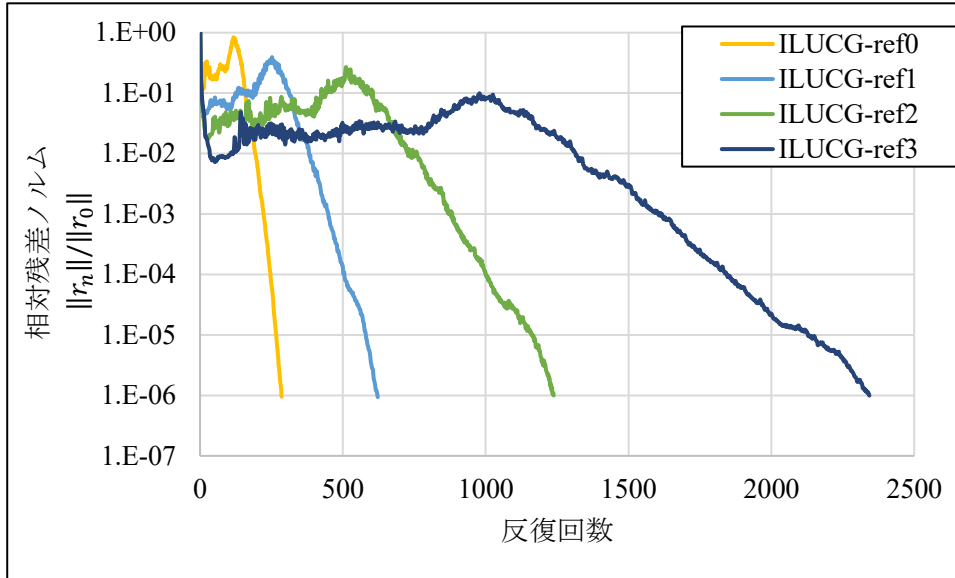


図 6-12-(b) 拡張マーチングキューブ法のみにおける ILUCG 法の収束履歴

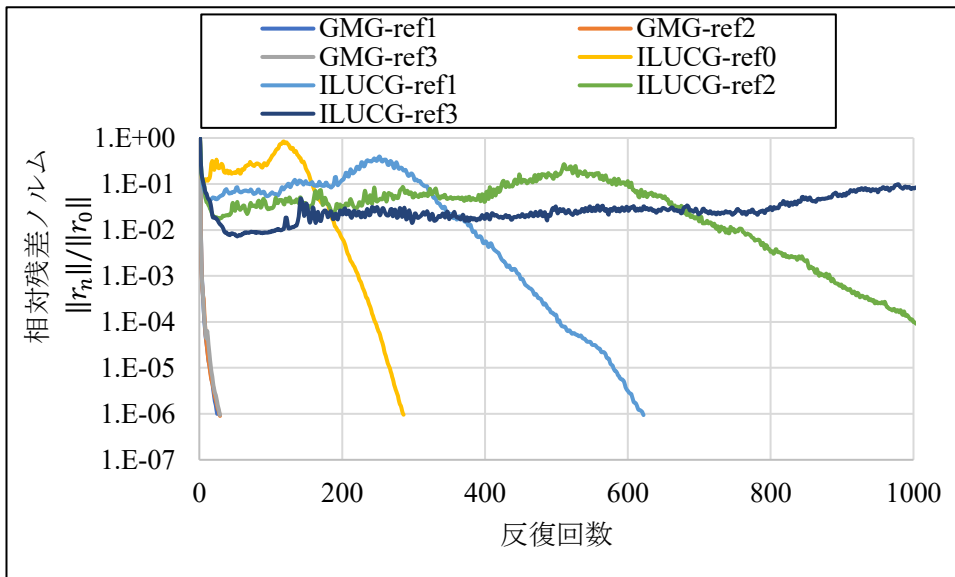


図 6-12-(c) 拡張マーチングキューブ法のみにおける
幾何マルチグリッド (GMG) 法と ILUCG 法の収束履歴

次に、図 6-13-(a)から、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングのモデルに対する幾何マルチグリッド法による計算において、どの細分化レベルのモデルとも、打ち切り反復回数（500回）までに、残差ノルムは収束判定値を満たさないことが分かる。どのモデルとも、収束履歴はある残差ノルムの値から、それ以上は落ちずまっすぐで、これ以上、反復させても、収束しないことがうかがえる。これについて、拡張マーチングキューブ法で得られたメッシュの上からラプラシアンスムージングを適用することにより、メッシュはさらにスムージングされるが、同時に、オリジナルモデルや、拡張マーチングキューブ法のみのモデルの規則正しい整った要素と比較し、ラプラシアンスムージングは節点移動を行うスムージングなので、図 6-14 のように扁平な要素を使う。有限要素法にとって、扁平な要素の使用は、行列の性質を変え、線形代数ソルバの収束性を悪化させる要因[1]であり、これが、本解析における収束性に影響を与えていると考えている。また、図 6-13-(b)から、細分化レベル 0 から 2 (ref0-ref2) までは、収束し、解くことができているが、ref3 では幾何マルチグリッド法と同じように収束しないことが分かる。これも、扁平な要素の使用が原因と思われる。本研究で開発した、ラプラシアンスムージングのアルゴリズムは、メッシュのすべての節点に、同じ値のスムージングの度合である係数 λ を与えるものとなっており、ラプラシアンスムージングのメッシュの要素の扁平さを無くすためには、スムージング係数 λ を小さくすればよいが、それだと、逆にスムージングの効果が薄れてしまう。この問題に対する解決策は、1つ1つのメッシュの形状に合わせて、すべてのメッシュの節点に対して、それぞれ適切なスムージング係数 λ を設定することだが、そのアルゴリズムの作成は、より複雑性が増し、容易ではない。この扁平な要素を用いる有限要素解析の収束性に関する問題は今後の研究課題である。

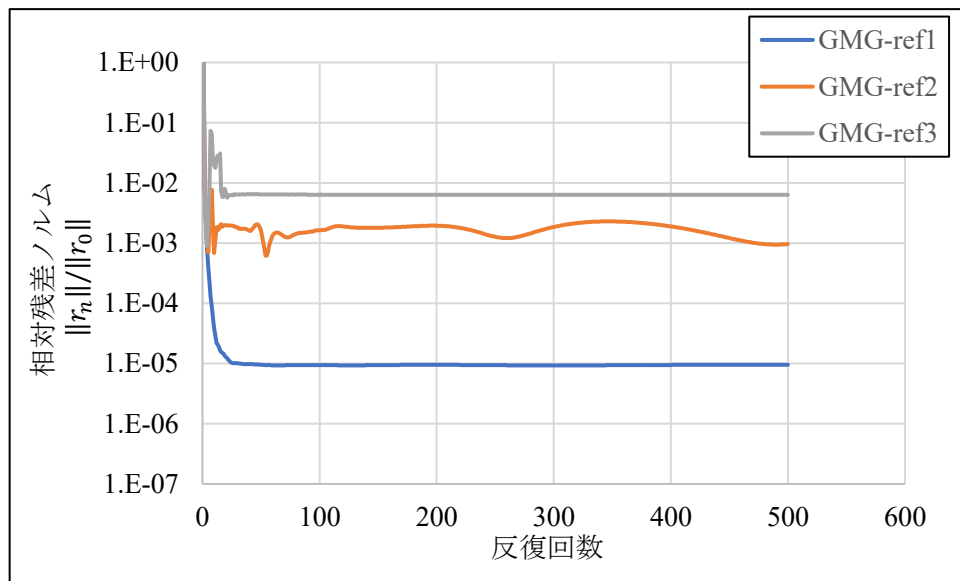


図 6-13-(a) 拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングにおける幾何マルチグリッド (GMG) 法の収束履歴

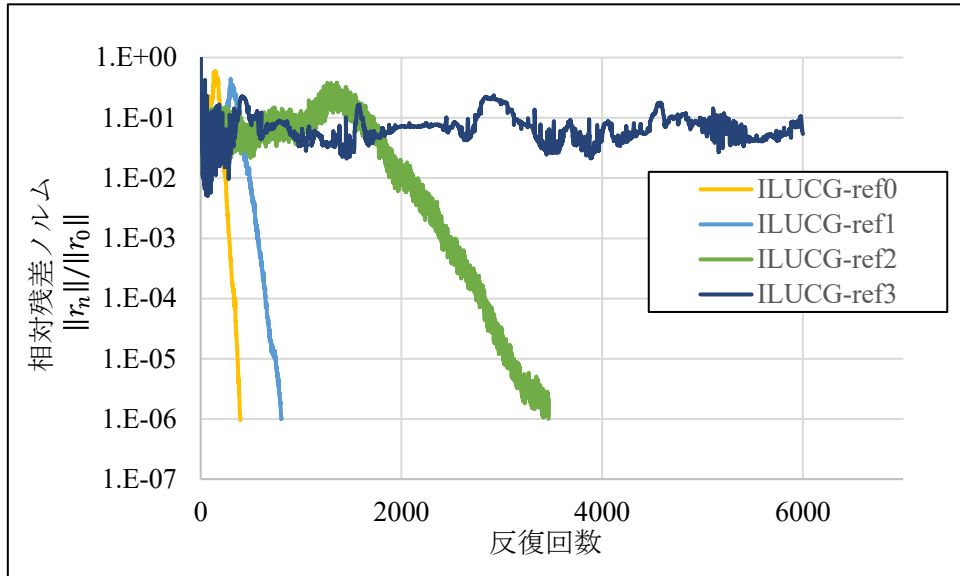


図 6-13-(b) 拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングにおける ILUCG 法の収束履歴

