宮崎大学教育学部附属教育協働開発センター研究紀要　第30号，23 − 37，2022

数学的活動を自ら遂行する児童・生徒の育成にむけた学習指導に関する研究

― 数学的活動を生徒自ら遂行するための ICT 活用法の開発 ―

木根主税[1]・添田佳伸[2]・平山浩之[2]・黒木秀一[1]・永倉洋子[3]・橋田浩幸[3]・谷口朝哉[3]・
藤井良宜[2]・山口尚哉[2]・東迫健一[1]・中別府靖[4]・村田彰子[4]・長友章太朗[4]

Practical Study on Learning and Teaching for Fostering Students who Carry Out Mathematical Activities by Themselves

Development of ICT Utilization Methods for Students to Carry Out Mathematical Activities by Themselves

Chikara KINONE[1], Yoshinobu SOEDA[2], Hiroyuki HIRAYAMA[3], Syuichi KUROGI[1],
Yoko NAGAKURA[3], Hiroyuki HASHIDA[3], Tomoya TANIGUCHI[3],
Yoshinori FUJII[2], Naoya YAMAGUCHI[2], Kenichi HIGASHIZAKO[1],
Yasushi NAKABEPPU[4], Shoko MURATA[4], Syotaro NAGATOMO[4]

１．はじめに

平成29年告示の小学校と中学校の学習指導要領，そして平成30年告示の高等学校の学習指導要領の特徴のひとつに，「数学的活動」の一層の充実がある。算数・数学科の目標に掲げる資質・能力の育成にむけて，数学的問題発見・解決過程を反映させた学習過程が重要な役割を果たすという認識のもと，数学的活動を「事象を数理的に捉え，数学（算数）の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決する過程を遂行すること」と規定し，小・中・高等学校すべての目標の柱書に，数学的活動を通して数学的に考える資質・能力を育成することが明記された。

宮崎大学教育学部と附属小学校及び附属中学校の算数・数学部会では，この数学的活動という概念に着目し，その遂行を自ら行うことのできる児童・生徒の育成にむけた授業の具現化が，これからの算数・数学教育の実践的課題であると捉え，2020 ～ 2022年度にかけて，数学的活動を自ら遂行する児童・生徒の育成にむけた学習指導を提案し，その効果を検証することを目的とした共同研究に取り組んでいる。

本稿では，中学校第３学年「円の性質」の「円周角の定理」の導出に関する授業実践を事例とし，数学的活動を生徒自ら遂行するための手法として ICT 活用を位置付け，その開発と効果の検証を行う。そのために，２つの学級において円周角の定理の導出に関する授業を実施し，生徒による ICT 活用の有無により，生徒による数学的活動の遂行の様相の違いを，授業分析や質問紙調査の回答分析を通して検討する。

[1] 宮崎大学大学院教育学研究科　[2] 宮崎大学教育学部　[3] 宮崎大学教育学部附属中学校
[4] 宮崎大学教育学部附属小学校

2．先行研究のレビュー

2-1．数学的活動

数学的活動という言葉が学習指導要領に登場したのは平成10年版からである。平成10年に出された学習指導要領では，中学校数学科の目標の中に「数学的活動の楽しさ」という文言が盛り込まれている。ここでは，数学的活動は，「身の回りに起こる事象や出来事を数理的に考察する活動」と幅広くとらえられている。それに対し，小学校算数科では，数学的活動と同じような意味として「算数的活動」という言葉を使っているが，算数科では算数的活動に対しもっと積極的な役割を期待している。算数科では，その目標において，「算数的活動を通して」と明言されており，算数の学習方法について言及している。つまり，算数の学習は，算数的活動を通して行われるものだということである。これはある意味画期的なことである。それまで学習指導要領では，いわゆる「何を学ぶか」ということに対して言及してきた。つまり学習内容を規定してきたわけであるが，平成10年版からは「いかに学ぶか」という学習方法にまで言及するようになったということである。そのことをさらに強調したのが平成20年の学習指導要領である。「算数的活動を通して」という文言を算数科の目標の冒頭にもってきて，算数の学習に算数的活動がいかに大事かということを明確に示している。平成10年版では，算数的活動を「児童が目的意識をもって取り組む算数にかかわりのある様々な活動」と説明しているが，平成20年版では，「児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動」となっており,「主体的に」という文言が付け加わっている。平成20年の学習指導要領では,中学校数学科においても同様に「数学的活動を通して」という文言を目標の冒頭に掲げ，中学校の数学の学習も数学的活動を通して行うことが明確に打ち出されている。ここでは，数学的活動を「生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営み」と説明しているが，小学校でいうところの算数的活動と基本的に同じようにとらえていると考えられる。

平成29年に出された現行の学習指導要領では，「数学的活動を通して」はこれまでと同様であるが，「数学的活動」の意味をより明確にするということで，先にも述べたように，「事象を数理的にとらえ，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決する過程を遂行すること」と定義しなおしている。小学校算数科でも「数学的活動」という言葉を用いることになった。算数科での「数学的活動」の定義は,「数学の問題を見いだし」が「算数の問題を見いだし」となっているだけで，基本的に中学校と同じと考えてよい。

これまでも，数学的活動は，問題解決において行われる活動であると考えられてきたが，今回の学習指導要領ではそのことをより一層明確に示している。すなわち，「日常生活や社会の事象を数理的に捉え，数学的に表現・処理し，問題を解決し，解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程」における数学的活動と，「数学の事象から問題を見いだし，数学的な推論などによって問題を解決し，解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する過程」における数学的活動である。いわゆる「算数・数学の学習過程のイメージ」図における２つのサイクルにおける数学的活動である。数学の学習を問題解決を通して行う場合，どちらの過程での学習であるかを明確に意識するとともに，その中でどのような数学的活動を行うのかということを具体的に考える必要がある。

2-2. ICT 活用

1980年代に問題解決がブームになり，その影響は現在まで続いているが，その大きな契機となったのが，NCTM が1980年に出した年報の付録である「An Agenda for Action」であったことは周知の事実である。また，その「アジェンダ」では８つの勧告がなされているが，その中で１番最初に書かれているのが「問題解決は1980年代の学校数学の焦点とならなければならない」であることもよく知られている。しかし，残りの７つの勧告の中の１つに，「すべての学年で電卓やコンピュータを効果的に利用すること」というのが入っていることにここでは注目したい。つまり，今から40年以上も前から数学教育にコンピュータを導入し，それを効果的に利用することが提言されていたという事実である。世の中の情報化が進む中で学校教育にコンピュータを導入することはこれまでにも提言がなされてきたが，現実問題としてはそれほど大きな授業変革はなかったといってもよいだろう。「コンピュータを用いなくてもいい授業はできる」とか「コンピュータを用いることのメリットやコンピュータならではのよさが明確に示されなければ用いる必要はない」といった考えもあったと思われる。