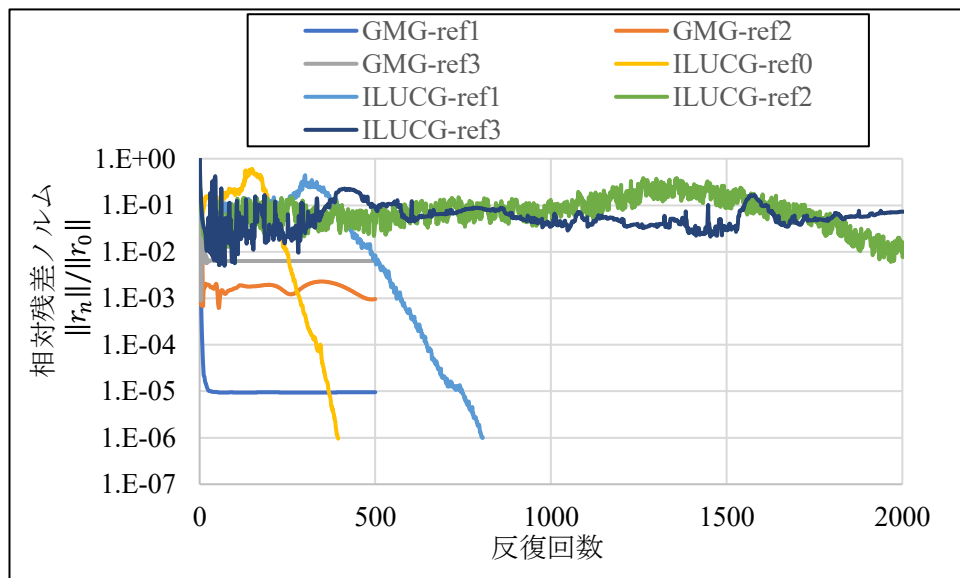


図 6-13-(c) 拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングにおける 幾何マルチグリッド法と ILUCG 法の収束履歴

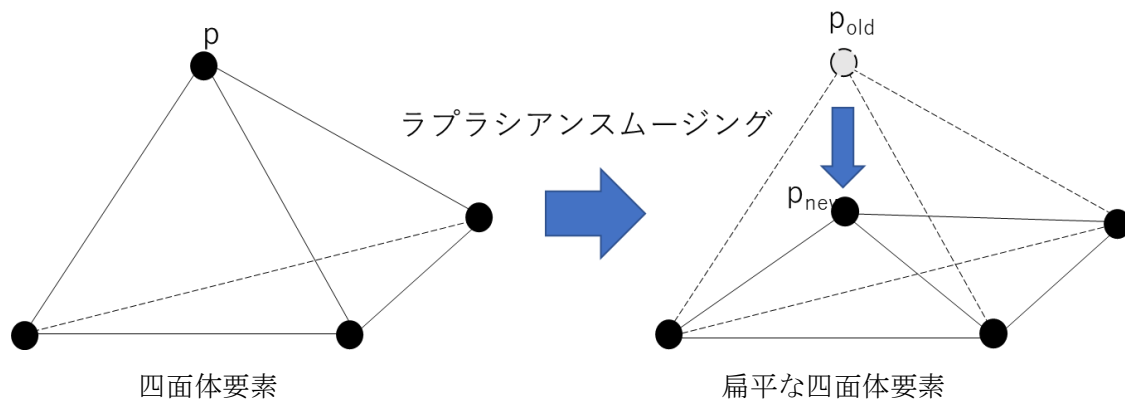


図 6-14 四面体要素に対するラプラシアンスムージング

次に、ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法のみモデル、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングのモデルに対する、各細分化レベルの各ソルバの計算時間と反復回数を示したものを表 6-3 に示す。ここで、表 6-3 において幾何マルチグリッド法を GMG と表記している。また、元のボクセルモデルの要素数は、約 8 万であるが、各ソルバにおける計算量を公平に比較するため、オリジナルから 1 段階細分化したものを、細分化レベル 0 として、比較している。また、表 3 の Ext. March. Cube は拡張マーチングキューブ法を差し、Lap. Smooth はラプラシアンスムージングを指す。

表 6-3 各細分化レベルの各モデルにおける幾何マルチグリッド法と ILUCG 法の反復回数と計算時間

Model	Ref Level	Num. of Elements	GMG		ILUCG	
			Iterations	Time [sec]	Iterations	Time [sec]
Voxel	0	6.4×10^5	\	\	447	1
	1	5.1×10^6	100	54	965	18
	2	4.1×10^7	37	75	1,885	349
	3	3.3×10^8	33	280	3,669	5,640
Ext. March. Cube	0	7.7×10^5	\	\	285	1
	1	6.2×10^6	24	17	621	11
	2	5.0×10^7	28	49	1,237	251
	3	4.1×10^8	28	262	2,342	4,039
Ext. March. Cube and Lap. Smooth	0	7.7×10^5	\	\	393	1
	1	6.2×10^6	収束せず	収束せず	805	19
	2	5.0×10^7	収束せず	収束せず	3,466	696
	3	4.1×10^8	収束せず	収束せず	収束せず	収束せず

表 6-3 より、ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法のみモデルの反復回数を比較すると、2 つとも、ILUCG 法は、細分化ごとに約 2 倍増加しているのに対して、幾何マルチグリッド法は全く増加していないことが分かる。ボクセルモデルでの幾何マルチグリッド法について、反復回数は細分化ごとに減っているのに対して、拡張マーチングキューブ法のみモデルでの幾何マルチグリッド法は、ほとんど反復回数が変わらないことが分かる。また、計算時間に対しては、幾何マルチグリッド法を用いることで、ボクセルモデルは ILUCG 法の計算時間の最大で約 1/20、拡張マーチングキューブ法のみモデルは約 1/15 の時間での計算を実現した。また、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングのモデルの反復回数を見てみると、細分化レベル 0 から 1 では、前述した 2 つのモデルのように約 2 倍反復回数が増加しているのに対し、細分化レベル 1 から 2 では、約 4.3 倍反復回数が増加していることが分かり、細分化レベル 3 では、収束しないことが分かった。そして、幾何マルチグリッド法では、どの細分化レベルも収束しないことが分かった。これらのことから、扁平な要素を用いた、有限要素解析は、細分化ごとに、線形代数ソルバの収束性を悪化させ、特に、幾何マルチグリッド法では、その収束性の悪化が顕著であることが分かった。

次に、ボクセルモデルと拡張マーチングキューブ法のみモデルにおける幾何マルチグリッド法と ILUCG 法の要素数（細分化レベル）ごとの計算時間の増加を示したグラフを図 6-15 に示す。尚、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングのモデルは、細分化ごとの計算時間が得られなかったため載せていない図 6-15 から分かる通り、ILUCG 法と比較し、幾何マルチグリッド法はモデルの規模（要素数）が増大しても、計算時間はほとんど増加しないことが分かる。このことから、大規模モデルにおける幾何マルチグリッド法の有効性を示すことができた。また、非構造メッシュにおいても幾何マルチグリッド法は有効であることを示すことができ、ボクセルモデルと同様に、モデルの規模が増大しても、計算時間がほとんど増加しないという幾何マルチグリッド法の特性を数値人体モデルで示すことができた。

今までは、数値人体モデルの左足部分を用いることで、細分化ごとの線形代数ソルバの計算時間などについて考察した。次節では、数値人体モデル全体に対して、拡張マーチングキューブ法を適用した時の、静電界解析結果、線形代数ソルバの計算結果について考察する。

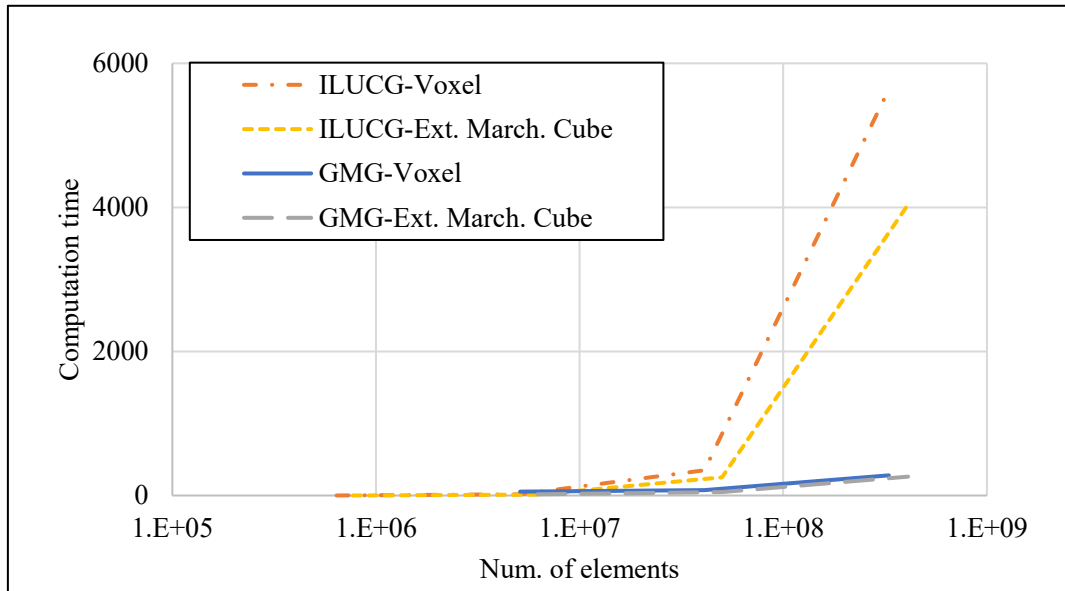


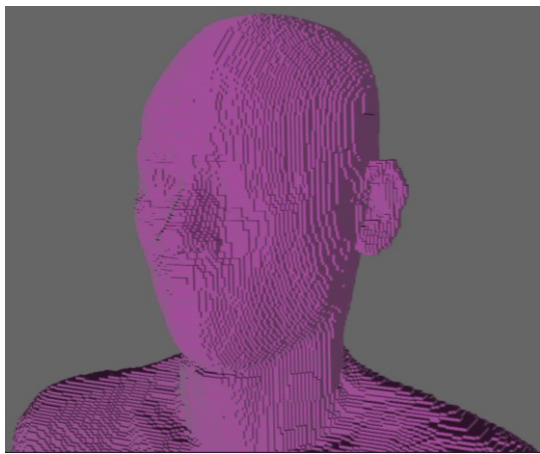
図 6-15 各モデルにおける要素数ごとのボクセルモデルおよび拡張マーチングキューブ法モデルの計算時間

参考文献

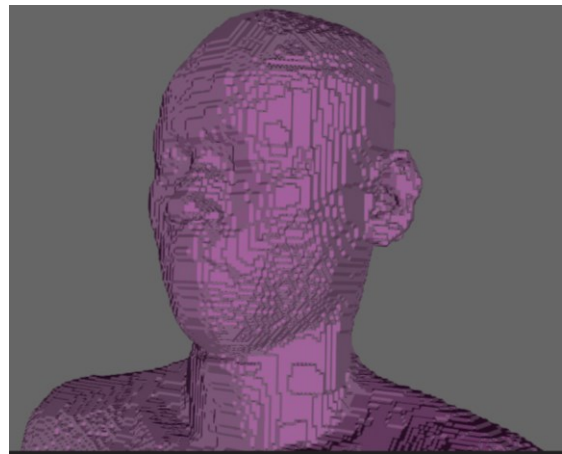
- [1] 渡辺浩太, 五十嵐一, 本間利久, 「電磁界解析におけるマルチグリッド法の有限要素法への適用について」, 数理解析研究所講究録, Vol. 1228, pp. 115-121, 2002.

6-2 数値人体モデル全体を用いた 静電界解析

本節では、数値人体モデル全体に対して拡張マーチングキューブ法を適用したモデルを用いて静電界解析を行う。実際に数値人体モデル全体に拡張マーチングキューブ法を適用した組織・臓器メッシュの可視化を図 6-16 ~6-18 に示す。また、拡張マーチングキューブ法にラプラシアンスムージングを適用した人体モデルについては、6-1 で先述した問題が原因で収束しなかったため、数値結果は掲載していない。

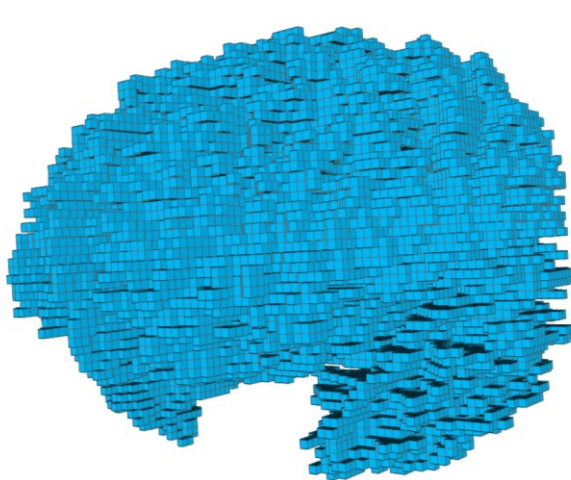


(a) オリジナルモデル

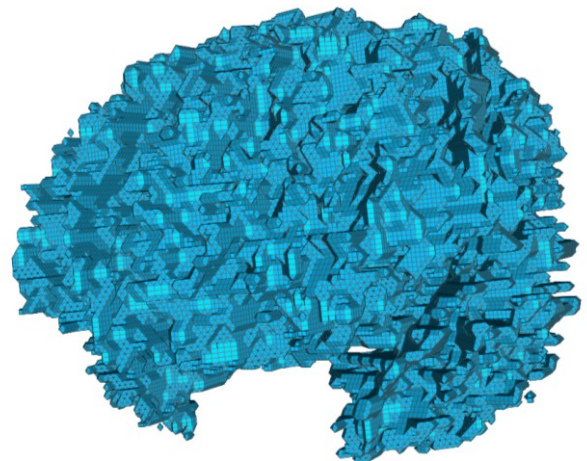


(b) 拡張マーチングキューブ法だけのモデル

図 6-16 数値人体モデル表面



(a) オリジナルモデル



(b) 拡張マーチングキューブ法だけのモデル

図 6-17 白質（頭部組織）のメッシュの可視化

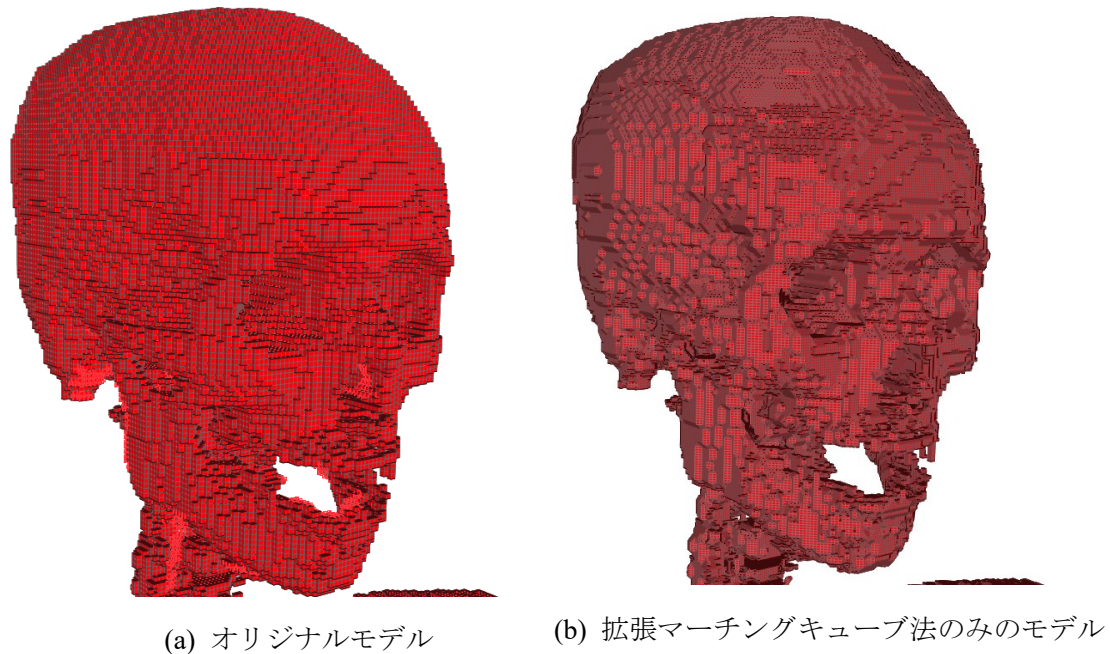


図 6-18 皮質骨（骨）のメッシュの可視化

可視化結果より、ボクセルモデルの 90 度角点がスムージングされていることが分かる。数値人体モデルのボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法のみモデルの要素数は、それぞれ、800 万要素、7,200 万要素である。しかしながら、両モデルを幾何マルチグリッド法により計算する際に、計算量を等しくするため、ボクセルモデルは 2 段階（約 5 億要素）、拡張マーチングキューブ法のみモデルは 1 段階（約 5.8 億要素）細分化させている。境界条件として、図 19 のように、頭部の上部に 1[V]、両足の裏に 0[V] の電圧を与えている。

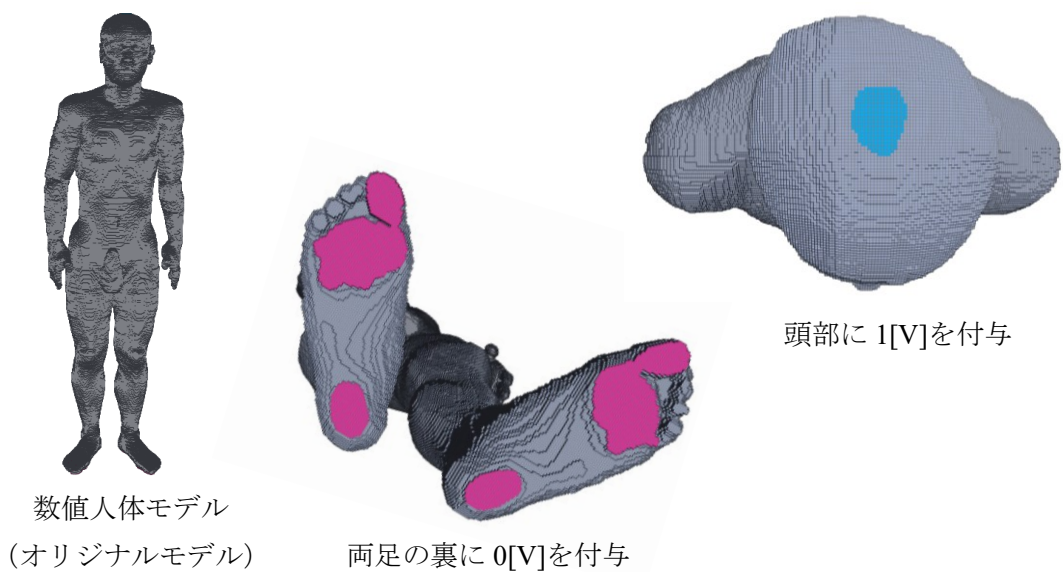


図 6-19 数値人体モデルにおける境界条件の付与

本静電界解析における、計算機環境は、節 6-1 の表 6-2 のとおりである。本解析では、本計算機のメモリ容量の制約上オリジナルのモデルで、最大で2段階の細分化（数億要素）が可能である。オリジナルモデル、拡張マーチングキューブ法のみモデルで用いられたメモリ容量は幾何マルチグリッド法使用時における、数億要素の計算で、オリジナルモデルでは、2.1[TB]、拡張マーチングキューブ法のみモデルでは3.6[TB]であった。表2のメモリ容量3[TB]を超えてしまうので、SWAP領域を追加して、ハードディスク上の記憶容量も用いて計算を行っている。