しかしながら，情報化がさらに加速され，今やコンピュータは我々の身近な存在になってきている。そんな中で我が国で学校教育へのコンピュータの導入に拍車をかけたのは，何といっても GIGA スクール構想である。国が予算をつけて，すべての小中学校において，１人１台のタブレット端末を導入することになった。そのため，「効果があるようであれば使用する」といった生ぬるいことではなく，必ず使用しその有効性を示さなければならなくなったということである。令和２年度には多くの小中学校でタブレット端末が導入され，各教科で様々な利用が行われている。文部科学省の調査によると，令和３年７月時点で，全国の公立小学校等の96.1％，中学校等の96.5% が，「全学年」または「一部の学年」で端末の利用を開始しているということである。また，公立高校における端末の整備についても，全47都道府県で１人１台端末を整備済みまたは整備の方向性を明示し検討しているということである。もはや，学校教育においてタブレット端末の利活用は避けられない状況と言える。

一方，教員の ICT 活用指導力はどのようになっているかということであるが，文部科学省の調査によると，「教材研究・指導の準備・評価・校務などに ICT を活用する能力」については86.3% と高いものの，「授業に ICT を活用して指導する能力」については70.2％にとどまっている。これらは教員による自己評価の結果ということであるが，約３割の教員が，授業に ICT を活用することに対する自身の能力に不安をもっていると考えられる。ちなみに，宮崎県の教員の自己評価は，47都道府県の中では47位と最低となっている。

では，数学の授業においてはどのような有効活用が図られているであろうか。残念ながら，利活用状況を示すようなデータはないが，具体的な実践例は出てきている。中村他（2020）は，中学３年150名（４学級）を対象に，２学級の ICT 活用群（生徒はタブレットを個別に操作できる）と，２学級の非活用群（生徒は自分で図をかく）で円周角の定理に関する授業を実施し，質問紙調査を通して ICT 活用による指導の効果と課題を検討した。その結果，「規則や性質を発見することができる」，「他の生徒とよく意見交換ができる」，「自分の考えをよく発表できる」の３点は肯定的回答が多く，「ICT は簡単である」，「ICT 活用による授業は，積極的に自分の考えを発表できる」，「自分の考えをよく発表できる」は否定的回答があったと報告している。数学教育における実践例は，インターネットのサイトを見ても，企業等によるものや，個人で作成したアプリが多く見られる状況になってきている。自治体が活用事例集としてまとめてい

るものもある。実践レベルとしてどれくらいそれらが使われているかは定かではないが，現実問題としては，まだスタートラインに立ったところで，本格的な利用はこれからといったところだと思われる。

2-3. 円周角の定理の導出

2-3-1. 学習指導要領での取り扱い

学習指導要領では，円周角の定理の導出に関して，知識及び技能の面では「円周角と中心角の関係の意味を理解し，それが証明できることを知ること」が，また，思考力，判断力，表現力等の面では「円周角と中心角の関係を見いだすこと」が，生徒が身に付けるべき事項として記載されている。

これらの事項について『解説』では，まず，円周角と中心角の関係とは，「一つの円において同じ弧に対する円周角の大きさは，中心角の大きさの1/2である」という関係を意味し，このことを，観察や操作，実験などの活動を通して生徒自身が見いだすことが期待されている。また，その関係が「二等辺三角形の底角が等しいこと」,「三角形の一つの外角が内対角の和に等しいこと」などを根拠として証明できることを知り，今まで知らなかったことや，推測したことが常に成り立つかどうかに疑いがもたれるようなことについて，証明で明らかにできることを理解することによって，生徒が証明の必要性やよさを感じ取ることも期待されている。ただし，円周角と中心角の位置関係に関する場合分けについては，その必要性の理解は強調されていない。そして，この関係を基にして,「一つの円において同じ弧に対する円周角の大きさは等しい」ことを，生徒自身が見いだせるようになることが期待されている。

このように，学習指導要領やその『解説』では，円周角の定理の学習において生徒自身に遂行させたい活動としては，円周角と中心角の関係を見いだすこと，円周角と中心角の関係が証明できることを知ること，この関係を基にして「一つの円において同じ弧に対する円周角の大きさは等しい」ことを見いだすこと，の３点があげられる。

2-3-2. 円周角の定理に関する先行研究

数学教育研究において，円周角の定理に関する研究はこれまで数多く取り組まれており，そこでは，教師の解説と練習問題を中心とした受動的学習が問題視され，生徒による主体的学習の実現が目指されてきた。

例えば，生徒による円周角の定理の発見に関する先行研究として，図を連続的に動かすことのできる教具の開発（森田，1979；吉田他，1984；平野他，1990）や，コンピュータ・グラフィックを用いた教材研究（湊，1992）など，生徒の発見を促す情報提示に関する研究がある。また，作図などの操作活動を通して生徒の発見を促す課題設定に関する研究（金子，1991）や，体育館や運動場での生徒の体験的発見を促す集団活動を取り入れた研究（形川，1981；清水，2008)，近年では，生徒の発見を促すICT教材の開発に取り組む研究（福本，2008；西仲，2017；中村他，2020）もある。

一方，生徒による円周角の定理の証明に関しては，生徒による証明を促す学習活動や生徒の具体的反応の詳細を記述した先行研究はあまり見られない。そうしたなか，早田（2016）は，生徒の発見から円周角の定理の証明までの学習活動として，特殊な場合で円周角の定理を見出す，当該の特殊に含まれる一般性が限定されることに気づく，３つの場合に分けてそれぞれ円

周角の定理を示す，３つの場合を一つの考え方で統合する，といった４つの連続した活動を提案している。このなかで，円の中心の位置が円周角の内部，辺上，外部という３つの場合の証明を統合することにより，円周角の定理の証明の一般性を生徒が認識できると氏は主張している。また，清水（2008）は，生徒が発見した円周角の不変性の証明として，円周角と中心角の関係を用いない生徒の証明（p.54，S君の証明）を報告している。さらに，渡邊他（2021）は，円周角の定理の証明に関する授業実践を行い，定理の理解を証明につなげる過程や，証明を見直し定理を再認識する過程を分析し，生徒の定理と証明の相互理解の様相を検討している。その中で，円周角と中心角の位置関係の場合分けを生徒が行った結果，中心角が180°未満のときの３つの場合（円の中心の位置が円周角の内部，辺上，外部の場合）に加え，中心角が180°の場合，中心角が180°より大きい場合の，５つの場合が見出されたことや，その５つの場合の証明を振り返りながら，中心角が180°の場合や180°より大きい場合が，180°未満のときの円の中心の位置が円周角の内部の場合に集約していく生徒の議論が報告されている。