6-2-1 静電界解析の可視化結果

オリジナルのボクセルモデルの静電界解析の電位分布の可視化結果を図 6-20 に示す。オリジナル、拡張マーチングキューブ法のみモデルの要素数はそれぞれ、6,400万要素、7,200万要素である。図 6-20 の可視化結果から、図 6-19 の通りに、適切に数値人体モデルの頭部、足の裏に境界条件が付与されていることを確認した。

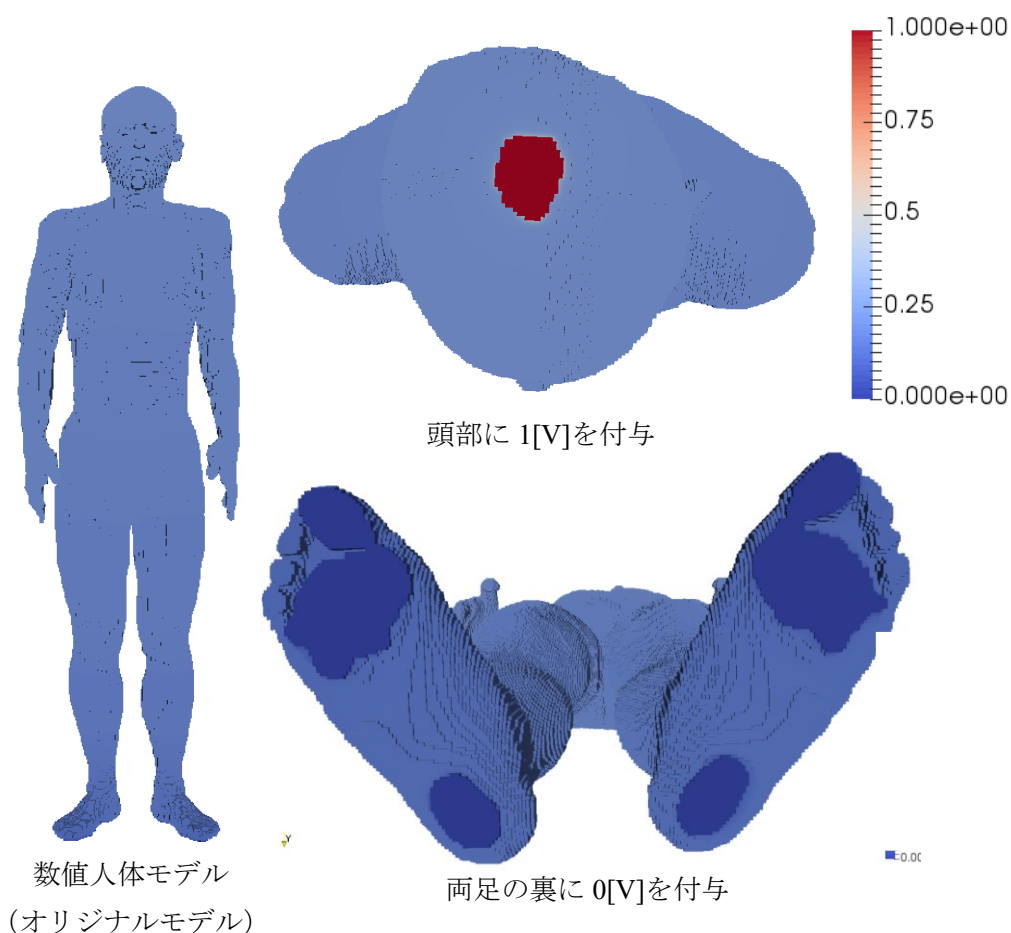


図 6-20 数値人体モデルのボクセルモデルの電位分布の可視化図

次に、数値人体モデルの電位分布[V]の断面図を図 6-22, 23 に示す。図 6-22, 23 は図 6-21 のように、数値人体モデルを赤い枠線で切った断面図である。

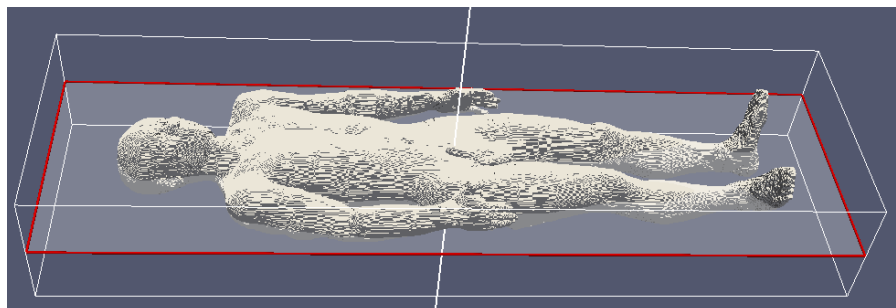


図 6-21 数値人体モデルの断面の切り抜き

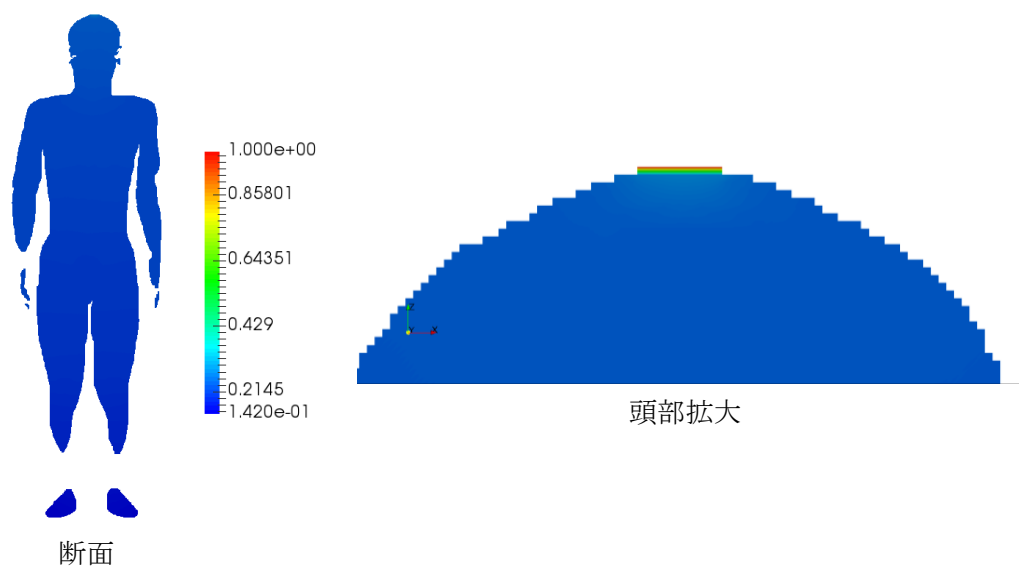


図 6-22 ボクセルモデルの電位分布の断面図

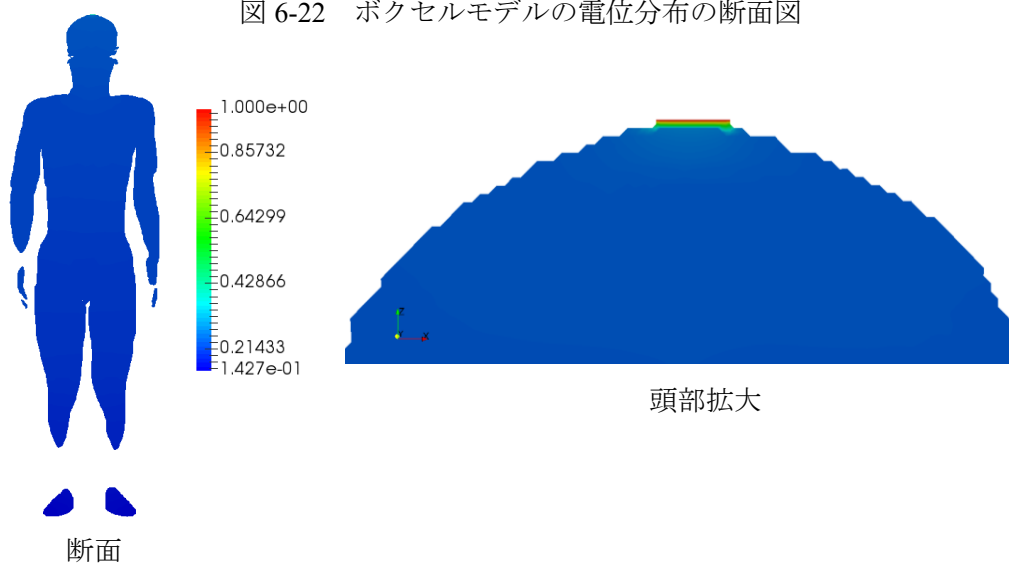
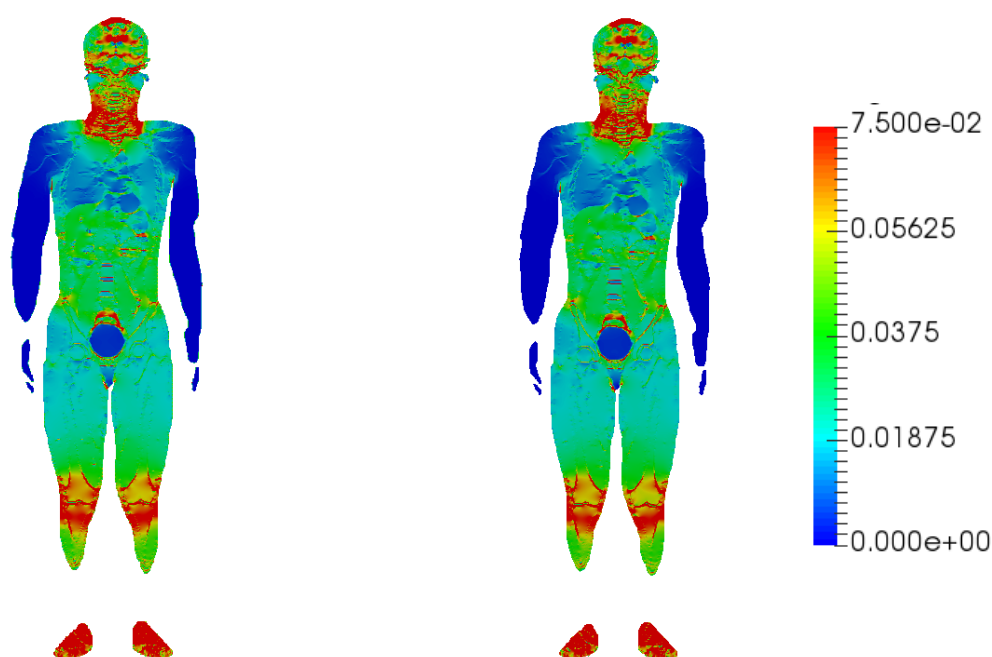


図 6-23 拡張マーチングキューブ法のみモデルの電位分布の断面図

図 6-22, 23 から、断面図において、全体的に電位の値は低いが、頭部の先端部分に、電位の高い値が集中していることが分かる。ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法だけのモデル、2 つとも、同じような電位分布になっており、適切に静電界解析が行えていることを確認した。また、2 つのモデルの断面の形状からも、階段形状が滑らかになっており、適切にスムージングされていることが分かる。

次に、ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法だけのモデルの電界強度[V/m]の可視化図を図 6-24 に示す。この断面は図 6-21 のものと同じである。

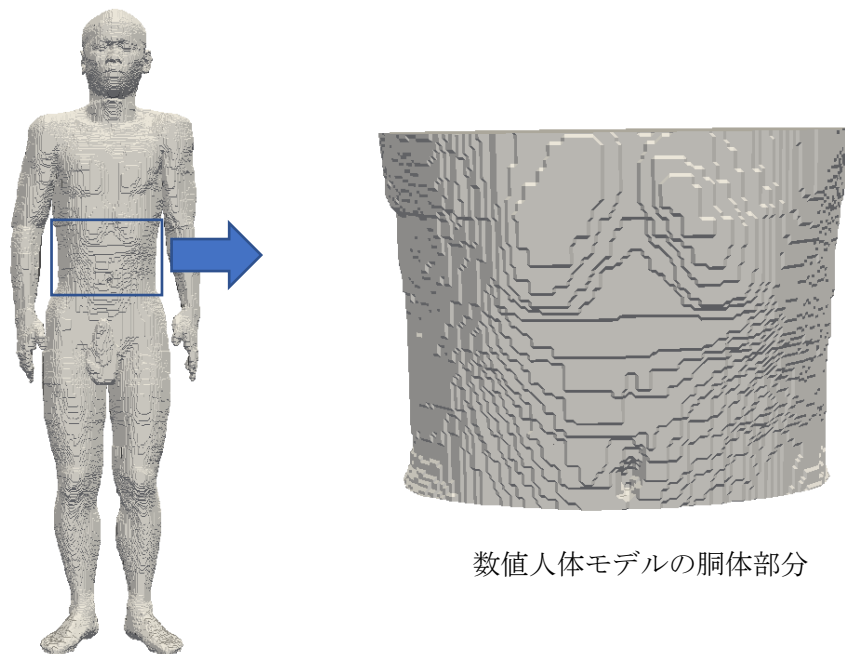


(a) ボクセルモデル (b) 拡張マーチングキューブ法だけのモデル

図 6-24 ボクセルモデルと拡張マーチングキューブ法だけのモデルの電界強度の断面図

図 6-24 の可視化図から、どのモデルも、境界条件を与えている、頭部と両足付近において、電界強度が高いことが分かる。また、頭部と足の裏に電位を付加しているため、その電界の通り道となる、胴体、両足などの電界と比較し、通り道から外れる、両手首の電界強度は低いことが分かる。このことから、本解析が妥当であることが分かった。次の、メッシュスムージングの効果を見るため、図 6-25 のように可視化された数値人体モデルの胴体部分を抜き取り、各モデルの電界強度の比較を行う。胴体部分の電界強度の断面図を図 6-27 に示す。図 6-27 の断面図は図 6-26 のように、胴体を切る形で断面を抽出している。図 6-27 より、はっきりと背骨の部分が見え、胴体断面の可視化が行えていることが分かる。図 6-27 において、電界が高い黒の枠線で囲まれたところを拡大した図が図 6-28 である。図 6-28 より、ボクセルモデルで現れている高い電界強度（黒色の枠線）が、拡張マーチングキューブ法だけのモデルでは取り除かれていることが分かる。このことから、拡張マーチングキューブ法

を用いたメッシュスムージングは数値人体モデルの静電界解析に有効であることが分かった。



ボクセルモデル

数値人体モデルの胴体部分

図 6-25 ボクセルモデルと胴体部分の抜き取り

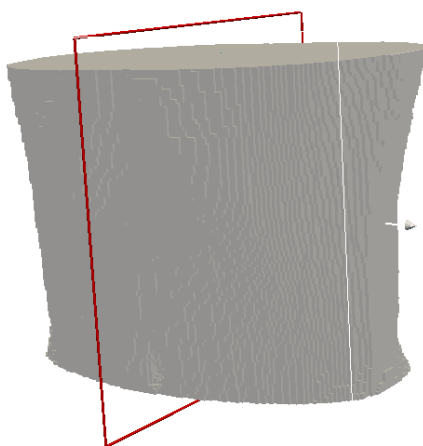
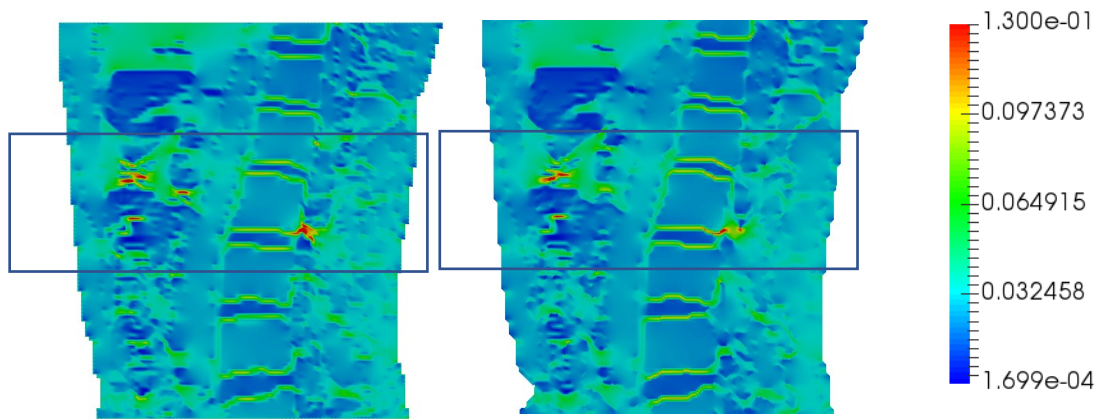
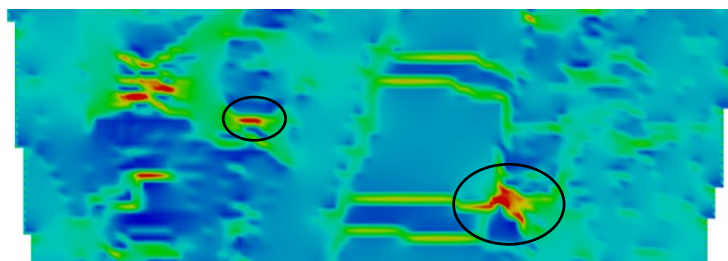


図 6-26 胴体部分の断面（赤い枠線の断面を抽出）

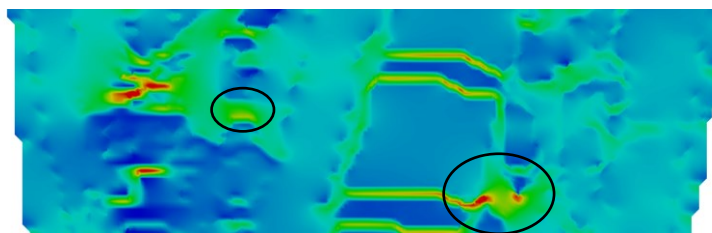


(a) ボクセルモデル (b) 拡張マーチングキューブ法のみモデル

図 6-27 胴体部分の電界強度の可視化図



(a) ボクセルモデル



(b) 拡張マーチングキューブ法のみモデル

図 6-28 胴体部分の電界強度の可視化図 (拡大図)

6-2-2 静電界解析の計算結果

節 6-1 同様、幾何マルチグリッド法と ILUCG 法を用いて、計算結果の比較を行う。幾何マルチグリッド法の計算条件は基本的には、節 6-1 の表 6-2 の通りだが、マルチグリッドの段数については、節 6-1 のモデルと比較し、規模が 1 段階大きくなるので、ボクセルモデルは 2 段、拡張マーチングキューブ法のモデルは 1 段となる。

ボクセルモデル、スムージングモデルにおいて、幾何マルチグリッド法を適用した際の収束履歴を図 6-29 に示す。図 6-29 の幾何マルチグリッド法で求める数値人体モデルの要素数は、ボクセルモデルが約 5.1 億要素、拡張マーチングキューブ法のモデルが約 5.8 億要素である。図 6-29 は反復回数ごとの残差ノルムをボクセル、拡張マーチングキューブ法のモデルにおける幾何マルチグリッド法と比較したものであり、反復回数は 1500 で打ち切りとした。図 6-29 より、ボクセルモデルの幾何マルチグリッド法では、反復回数 1500 回以内に収束しないことが分かり、また収束履歴も反復回数 10 回あたりから残差が落ちなくなり、反復回数を増やしても収束する見込みがないことが分かる。一方で、拡張マーチングキューブ法のモデルにおける幾何マルチグリッド法は、反復回数 121 回で収束しており、また収束履歴もボクセルモデルの幾何マルチグリッド法と比較して急峻であることが分かる。幾何マルチグリッド法においてスムージングが反復型行列解法における前処理のような役目を果たすことが分かり、ボクセルモデル問題では解けない幾何マルチグリッド法をスムージングにより解くことができることが分かった。