2-3-3. 円周角の定理に関する数学的活動の遂行

学習指導要領やその『解説』では，円周角の定理の学習において生徒自身に遂行させたい活動として，①円周角と中心角の関係を見いだすこと，②円周角と中心角の関係が証明できることを知ること，③この関係を基にして「一つの円において同じ弧に対する円周角の大きさは等しい」ことを見いだすことが確認できた。また，これまでの数学教育研究では，上記の①を実物の操作活動やICT活用を通して具現化する試みがあり，また，②に関しては，円周角と中心角の関係の証明に加え，場合分けや証明の統合なども生徒自身に遂行させる試みがあった。

以上のことから，円周角の定理の導出に関する数学的活動としては，次の段階が考えられる。

① 同じ弧に対する円周角の大きさは等しいことを予想する。
② 同じ弧に対する円周角と中心角の大きさに関係があることを予想する。
③ 円周角と中心角の関係を３つの場合に分けて証明する必要があることが分かる。
④ 円の中心が円周角の辺上にある場合，円周角と中心角の関係を証明する。
⑤ 円の中心が円周角の内部にある場合，円周角と中心角の関係を証明する。
⑥ 円の中心が円周角の外部にある場合，円周角と中心角の関係を証明する。
⑦ 同じ弧に対する円周角の大きさは等しいことが分かる。

こうした段階をいかに生徒自身で遂行させるかが授業者には求められているといえるだろう。こうした生徒自身による数学的活動の遂行の具体化や，授業実践の可能性と限界・課題について，以下で検討する。

３．授業の構想と実際

3-1. 授業の構想

附属中学校では，今年度，生徒一人に１台ずつタブレット端末を導入し，教科指導はじめ，あらゆる場面でICTを活用した教育活動に取り組んでいる。具体的なICT活用方法としては，主に「ロイロノート」を用いた，①個人の意見や考えの全体共有，②質問紙の作成・集約の2

点がある。①個人の意見や考えの全体共有とは，質問紙を生徒のタブレットに送り，生徒が書き込んだものを資料箱に提出させ，教師が生徒にむけて資料箱に提出されたワークシートを一括送信することで，一画面に生徒全員分のワークシートが映し出され，考え方を共有することができる。また，その中から数個を選び，比較しながら発表したり解説したりすることも可能である。また，②質問紙の作成・集約とは，生徒が作成した質問紙を資料箱に提出させ，教師側から生徒に一括送信し，質問紙に回答させ，再度，資料箱に提出させると，データが自動的にグラフ化され視覚化されることである。道徳や学級活動で生徒の考え方の傾向をつかんだり，委員会活動等で，生徒が主体的に活動したりするときに有効である。

こうした本校全体での取り組みに加え，数学科独自のICT活用としては，動的数学ソフトウェアGeoGebraの利用がある。GeoGebraでは，関数，グラフ，平面図形，空間図形などを取り扱うことができ，ほとんどの数学の学習内容で利用することができる。会員登録なしに利用することができるので，授業で生徒にGeoGebraを開かせ，共に操作することも可能である。

今回は，第３学年の「円の性質」第１節「円周角と中心角」の導入で利用した。等しい弧に対する円周角の大きさは全て等しいこと，同じ弧に対する円周角と中心角の関係が証明できることを考える内容である。特に，後者では，「円周角と中心角の関係を見いだし，それを証明するための場合分けを考えることができる」ことを本時の目標とし，「証明の必要性」を感じさせる授業を展開することにした。今回は，ICT活用の有効性を検証するために，同じ内容を，ICTを全く活用しない場合とICTを活用した場合の二通りの授業を行った。生徒がICTを活用しない授業（A組）では，円の中心の位置が円周角の内部，辺上，外部という3つの場合分けを教師主導で説明し，生徒がICTを活用する授業（B組）では，図1のGeoGebra教材を用いて，生徒が個人のタブレットを操作しながら，上記の場合分けが生じることを発見し，「証明の必要性」を見出させることをねらった。

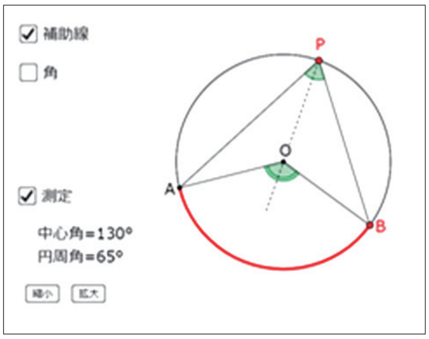

図１　GeoGebra 教材 1)

3-2. 授業の実際

3-2-1. 生徒が ICT を活用しない授業（A 組）

まず，図２の学習問題が確認された。授業者は，円周角と中心角の位置関係が３つの場合に分けられるように，∠C（円の中心が円周角の辺上の場合），∠D（円の中心が円周角の内部の場合），∠E（円の中心が円周角の外部の場合）をあらかじめ黒板掲示用の図に提示しておいた。どの角が一番大きいかという問いに対する生徒の反応としては，「∠Dが１番大きい」「全部同じ角じゃないかな」といったものが見られた。

円Ｏの円周上に５点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅをとる。∠Ｃ，∠Ｄ，∠Ｅはどれが１番大きいだろうか？

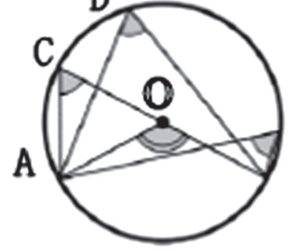

図２　学習問題

次に，円周角の定義が確認された。生徒は，配付プリントで，円Ｏの弧ABを除いた円周上に点Ｐをとり，点A，Ｂと点Ｏ，Ｐを結んで角をつくる作業を行い，授業者から円周角の定義が説明された。そして，円周角と中心角にはどのような関係が成り立っているかという授業者からの発問を受けて，学習課題「円周角と中心角には，どのような関係があ

るだろうか」が提示された。

この学習課題を受けて，生徒は，同じ弧に対する円周角と中心角の大きさについて気づいたことを発表するよう求められ，授業者は，生徒の気づきを発表させて整理し，その性質が「いつでも成り立つ」ことを示すためには証明が必要なことを確認した。

そして，円周角の定理の証明を行っていくのだが，授業者は，証明が必要な３つの場合を生徒が考えられるように，黒板で点Pを動かし，場合分けが必要なことをあらかじめ確認した。そのあと，生徒は３つの場合のそれぞれについての証明を個人で考え，ペア活動で説明し合ったあと，全体共有が行われた。