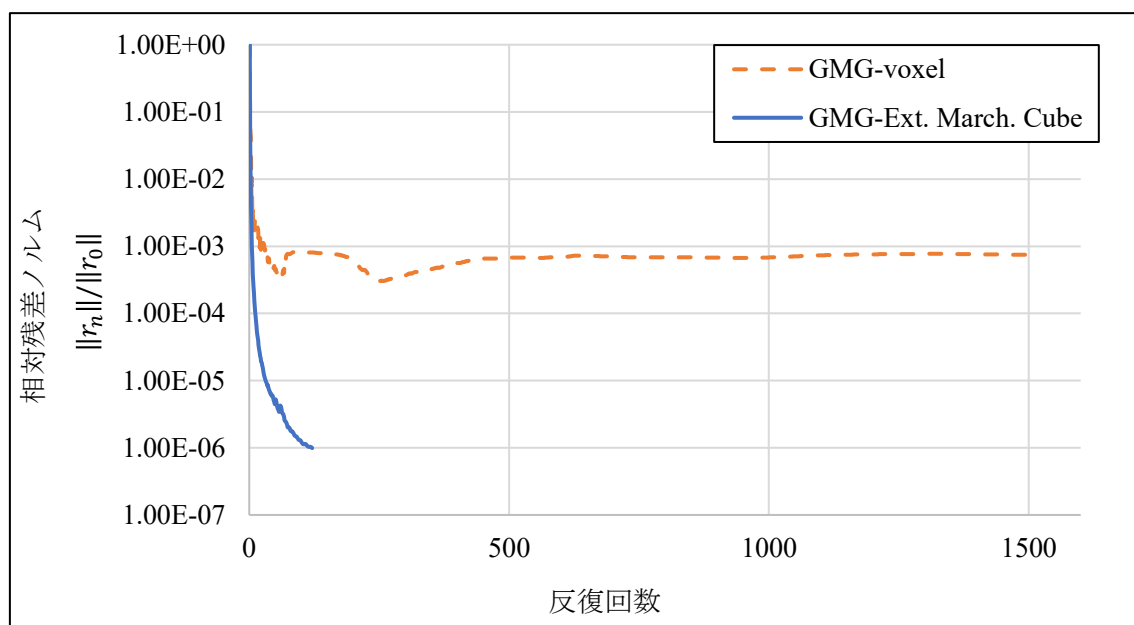


図 6-29 ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法モデルに対する幾何マルチグリッド法の収束履歴

次に、ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法のモデルにおける ILUCG 法の収束履歴を図 6-30 に示す。ボクセルモデルと拡張マーチングキューブ法のモデルの収束履歴は、反復回数 3000 回あたりまで、同じような収束履歴をたどるが、それ以降は、拡張マーチングキューブ法のモデルのほうが急峻に、残差ノルムが落ちており、六面体要素（ボクセル）のみのモデルより、四面体やプリズム、ピラミッド要素など混合要素を用いたモデルの収束性の方がよいことが分かった。ボクセルモデルの ILUCG 法が反復回数 9,501 回、拡張マーチングキューブ法モデルでの ILUCG 法が反復回数 5,964 回で、前者の約 6 割の反復回数で計算が完了した。また、両者の計算時間については、ボクセルと拡張マーチングキューブ法それぞれ、22,227 秒と 28,915 秒で、反復回数がボクセルモデルの ILUCG 法のほうが多いにもかかわらず、拡張マーチングキューブ法のみ ILUCG 法より速いことがわかる。これは、ボクセルモデルの計算に使うメモリは 2[TB]で、計算機のメモリ容量 3[TB]に収まるのに対し、拡張マーチングキューブ法のみ ILUCG 法のみのモデルの計算に使うメモリは 3.6[TB]で、計算機のメモリに乗らず、ハードディスクによるスワップ領域を用いて計算を行っているため、その分計算時間が遅いと考えている。

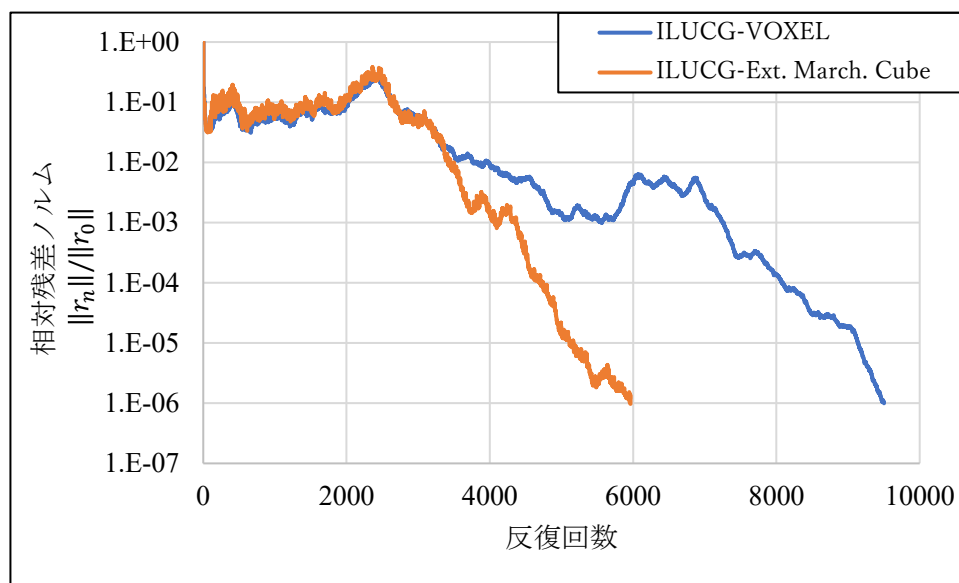


図 6-30 ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法モデルに対する ILUCG 法の収束履歴

図 6-31 に、ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法モデルの幾何マルチグリッド法と ILUCG 法の収束履歴を示している。図 6-31 からわかる通り、拡張マーチングキューブ法のみ ILUCG 法のみのモデルに対する幾何マルチグリッド法の収束履歴は、ほかの 3 つの収束履歴と比較し、圧倒的に急峻であることが分かる。前述した通り、拡張マーチングキューブ法モデルにおける ILUCG 法の計算時間は 28,915 秒であるのに対し、幾何マルチグリッド法の計算時間は、25,555 秒であり、約 1 時間速いが、その幾何マルチグリッド法の少ない反復回数に対

して、計算時間の減りが少ない。この原因としては、スムーザーとして用いる定常反復法の並列化できない、前の処理のデータを後の処理で用いる、データ依存のある計算が、計算時間に影響を与えていることが考えられる。第 2 章で前述した通り、スムーザーの並列化には、各節点を依存しない「色」に分けて、行列を再構成して、並列化させる、マルチカラーオーダリングといわれる並列化手法があるが、節点の並びがランダムである、非構造メッシュに対してマルチカラーオーダリングを適用することはプログラミング上相当困難である。これまでは、モデルの規模が小さかったもので、それほど計算時間に影響しなかったが、数億を超える、超大規模なモデルに対しては、その並列化困難なスムーザーの計算負荷が大きくなるのが今回の数値実験で分かり、非構造メッシュに対するスムーザーの並列化が幾何マルチグリッド法の少ない反復回数の特徴を生かすには必要である。

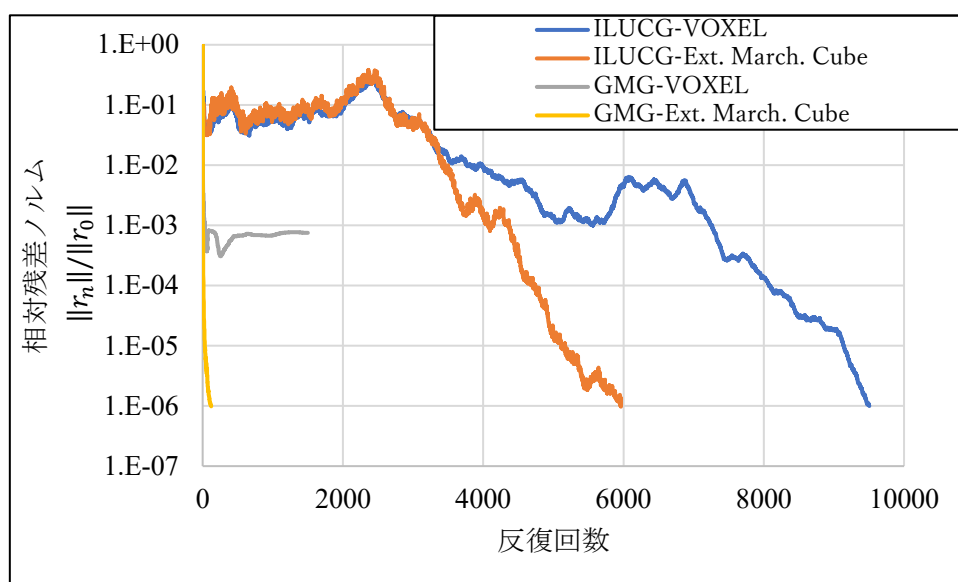


図 6-31 ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法モデルに対する幾何マルチグリッド法と ILUCG 法の収束履歴

本章では、数値人体モデルを用いることにより、数値人体モデルにおける拡張マーチングキューブ法の有効性、また幾何マルチグリッド法と ILUCG 法の反復回数、収束履歴、計算時間を比較することで、非構造メッシュに対する幾何マルチグリッド法の特徴を調べ、メッシュスムージングされた数値人体モデルに対する、幾何マルチグリッド法の有効性を示した。

6-3 数値結果のまとめ

本研究で、行ってきた数値人体モデルを用いた静電界解析について、数値結果をまとめたものを、図 6-32 に示す。

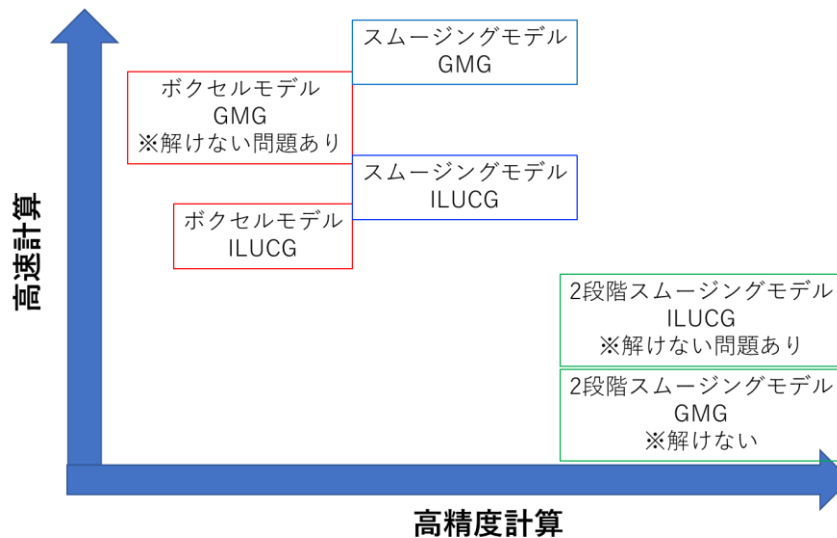


図 6-32 数値人体モデルを用いた静電界解析に対する各モデルのソルバごとの高速・高精度計算の関係性

図 6-32 において、ボクセルモデルはオリジナルの数値人体モデル、スムージングモデルは、マーチングキューブ法を適用した数値人体モデル、2 段階スムージングモデルは、マーチングキューブ法を適用したメッシュの上からラプラシアンスムージングを適用した数値人体モデルを示している。また、縦軸は、数値計算においてどれほど計算時間が速いかを示しており、矢印に行くほど、より高速な数値計算を示している。また、横軸は、数値計算においてどれほど高精度に計算できるかを示しており、矢印に行くほど、より高精度な数値計算となることを示している。

図 6-32 より、スムージングモデルとボクセルモデルを比べると、マーチングキューブ法を用いることにより、ボクセルモデルより高精度な計算を実現でき、また、線形代数ソルバとして幾何マルチグリッド法を用い、数値人体モデル全体に対するボクセルモデルでは解けなかった、幾何マルチグリッド法を、スムージングモデルを用いて解くことができ、結果的にボクセルモデルより高速な数値計算を行うことができた。これらの結果から、本研究の目的でもある、高精度で高速な数値計算を実現することができた。

一方で、2 段階スムージングモデルについて見てみると、高精度化については、スムージングモデルより、より高精度であることが分かったが、線形代数ソルバの面では、ILUCG 法

では、一部解けない問題が、幾何マルチグリッド法では、全く解けないことが分かった。この原因としては、おそらく、2段階目でラプラシアンスムージングを適用することによって、要素の形状が潰れ、極端に扁平な要素ができ、線形代数ソルバの収束性を悪化させるからではないかと考えている。

以上のことをまとめると、マーチングキューブ法を用い、線形代数ソルバとして幾何マルチグリッド法を適用することで、オリジナルのボクセルの数値人体モデルより、高精度・高速な数値計算を実現することができる。一方で、ラプラシアンスムージングを適用するさらなるスムージングで高精度化を目指すには、要素の頂点を潰さないような新しいラプラシアンスムージングの考案が必要である。

第7章の「まとめと考察」では、これまでの開発した手法の計算結果から、導かれる考察と問題点、今後の展望について述べ、本論文の結びとする。

第7章 まとめと考察

まとめ

本論文では、ボクセルモデルで構築される数値人体モデルに対する静電界解析において、階段状の異材境界に現れる電界強度の過大評価を緩和するため、マーチングキューブ法を基礎にしたメッシュスムージング手法を開発した。実際に、ボクセルで構築される球体モデルをオリジナルとして、開発したマーチングキューブ法を適用し、適切にボクセル球体モデルの表面をスムージングすることができた。更に、マーチングキューブ法を適用した球体モデルの上から、別に開発したラプラシアンスムージングを適用した。結果、球体モデルは多少シュリンクするものの、マーチングキューブ法の 135° 角点をさらにスムージングすることができた。オリジナルのボクセル球体モデル、マーチングキューブ法のみモデル、マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングのモデルと参照値として、階段近似のない CAD で作成された曲面形状モデルを用いて静電界解析を行った。それぞれの球体モデルの可視化結果から、マーチングキューブ法を適用することで、ボクセル球体モデルの階段近似による電界強度の過大評価を緩和することができ、更にラプラシアンスムージングを適用することで、マーチングキューブ法の角点における電界強度の高い部分をさらに緩和することができた。また電界強度の最大値も、ボクセル球体モデルとマーチングキューブ法モデルは参照値である CAD 由来曲面形状モデルと比較し、 $100[\text{V/m}]$ 程大きいのに対し、マーチングキューブ+ラプラシアンスムージングのモデルは、数 $[\text{V/m}]$ 程度であり、CAD 由来曲面形状モデルと可視化結果が近いことが分かり、有効性を示すことができた。

また、マーチングキューブ法は、2 種境界に関するメッシュスムージング手法であるため、全体の異種境界の割合で無視できない 3 種境界のメッシュスムージングに対して、3 種境界を 2 種境界とみて処理することによりスムージングする手法を、拡張マーチングキューブ法と題して開発した。数値人体モデルに適用した結果、従来のマーチングキューブ法では、スムージング出来なかった、3 種境界が提案手法を用いることでスムージングすることができ、提案手法である拡張マーチングキューブ法の有効性を示すことができた。

次に、実際に、数値人体モデルの一部を抜き取って、ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法モデル、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングモデルで静電界解析を行った。可視化結果より、拡張マーチングキューブ法モデルはボクセルモデルの高い電界強度を緩和し、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングモデルは拡張マーチングキューブ法モデルの高い電界強度を緩和させることができた。また、線形代数ソルバである ILUCG 法、幾何マルチグリッド法を用いて、各モデルにおける細分化ごとの計算時間、反復回数、収束履歴の比較を行った。結果、全体的に、ILUCG、幾何マルチグリッド法ともに、拡張マーチングキューブ法を適用したモデルが、一番収束性がよいことが分かった。また、各モデルの幾何マルチグリッド法については、ボクセルモデルは、細分化ごとに収束性がよくなっているのに対し、拡張マーチングキューブ法のモデルは、もともとの収束性がよく、細分化を行っても収束性がほとんど変化しないことが分かった。また、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングのモデルでは幾

何マルチグリッド法は度の細分化レベルでも収束しないことが分かった。一方で、各モデルの ILUCG 法については、ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法のモデルは細分化ごとに約 2 倍反復回数が増加しているのに対し、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングモデルは細分化ごとにボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法モデル以上に収束性が悪化し、最も細かい細分化レベルでは解くことができなかった。また、ボクセルモデル、拡張マーチングキューブ法モデルの計算時間については、どの細分化レベルでも幾何マルチグリッド法が一番速いことが分かり、ボクセルモデルでは ILUCG 法の計算時間の 1/20、拡張マーチングキューブ法モデルでは ILUCG 法の計算時間の 1/15 の計算時間で解析することができた。これらの結果から数値人体モデルにおける構造・非構造メッシュに対する幾何マルチグリッド法の特性（スケラブル）を示すことができた。

次に、数値人体モデル全体に、拡張マーチングキューブ法を適用し、静電界解析を行った。可視化結果より、ボクセルモデルでの高い電界強度を、拡張マーチングキューブ法を用いることにより、緩和させることができた。このことから、数値人体モデル全体に対する拡張マーチングキューブ法の有効性を示すことができた。また、ILUCG 法と幾何マルチグリッド法を用いて、各モデルの計算時間、反復回数、収束履歴の比較を行った。幾何マルチグリッド法の収束履歴を比較した結果、ボクセルモデルでは収束に至らなかったのに対し、拡張マーチングキューブ法モデルでは残差ノルムが急峻に落ち、ボクセルモデルで解けなかった問題を拡張マーチングキューブ法モデルで解くことができた。これより、幾何マルチグリッド法において、スムージングが反復型行列解法における前処理のような収束性改善の効果を持つことが分かった。また、ILUCG 法と比較して、約 1 時間の計算時間短縮を実現した。

考察と今後の予定

「まとめ」でも述べた通り、拡張マーチングキューブ法+ラプラシアンスムージングでは収束性が悪化し、一部解けない問題があることが分かったが、これは、ラプラシアンスムージングによる、要素の極端な扁平化によるものだと考えられる。扁平な要素により、有限要素解析における線形代数ソルバの収束性著しく悪化することが知られており、これを防ぐための一手法として、ラプラシアンスムージングの移動する節点の移動度合を決定する係数 λ （すべての異種境界上の節点で同じ値）を小さくするなどし、メッシュが縮まないようにすることが考えられるが、スムージングが十分なされず、有効ではない。そこで、今後の予定として、本研究では、ラプラシアンスムージングに機械学習、つまり異種境界の形状に合わせて、それぞれ節点に固有の係数 λ を決定する新しいメッシュスムージング手法が研究されており[1]、本研究でも、それら手法の開発を行う。

また、数値人体モデル全体の計算において、幾何マルチグリッド法は、ILUCG より 1 時間ほど速いことを言及したが、反復回数が圧倒的に幾何マルチグリッド法は少ないのにも関わらず、計算時間一時間の減少は、いささか少ないと捉えられる。これは、幾何マルチグリッド法の反復計算のスムーザーの計算量が原因で、このスムーザーの計算に並列化困難

なデータ依存の処理が含まれているからである。第2章で述べた通り、このデータ依存のあるスプーザーの並列化手法として、マルチカラーオーダリングがあるが、本手法はボクセルで構築された数値人体モデルなどの構造格子のモデルに有効で、メッシュスムージングを施した、節点の並びがランダムな、非構造格子などのモデルに対しては、依存のない「色」での組分けが難しく、マルチカラーオーダリングの適用は困難である。実際UG4には、マルチカラーオーダリングのような、スプーザーの並列化は行われておらず、逐次計算で行われている。要素数が少ない問題には、そのスプーザーの計算負荷はあまりかからないが、数億要素規模の数値人体モデルでは、その計算負荷は大きくなり、非構造メッシュに対するスプーザーの並列化が必須である。本研究では、今後の予定として、スプーザーの並列化に対して、行列方程式など代数的な構造から並列化を行う代数マルチカラーオーダリングなどの並列化手法をUG4に実装して、さらなる幾何マルチグリッド法の高速化を行う予定である。

参考文献

- [1] G. Taubin, “Curve and surface smoothing without shrinkage”, Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision, DOI: 10.1109/ICCV.1995.466848, 20-23 June 1995.