まず，円の中心の位置が円周角の辺上の場合の証明を，生徒（A組S_7）が図３の掲示物を用いて以下のとおり発表した。

《まず，三角形OPAは，OPイコールOAの二等辺三角形なので，二等辺三角形は底角が等しいから，角OPAと角OAPが等しくなります。で，その角AOBは，この(三角形)OPAの外角なので，角OPAと角APO(OAPのこと）を足した数なので，ここが「○」の２つ分になるので，１つの角APOは「○」１つに，AOBの２分の１になると思います。》

図３　黒板の図（辺上）

次に，円の中心の位置が円周角の内部の場合の証明を，生徒（A組S_8）が図４の掲示物を用いて以下のとおり発表した。

《この（三角形）POBが二等辺三角形なので，（角）OBPと（角）OPBはそれぞれ角が等しくなります。（中略）で，次に今度は，三角形AOPで，これも二等辺三角形なので，この（角）PAOと（角）APOの角が等しくなります。で，この形の，１カ所がくぼんでる四角形のこの角度は，それを全部足した角度と等しいんで，この（角）AOBの角度が「○○××」になるから，ここが，この２角を「○」とおいて，この２角を「×」とおいたとすると，（角）AOBが「○○××」になって，（角）APBが「○×」，それぞれ１個ずつになるので，（角）AOBは（角）APBの２倍ってことがいえると思います。》

図４　黒板の図（内部）

そして，円の中心の位置が円周角の外部の場合の証明を，生徒（A組S_{10}）が図５の掲示物を用いて以下のとおり発表した。


図５　黒板の図（外部）

《ここ(AP)に直線を引いた場合，OAとOPが半径なんで同じ長さで，つまり，（三角形）OAPが二等辺三角形だから，（角）OAPと（角）OPAが一緒になります。（中略）で，OPとOBもそれぞれ半径なので，等しくなるんで，（角）OPBと（角）OBPが等しくなるんで，「△」でします。で，OBとAPが交わるところをCとして，角CPBが「△」マイナス「○」になります。（中略）

で，三角形OBPの（角）BOPは，ここが「△」なので，180マイナス「△」になって，（三角形）AOPは，ここの三角形なんで，ここは「○」なんで，（∠AOPを「180－○」と板書）になります。（中略：授業者からの補足を受け）２「○」です。あ，２忘れてた。となるので，（角）AOCが，ここの角度が，180マイナス２「○」から，180マイナス２「△」を引いているので，（数式:(180 － 2○) － (180 － 2△) ＝ 2△－ 2○を板書）になるので，その角度が２「△」マイナス２「○」になります。で，この（∠APB）角度が「△」マイナス「○」なので，ここの，（角）AOBの角度は（角）CPBの角度の２倍になります。》

最後に，全体で共有された発表内容をもとに，円周角の定理が授業者中心にまとめられ，そ

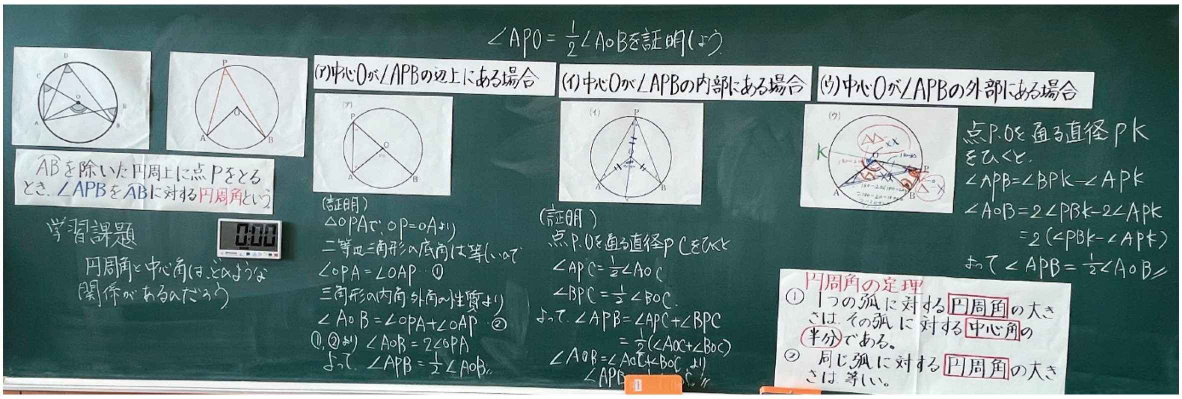

図６　Ａ組の授業後の板書

の定理を用いて円周角や中心角を求める練習問題に取り組み，授業は終了した。

3-2-2. 生徒が ICT を活用する授業（Ｂ組）

まず，円周角の定義が確認された。生徒は，配付プリントで，円Ｏの弧ABを除いた円周上に点Ｐをとり，点Ａ，Ｂと点Ｏ，Ｐを結んで角をつくった。授業者は，点Ｐの位置を誘導しないように，生徒がそれぞれ点をとった後に黒板に図を掲示し，円周角の定義を説明した。

次に，授業者から円周角と中心角にはどのような関係が成り立っているかという問いが出され，生徒はGeoGebraを各自で操作し，同じ弧に対する円周角や中心角との関係を予想する活動に取り組んだ。そして，授業者は，生徒の気づきを発表させ，他の生徒にもGeoGebraで確認させながら，その気づきを黒板に記録した（表１）。

表１　発話記録

T	気づいたこと発表してください。角の大きさについて気づいたこと。どうぞ，誰でもいいですよ。
S_1	角，どんな形にしても，
T	どんな形ってどういうこと？
S_1	Ｐをぐるぐる回したり，Ｂをぐるぐる回したりしても，
T	ぐるぐる回した，うん。
S_1	どんなときも角AOB,
T	AOBね，中心角ね。
S_1	AOBが大きくなってる，APBよりAOBの方が大きくなってるってことが気づきました。
T	本当ですか。皆さん，ちょっと確認してください。（中略）じゃあ，今やってるの，角の大きさなんですけど，実は，（GeoGebra教材内の）「測定」というところ，チェックをおいてください，「測定」。「測定」を入れて，何かまた自分でいじって気づいたこと。（中略）
	（個別活動・ペア活動）
T	さあ，何かありませんか。大きさに気づいたとこ。（中略）大きさね，はいどうぞ。S_2さん。
S_2	円周角の２倍が中心角になっています。
T	なるほど。どうですか。円周角の２倍が中心角になってますか。じゃあ，もう一回，ちょっとみんな，いじって調べてください。
	（個別活動）
T	どうですか。
S	本当でした。

こうした議論を受けて，学習課題「円周角と中心角には，どのような関係があるだろうか」が提示され，このことがいつでも成り立つことを証明する必要があることが確認された。また，この段階では，円周角と中心角の位置関係は，円の中心が円周角の内部の場合のみしか全体で共有されていなかったが，その場合のみの証明でいいのかという発問が授業者から出され，生徒は他の位置関係を個別活動としてワークシートに記入した（図７）。

この間，授業者は生徒のかいた図を撮影し，個別活動のあと，学級全体に大型モニタで撮影した生徒の図を提示し，円周角と中心角の位置関係の場合分けについて発問し，場合分けを検討する議論が表２のように行われた。

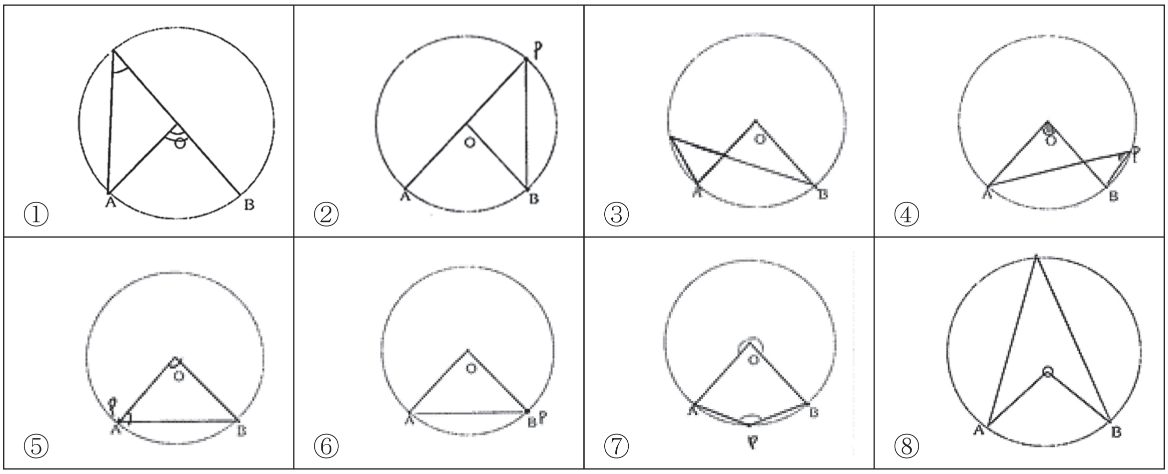

図７　生徒の考えた円周角と中心角の位置関係

表２　発話記録

T　何個のパターンに分けられそうですか。
S　４つ。
T　４個，なるほど。１つ目はどんなパターン？
S　それ（黒板の図：中心が円周角内部）。
T　これですね，1つ目。（図を掲示）次は？
S　直径上にあるやつ。
T　なるほど，これね，直径上にあるやつ。なるほど直径上にあるやつ。はい，次は。
S　AP と OBが交わってるやつ。
T　AP と OP(OB のこと)が交わってるっていうのは，こんな感じ？これ？中心が円周角の外にあるパターンにも分けられそうですよね。なるほど。他は？４つって言ってたけど，４つ目は何だろう。
S　AとPが重なる。
T　（モニタでGeoGebraを操作し）ここに，こうくると？（中略）なるほど。とってもいい視点ですが，それを思いついた人は誰ですか。今の，みんな，そうじゃないかなと思っちょったんやね。じゃあ，ちょっとここに戻ります。いいかな。円周角とは何かというとこに戻りましょう。円周角は，弧ABを除いた円周上なんですよ，実は。（中略）だから，これは，実は，この定義からははずれるんですね。ということろで，この３つのパターンが，位置関係に分けていいでしょうか。
S　はい。

こうして３つの場合分けが確認されてから，それぞれの場合についての証明に取り組む個人活動があった。その際，授業者は，うまく証明に取り組めるよう，生徒に GeoGebra の操作を促した。そして，ペアでの確認を経て，生徒の発表による全体共有が行われた。

まず，円の中心の位置が円周角の辺上の場合の証明を，生徒（B 組 S_6）が図８の掲示物を用いて以下のとおり発表した。

《まずみんなに考えてほしいのが，コンパスを使って，円を引くとき，コンパスっていうのは，例えば，半径が３センチの円をかきなさいとか言われたときは，コンパスで３センチを測って，ガーっとやったら，全部３センチになってるように，この考え方も同じで，ここ（OP）とここ（OA）の長さは等しいんですよね。だから，これ（⊿ OPA）が二等辺三角形になると。で，だから，二等辺三角形だから，ここ（∠ OPA）とここ（∠ OAP）の角は等しいって分かります。次に，ここ（∠ APB）が円周角と，ここ（∠ AOB）が中心角という関係になってて，ここで 180 度っていう数字を使います。三角形の内角の和は 180 度で，180 度引くここ（∠ OPA と∠ OAP）の角度は，ここ（∠ POA）の角度になってるの分かりますか。これも，180 度引くここ（∠ AOB）の角の大きさは，ここ（∠ POA）の角の大きさになってる。ここも三角形，180 度引く，ここ（∠ POA）の角の大きさは，ここ（∠ OPA）

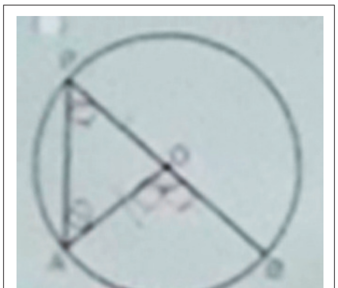

図８　黒板の図（辺上）

とここ（∠ OAP）になってるの分かりますか。そう。つまり，ここ（∠ AOB）とここ（∠ OPA と∠ OAP）の角度は等しくなってることが言えます。で。二等辺三角形だから，ここ（∠ OPA）とここ（∠ OAP）の角度は同じだから，ここ（∠ AOB）の角度を半分にしちゃえば，この，円周角になるんじゃないかなって考えました。なので，これが言えます。円周角が中心角の２分の１倍になってるってことが，これで言えます。以上です。》

次に，円の中心の位置が円周角の内部の場合の証明を，生徒（B 組 S_7）が図９の掲示物を用いて以下のとおり発表した。

《まず，ここの角 APB の補助線，線分 PO の補助線を引きます。
次に，（三角形）PAO と，まず，OP と AO と BO は円の半径なので，ここが全部等しくなって，で，次に，角 PAO と（角）APO を「○」とおいたときに，等しくなるんですよ，ここと。
で，次に，こっちも，（角）OPB と（角）OBO は等しいので，「×」っておくんですよ。そして，ここも，（中略）
で，そうしたときに，三角形の外角を使ってすると，ここ（∠ AOK）が「○」が二つになって，で，ここ（∠ BOK）が「×」が二つになるので，だから，ここの円周角の角 APB と中心角 O（∠ AOB）は２倍の関係になってると思います。》