謝辞

本研究を進めるにあたり、学部、修士、博士の現在までの約 9 年間に渡り、終始熱心にご指導・ご鞭撻を頂いた、武居 周 准教授に心より感謝致します。また、本論文をまとめるにあたり貴重なご意見をいただきました、本学農学工学総合研究科担当、穂高 一条 教授、多炭 雅博 教授、坂本 真人 教授、西岡 賢祐 教授に心より感謝致します。加えて、共同研究者として、研究のご指導・ご鞭撻をいただいた、香川高専の太良尾 浩生 准教授に感謝いたします。度々研究発表をさせてもらい、有意義なディスカッションをさせていただきました「大規模電磁界数値解析手法に関する研究シンポジウム (LSCEM)」の参加メンバーに感謝いたします。

また、日本学術振興会 特別研究員(DC2)に採択いただきました。これにより、博士課程の 2 年間、経済的不安など全くなく、大変充実した研究生生活を送ることができました。さらに、本研究において使用した計算機環境の一部は、日本学術振興会 特別研究員奨励費 20J15006 の助成を受けて、導入しました。導入しました計算機は、本研究の完成に不可欠なものでした。心より感謝いたします。

また、研究生生活において、コンピュータプログラミング等の基礎的な技術を教えてくださった、研究室の先輩方、ゼミなどで有意義な意見をくださった研究室の後輩方に感謝いたします。また、研究生生活において、研究資材の購入・学会参加費用等、事務的な手続きにご助力いただいた、当研究室補佐員 佐藤 明美様に感謝いたします。

また、本研究室では、海外の研究者との交流を行い、客員研究員として本研究室に滞在し、海外の有限要素法の最新の研究内容について情報提供してくださった Mohamed M Shadi (Heriot-Watt University, UK)准教授、武居教授がメインオーガナイザーとして、開催した国際会議 JSST2019 において、発表してくださった、UG4 の開発者の一人である、Andreas Vogel (Bochum University, GER) 助教、本研究室のゼミで幾何マルチグリッド法の特別講義をしてくださった UG4 開発者の一人である、Gabriel Wittum(Goethe Center for Scientific Computing @ Goethe-University Frankfurt am Main, GER) 教授に心から感謝いたします。

2020 年初頭頃より、新型コロナウイルス (COVID-19) が世界的に蔓延し、大学での研究活動にも大きく影響しました。参加を予定していた国内学会と国際会議の全てが、対面実施と比較して情報収集の自由度が制約されるオンラインによる開催となり、加えて、学生であるうちに海外留学をする機会を逃すという憂き目にもあいました。しかし、皆様の励ましにより、このような状況にも何とか耐え研究を遂行することができ、その成果を本論文にまとめることができました。不安定な世界情勢も相俟って先の見通しがききにくい世の中ですが、ここで学んだことを糧に我が国の発展に貢献したいと思います。

最後に、学士から博士の 9 年という長い年月に渡り送った学生生活において常に励まし、支えてくださった両親に心から感謝いたします。

研究業績

1. 学術論文(すべて査読あり, すべて筆頭著者)

- 1) M. Nomura, Y.Nakamura, H.Tarao, A.Takei, "Contact Current Density Analysis Inside Human Body in Low-Frequency Band Using Geometric Multi-Grid Solver", IEICE Transactions on Electronics, IEICE, Vol.E103-C, No.11, pp.588-596, 2020.
- 2) M. Nomura, H. Tarao, A. Takei, Analysis of Current Density Inside Human Body Using Geometric Multi-Grid Method, IEEE Transactions on Magnetics, IEEE, Vol. 55, DOI: 10.1109/TMAG.2019.2903320, 2019.
- 3) M. Nomura, H. Tarao, N. Hayashi, A. Takei, "Performance evaluation of preconditioning method for in-body current density analysis using numerical human model", Journal of Advanced Simulation in Science and Engineering, Japan Society for Simulation Technology, Vol. 5, pp.29-47, 2019.
- 4) 野村政宗, 太良尾浩生, 武居周「解剖学的人体データを用いた体内電流密度解析における前処理手法の性能評価」電子情報通信学会論文誌 C, 電子情報通信学会, Vol.J101-C, pp.400-409, 2018.

2. 国際会議における発表(すべて査読あり, すべて筆頭著者)

- 1) M. Nomura, A. Takei, "Geometric Multi-Grid Method for Accurate and Fast Electrostatic Analysis with Unstructured Numerical Human Body Model", the 23rd International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG2021), PA-P1 Presentation 3, Online, January 2022.
- 2) M. Nomura, A. Takei, "Accurate and Fast Electrostatic Field Analysis with Unstructured Numerical Human Body Model Using Parallel Geometric Multi-Grid Method", The 40th JSST Annual International Conference on Simulation Technology (JSST2021), OS3, Session16, Online, September 2021.
- 3) M. Nomura, Y. Nakamura, H. Tarao, A. Takei, "Improvement of the Accuracy for the Electric Field Analysis by Contact Currents inside a Human Body Using the Marching Cubes Algorithm in a Low Frequency Domain", The Eighteenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC2020), 365, Pisa, Italy, online, November 2020.
- 4) M. Nomura, Y. Nakamura, H. Tarao, A. Takei, "Performance evaluation of the parallel multi-grid method and various linear solvers for large-scale current density analysis inside a human body", The 36th JSST Annual International Conference on Simulation Technology (JSST2019), Symposium3, Session22, Miyazaki, Japan, November 2019.
- 5) M. Nomura, H. Tarao, A. Takei, "Large-scale numerical human body analysis using parallel geometric multi-grid method", the 22nd International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG2019), 953, Paris, France, July 2019.

6) M. Nomura, H. Tarao, A. Takei, “Analysis of Current Density Inside Human Body Using Geometric Multi-Grid Method”, The Eighteenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC2018), 1385, Hangzhou, China, October 2018.

7) M. Nomura, H. Tarao, A. Takei, “Performance Evaluation of Numerical Current Analysis with Anatomical Human Model”, The 36th JSST Annual International Conference on Simulation Technology, JSST, OS2 Session20, Tokyo, Japan, October 2017.

3. 国内学会における発表（すべて口頭発表，査読なし，すべて筆頭著者）

1) 野村政宗，武居周，「数値人体モデルのメッシュスムージングと幾何マルチグリッド法による非構造静電界解析」，電気情報通信学会研究会，EST2021-85，オンライン，2022年，1月．

2) 野村政宗，武居周，「非構造格子を用いた大規模静電界人体解析に対する幾何マルチグリッド法の適用」，日本機械学会 第34回計算力学講演会 (CMD2021)，099，オンライン，2021年，9月．

3) 野村政宗，武居周，「マーチングキューブ法を応用したメッシュスムージングによる人体内高精度電界解析」，第33回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム(SEAD33)，104，オンライン，2021年5月．

4) 野村政宗，武居周，「マーチングキューブ法を応用したメッシュスムージングによる人体内電界解析の高精度化」，第4回大規模電磁界数値解析手法に関する研究シンポジウム (LSCEM2021)，オンライン，2021年3月．

5) 野村政宗，武居周，「数値人体モデルにおける階段近似誤差緩和のためのマーチングキューブ法を応用したメッシュスムージング」，電子情報通信学会研究会，EST2020-45，オンライン，2020年，10月．

6) 野村政宗，中村友紀，太良尾浩生，武居周，「マーチングキューブ法を用いた低周波領域における接触人体内電流密度解析の高精度化の基礎検討」，電子情報通信学会ソサエティ大会，C-15-12，大阪府，2019年，9月．

7) 野村政宗，太良尾浩生，武居周，「並列幾何マルチグリッド法を用いた人体内電流密度解析の高速化」，第31回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム(SEAD31)，24B3-7，神奈川県，2019年5月．

8) 野村政宗，太良尾浩生，武居周，「並列幾何マルチグリッド法を用いた人体内電流密度解析」，第2回大規模電磁界数値解析手法に関する研究シンポジウム (LSCEM2019)，宮崎，2019年3月．

9) 野村政宗，太良尾浩生，武居周，「幾何マルチグリッド法を取り入れた SPFD 法による人体電流密度解析の高速化」，第71回電気・情報関係学会九州支部連合大会，06-2P-02，

大分県, 2018 年 9 月. (他 6 報)

4. 受賞

1) “Student Presentation Award”, JSST2019, 日本シミュレーション学会, 2020 年 4 月.

5. その他

1) 日本学術振興会特別研究員 (DC2), 2020 年 4 月–2022 年 3 月.