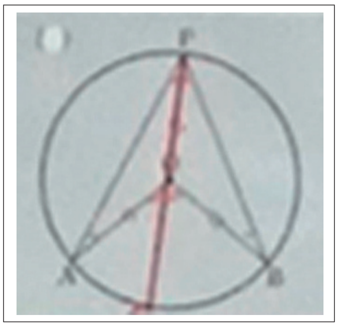

図９　黒板の図（内部）

そして，円の中心の位置が円周角の外部の場合の証明を，生徒（B 組 S_8）が図10の掲示物を用いて以下のとおり発表した。

《さっきから二等辺三角形を結構使ってたんで，この中にも二等辺三角形があるよなと思ってから，一つ目の二等辺三角形がここ（⊿ OBP）にできます。そうなったときに，ここ（∠ OBP）とここ（∠ OPB）っていうのは，ここ（∠ BOK）になります。で，ここ（⊿ OAP）にも二等辺三角形があります。で，ここに出てるように，これ（∠ OAP）足すこれ（∠ OPA）はここ（∠ AOK）になります。（中略）これが何を表してるのかっていうと，ここ（∠ BOK）の角度がここ（∠ OPB）の２倍ってことは，ここ全体引く…。（中略）あ，そう，関係が全部半分になってるの分かりますか。ここ（∠ OPB）とここ（∠ BOK），半分。これ（∠ OPB）の２倍の角度がここ（∠ BOK）。それと同じように，ここ（∠ OPA）の２倍の角度がここ（∠ AOK）ってなってるから，外角だから。（中略）ここ（∠ APB）の角度は（∠ AOB の）半分になるって言えるんじゃないですかね。》

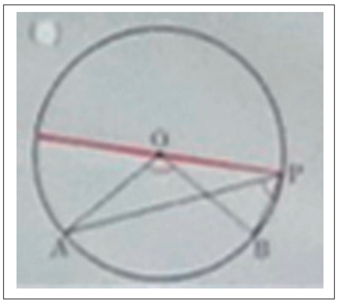

図 10　黒板の図（外部）

最後に，授業者による証明の確認と円周角の定理がまとめとして提示され，授業は終了した。

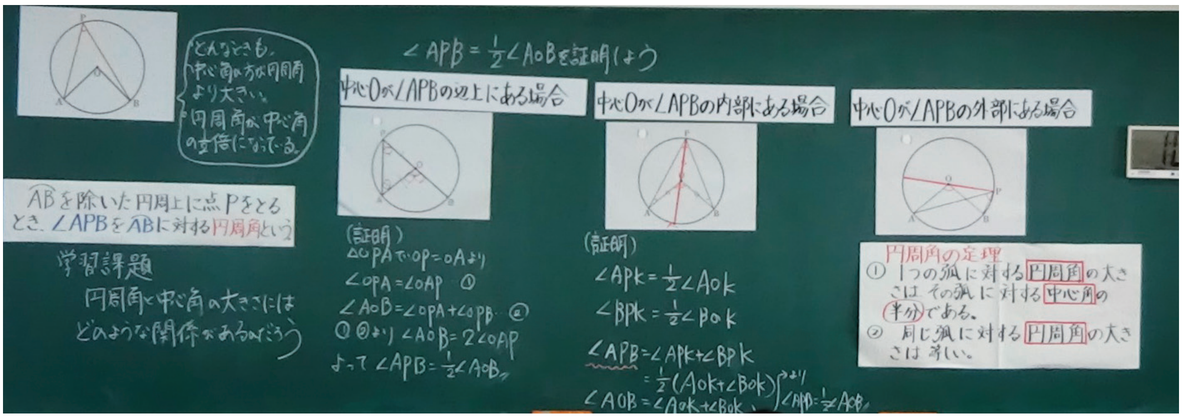

図 11　B 組の授業後の板書

4．質問紙調査の回答分析

4-1. 円周角の定理の授業に関する質問紙調査の回答分析

「円周角の定理」の授業について，図12に示した設問を含む質問紙調査を実施した。設問１の質問項目①～⑦は，２章で議論した円周角の定理の導出に関する数学的活動の７つの段階を踏まえたものであり，生徒が自身の学習成果をどのように自己評価しているかを把握するために設定した。

○「円周角の定理」の授業について質問します。
１．次の①～⑦の意見について，あなたはどう思いますか。最も近いと思うものを１～６からひとつ選んでください。（１：そう思う，２：どちらかといえばそう思う，３：どちらともいえない，４：どちらかといえばそう思わない，５：そう思わない，６：わからない）
① １つの弧に対する円周角の大きさは等しいことを予想できた。
② １つの弧に対する円周角と中心角の大きさに関係があることを予想できた。
③ 円周角と中心角の関係を３つの場合に分けて証明する必要があることが分かった。
④ 円の中心が円周角の辺上にある場合，円周角と中心角の関係を証明できた。
⑤ 円の中心が円周角の内部にある場合，円周角と中心角の関係を証明できた。
⑥ 円の中心が円周角の外部にある場合，円周角と中心角の関係を証明できた。
⑦ １つの弧に対する円周角の大きさは等しいことが分かった。

２．「円周角の定理」の授業について思うことを自由に書いてください。

図12　円周角の定理の授業に関する設問

まず，選択式の設問１に対するA組38名，B組39名の回答結果は，表３のとおりである。

全体的傾向としては，質問項目①，②，⑦の結果によると，90%以上の生徒が円周角の大

表３　円周角の定理の授業に関する選択式質問項目の回答結果（%）

質問項目	組	1:そう思う	2:どちらかといえばそう思う	3:どちらともいえない	4:どちらかといえばそう思わない	5:そう思わない	6:わからない
① １つの弧に対する円周角の大きさは等しいことを予想できた。	A	76.3	15.8	2.6	5.3	0.0	0.0
	B	69.2	23.1	0.0	0.0	0.0	7.7
② １つの弧に対する円周角と中心角の大きさに関係があることを予想できた。	A	71.1	15.8	10.5	2.6	0.0	0.0
	B	69.2	25.6	0.0	2.6	0.0	2.6
③ 円周角と中心角の関係を３つの場合に分けて証明する必要があることが分かった。	A	71.1	5.3	15.8	7.9	0.0	0.0
	B	43.6	41.0	5.1	0.0	5.1	5.1
④ 円の中心が円周角の辺上にある場合，円周角と中心角の関係を証明できた。	A	60.5	21.1	7.9	5.3	5.3	0.0
	B	53.8	28.2	10.3	2.6	5.1	0.0
⑤ 円の中心が円周角の内部にある場合，円周角と中心角の関係を証明できた。	A	50.0	23.7	13.2	7.9	5.3	0.0
	B	51.3	28.2	12.8	2.6	5.1	0.0
⑥ 円の中心が円周角の外部にある場合，円周角と中心角の関係を証明できた。	A	36.8	15.8	15.8	23.7	7.9	0.0
	B	43.6	30.8	10.3	5.1	7.7	2.6
⑦ １つの弧に対する円周角の大きさは等しいことが分かった。	A	94.7	5.3	0.0	0.0	0.0	0.0
	B	84.6	10.3	2.6	0.0	0.0	2.6

注）数値は，A組38名，B組39名に対するそれぞれの学級での回答者数の割合を百分率で表したもの。

きさおよび円周角と中心角の関係を予想できており，その予想が正しいことを理解していたことが見て取れる。また，質問項目③，④，⑤，⑥の結果から，半数以上の生徒が証明の方針を理解し，証明ができていたことが分かる。しかし，質問項目④～⑥については「３：どちらともいえない」,「４：どちらかといえばそう思わない」,「５：そう思わない」のいずれかを回答した生徒が20% ほどいることから，証明について苦手意識を持つ生徒も少なくないことが読み取れる。

また，A 組と B 組を比較すると，A 組も B 組と似た傾向があることが分かる。しかし，A 組は「１：そう思う」と答えた割合が B 組に比べて全体的に高いことから，しっかりと理解を示している生徒は A 組の方が多い印象である。また,「３：どちらともいえない」,「４：どちらかといえばそう思わない」,「５：そう思わない」のいずれかを回答した生徒も B 組に比べて全体的に高い。特に質問項目⑥については半数近い44% もの生徒が「３：どちらともいえない」,「４：どちらかといえばそう思わない」,「５：そう思わない」のいずれかを回答しており,「１：そう思う」または「２：どちらかといえばそう思う」と答えた生徒の割合が B 組に比べて少ない。そのため A 組では，円の中心が円周角の外部にある場合について，証明をきちんと理解している生徒と十分な理解が得られていない生徒とに二分されていることが読み取れる。円の中心が円周角の外部にある場合の証明は他の場合に比べてやや難しいため，A 組ではその影響が表れていると思われる。ただし, これは悲観的なことではなく, 場合分けによって現れる違いをしっかり認識している生徒が多いと考えることもできる。

次に，自由記述式の設問２への回答を見てみると，A 組，B 組ともに「証明が難しかった」という意見が多々見られた。これは選択式の質問項目④，⑤，⑥の結果からも見られるように,証明に苦手意識のある生徒が少なからずいることを示している。実際に「証明に苦手意識がある」と回答している生徒もいた。また,「円の中心が円周角の外部にある場合の証明が分からなかった」といった具体的な回答もあり，他の場合との違いを実感している生徒がいることも確認できる。その一方で,「証明をすることで理解を深められた」,「３つの場合で証明することで理解できた」といった回答もあり，場合分けによる証明が理解の手助けとなっている生徒もいた。さらには,「『一つの弧に対する』の意味を具体的にしてほしい」という，ある意味で本質的な疑問を持つ生徒も見られ，単なる図形の証明問題としてだけではなく，より深い視点で問題を捉えている様子も伺えた。

4-2. 数学授業での ICT 活用に関する質問紙調査の回答分析

数学授業での ICT 活用について，図13に示した設問を含む質問紙調査を実施した。設問３の質問項目①～⑧は，図形領域における ICT を活用した指導の効果と課題を考察するために開発された，中村他（2020）の「質問紙調査（3）」（p.126）から引用したものであり，生徒が数学授業における ICT 活用をどのように受け止めているかを把握するために設定した。

また、選択式の設問３に対する B 組39名の回答結果は，表４のとおりである。

○数学授業でのICT活用について質問します。

3．次の①～⑧の意見について，あなたはどう思いますか。最も近いと思うものを1～6からひとつ選んでください。（1：そう思う，2：どちらかといえばそう思う，3：どちらともいえない，4：どちらかといえばそう思わない，5：そう思わない，6：わからない）

① ICT活用は，簡単である。
② ICT活用は，規則や性質の発見に役に立つ。
③ ICT活用は，数学の学習内容の理解に役に立つ。
④ ICT活用は，自分の考えや解法をまとめるのに役に立つ。
⑤ ICT活用は，数学の問題を解くのに役に立つ。
⑥ ICT活用による授業は，他の生徒の考え方を知ることができる。
⑦ ICT活用による授業は，積極的に自分の考えを発表できる。
⑧ ICT活用による数学の授業は，好きである。

4．数学授業でのICT活用について思うことを自由に書いてください。

図 13　数学授業での ICT 活用に関する設問

表４　数学授業での ICT 活用に関する選択式質問項目の回答結果（%）

質問項目	1：そう思う	2：どちらかといえばそう思う	3：どちらともいえない	4：どちらかといえばそう思わない	5：そう思わない	6：わからない
① ICT活用は，簡単である。	43.6	38.5	10.3	2.6	5.1	0.0
② ICT活用は，規則や性質の発見に役に立つ。	76.9	17.9	5.1	0.0	0.0	0.0
③ ICT活用は，数学の学習内容の理解に役に立つ。	69.2	30.8	0.0	0.0	0.0	0.0
④ ICT活用は，自分の考えや解法をまとめるのに役に立つ。	41.0	23.1	23.1	7.7	2.6	2.6
⑤ ICT活用は，数学の問題を解くのに役に立つ。	38.5	28.2	17.9	7.7	7.7	0.0
⑥ ICT活用による授業は，他の生徒の考え方を知ることができる。	56.4	23.1	10.3	5.1	5.1	0.0
⑦ ICT活用による授業は，積極的に自分の考えを発表できる。	25.6	25.6	23.1	2.6	12.8	10.3
⑧ ICT活用による数学の授業は，好きである。	48.7	23.1	17.9	5.1	2.6	2.6

注）数値は，B組39名に対する回答者数の割合を百分率で表したもの。

質問項目①，⑧については，70％以上の生徒が ICT 活用は簡単または好きであると回答しているが，苦手意識を持つ生徒もいることが読み取れる。質問項目②，③の結果からは，ほぼ全ての生徒が，ICT を活用することで規則・性質の発見や内容理解に役に立つと考えていることが分かる。質問項目④，⑤の結果から，60 ～ 70％の生徒が，自分の考えや解法をまとめたり問題を解く際に ICT 活用が役に立つと考えているが，役に立たないと考えている生徒も少なくないことが読み取れる。質問項目⑥については，約80％の生徒が，ICT を活用することで他の生徒の考え方を知ることができると回答していることから，本授業において，ICT 活用が他者の考えを知る有効な手段であると読み取れる。質問項目⑦の結果からは，約半数の生徒が，ICT を活用することで積極的に自分の意見を発表できると回答しているが，そう思わない生徒も多数いることから，ICT 活用が自分の意見を発表する有効な手段ではないと考えている生徒が少なくないことが読み取れる。

次に，自由記述式の設問４への B 組の回答を見てみると，ICT を活用することで内容理解が深まるという意見が多数見られた。また，自他の考えを共有する際に有効であるとの意見も

複数見られた。その反面，計算などがしにくい，直接ノートに書いた方が速い，想像力を鍛えるためにもICTを使いすぎた授業には賛同できないという意見も見られた。

5．考察

5-1. 生徒自身による数学的活動の遂行

ICTを利用しないA組における数学的活動としては，「① １つの弧に対する円周角の大きさは等しいことを予想する」を多くの生徒が行っていることがまず挙げられる。生徒自身の評価でも93％の生徒が「そう思う」「どちらかといえばそう思う」と答えている。教師から提示された３つの円周角の大きさを比較検討する活動を行っており，教師による問題提示によるところが大きいと考えられる。また，円周角の大きさが等しいかどうかを授業の最初に問題意識としてもったことにより，最終的に，「⑦ １つの弧に対する円周角の大きさは等しいことが分かる」に対する生徒の肯定的な回答が多かった（「そう思う」が93％）ものと思われる。教師によって提示された問題は「どの角が一番大きいか」であったが，角の大きさはすべて等しいのではないかという推測からそのことを証明しようという流れになっている。最初の問いとは異なる問いを生徒がもつことにより，主体的な数学的活動となっていると考えられる。

ICTを利用したB組における数学的活動としては，自分でタブレットを操作して「② １つの弧に対する円周角と中心角の大きさに関係があることを予想する」，「③ 円周角と中心角の関係を３つの場合に分けて証明する必要があることが分かる。」の活動を行ったことである。②に関して言えば，「円周角と中心角にはどのような関係が成り立っているか」を考えることが本時の課題でもあることから必然的に行われる数学的活動ではあるが，直観による推測だけでなくタブレットを用いて「測定」を行った結果を踏まえたある程度確証をもった予想を行っていると考えられる。生徒の自己評価でも，95％の生徒が「そう思う」「どちらかといえばそう思う」と答えている。また③について言えば，85％の生徒が肯定的に答えているが，表２の発話記録にも見られるように，生徒自身が３つの場合を見出している。

5-2. ICT活用の効果

今回の２つの授業は，ICTを用いない授業と用いる授業との比較検討のために設定されている。ICTを用いない従来の授業においても，教師による提示の工夫や的確な指示を行えば，生徒は主体的な数学的活動を行い，問題解決を通したよい数学の授業となることがわかる。しかし，ICTを用いることによりそれ以上の効果が期待できる。今回の授業では，以下のような授業者の感想がある。

「ICTを利用することで，生徒は常に授業に参加しているという意識があった。はじめてGeoGebraに触れる生徒は，自分の指で円周角を動かせることが面白く，はじめはいろいろな円周角を確認していた。」

実際の授業においても，表２の発話記録にあるように，点Aと点Pが重なる場合を４つ目の場合として生徒から出され議論がなされている。これなどは，実際にタブレットを操作して点をいろいろと動かしたからこそ出てきた考えだと考えられる。結果的にはこの考えは円周角の定義に合わないということで取り扱われてはいないが，教師の想定を超えた新たな発想が生まれることが期待されることがこのことからもわかる。

6．おわりに

本稿では，中学校第３学年で取り扱う，円周角の定理の導出に関する授業実践を事例とし，数学的活動を生徒自ら遂行するための手法として ICT 活用に着目し，その開発と効果の検証を行うことを目的とした。そのために，２つの学級において円周角の定理の導出に関する授業を実施し，生徒による ICT 活用の有無により，生徒による数学的活動の遂行の様相の違いを，授業分析や質問紙調査の回答分析を通して検討した。

その結果，円周角の定理の導出の授業における ICT 活用が，円周角の規則や性質を生徒自身が発見する数学的活動の実現に有効であることが示せたと考える。一方で，発見した規則や性質の一般性を生徒自身が証明するという数学的活動において，ICT 活用がどの程度有効であるかは十分検討できなかったため，今後の課題としたい。

注

１）B 組の授業実践で使用した GeoGebra 教材は，次の URL のものとなる。
https://www.geogebra.org/m/qtryxcqv

文献

森田武平（1979）.「OHP と形成的評価をとり入れたひとりひとりを生かす授業の実践」.『日本数学教育学会誌』61（3），pp.20-29.

形川恵 (1981).「操作活動による定理発見の学習指導について－円周角の定理と三平方の定理－」.『日本数学教育学会誌』63（3），pp.2-8.

吉田隆・山賀一・吉野守・他15名（1984）.「動的な見方を伸ばす学習指導法」.『日本数学教育学会誌』66（3），pp.28-36.

平野惠彦・小宮山義雄（1990）.「意欲をもって自力解決ができる生徒を育てるための一考察－円の指導を通じて－」.『日本数学教育学会誌』72（11），pp.20-27.

金子秀樹（1991）.「生徒一人ひとりを生かす学習指導の工夫」.『日本数学教育学会誌』73（5），pp.8-15.

湊三郎 (1992).「“円周角の不変性”の提示方法の認識論的視点からの評価」.『日本数学教育学会誌』74（3）pp.8-13.

福本稔（2008）.「中学校の図形領域における証明の教授・学習に関する考察－教授学的契約と委譲の概念を視座として－」. 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』14，pp.97-109.

清水宏幸（2008）.「理想カリキュラムに基づいた「生かす数学」の実践的研究～ 3学年「円周角の定理」に焦点をあてて～」. 日本数学教育学会『数学教育論文発表会論文集』41，pp.51-56.

早田透（2016）.「数学学習における一般化の機能に関する一考察－その順序を伴った構造に着目して－」. 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』22（1），pp.179-190.

西仲則博（2017）.「ICT を用いた「円周角の定理」の教材化についての研究－ GeoGebra の作図機能と表計算機能の連携した教材開発について－」.『近畿大学教育論叢』28（2），pp.37-58.

中村好則・藤井雅文・工藤真以・稲垣道子（2020）.「中学校数学科の図形領域における ICT を活用した指導の効果と課題－「円周角の定理」の実践授業における質問紙調査の分析を通して－」.『岩手大学教育学部附属教育実践総合センター研究紀要』19，pp.119-128.

渡邊慶子・岡崎正和（2021）.「証明言語の生成とふり返りによる定理と証明の相互理解－場合分けのある証明に着目して－」. 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』27（1），pp.33-46.