



算数・数学教育における「よさ」の実感に関する実践研究

メタデータ	言語: jpn 出版者: 宮崎大学教育学部附属教育協働開発センター 公開日: 2020-06-22 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 木根, 主税, 添田, 佳伸, 元田, 正幸, 松浦, 悟史, 永倉, 洋子, 橋田, 浩幸, 中別府, 靖, 東迫, 健一, 藤井, 良宜, Motoda, Masayuki, Matsuura, Satoshi, Nagakura, Yoko, Hashida, Hiroyuki, Nakabeppu, Yasushi メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10458/6939

算数・数学教育における「よさ」の実感に関する実践研究

木根主税¹・添田佳伸²・元田正幸³・松浦悟史⁴
永倉洋子³・橋田浩幸³・中別府靖⁴・東迫健一¹・藤井良宜²

Practical Study on the Appreciation of “Goodness” in Mathematics Education

Chikara KINONE¹, Yoshinobu SOEDA², Masayuki MOTODA³,
Satoshi MATSUURA⁴, Yoko NAGAKURA³, Hiroyuki HASHIDA³,
Yasushi NAKABEPPU⁴, Kenichi HIGASHIZAKO¹, Yoshinori FUJII²

1. はじめに

国際数学・理科教育動向調査 (TIMSS2015) の結果にもみられるように、我が国の児童・生徒は、認知的側面では高い能力を有しながら、算数・数学に対する興味・関心、有用感、自己肯定感や自信が諸外国の児童・生徒と比べると低く、情意面に課題を抱えている。こうした認知面と情意面の乖離は、日本の算数・数学教育の課題として長年認識されてきた。

そうした状況を背景として、平成29年に告示された学習指導要領では、これからの社会に必要な資質・能力として、知識・技能や思考力・判断力・表現力等といった認知面とあわせて、学びに向かう力・人間性等という情意面が重視されるようになった。そして、学びに向かう力・人間性等に関する算数・数学科の目標において「数学のよさ」が強調されることとなった。

こうした理念を授業でどのように具現するかがこれからの算数・数学教育の実践的課題であると捉え、宮崎大学教育学部と附属小学校及び附属中学校の算数・数学部会では、2016～2019年度にかけて、児童・生徒による数学のよさの実感の様相や、よさの実感を促すための学習指導の在り方を明らかにすることを目的とした共同研究に取り組んできた。

本稿では、はじめに、学習指導要領における「よさ」の捉え方の変遷や、数学教育研究における「よさ」研究を概観する。次に、数学のよさの実感¹⁾を目指した授業において、授業者の意図したよさを児童・生徒がどのように実感し、それを促した要因とは何かを検討する。その上で、今後の授業実践にむけた示唆を考察する。

2. 算数・数学教育における「よさ」の捉え方

2-1. 学習指導要領での捉え方

学習指導要領に初めて「よさ」という言葉が登場したのは、平成元年の学習指導要領からである。平成元年度版の小学校算数科の目標は以下の通りである。

¹宮崎大学大学院教育学研究科

²宮崎大学教育学部

³宮崎大学教育学部附属中学校

⁴宮崎大学教育学部附属小学校

《数量や図形についての基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、数理的な処理のよさがわかり、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。》

小学校指導書算数編（平成元年6月）にも記載があるが、教育課程審議会答申において「数理的な考察処理の簡潔さ、明瞭さ、的確さなどのよさがわかり、算数、数学を意欲的に学習できるように配慮する」とある。つまり、何のよさかといえば、「数理的な考察処理の簡潔さ、明瞭さ、的確さなど」である。小学校指導書算数編（平成元年6月）では、他にも「簡潔に表現できること」、「問題について能率的に処理できること」、「知識や技能、あるいは、アイデアが一般性をもっているということ」、「数量や図形のもつ美しさ」、「処理の仕方の『手際のよさ』」といったよさを挙げている（pp.13-14）。

また、「数理的な処理のよさ」については以下のような記述がある。

《「数理的な処理のよさ」は、知識として覚えさせることにねらいがあるのではない。児童なりに「よさ」が分かるようになり、それを味わい、求めていく態度を育てることをねらいとしている。

（中略）

「数理的な処理のよさ」がわかり、これを味わうことは、それを通して算数を意欲的に学習する態度を育てることにねらいがある。》（p.14）

一方、中学校数学科の目標は以下の通りである。

《数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。》

小学校では「数理的な処理のよさ」であり、中学校では「数学的な見方や考え方のよさ」である。また、小学校では「よさがわかり」であり、中学校では「よさを知り」である。小学校と中学校とで若干文言が異なる。このことに関して、中学校指導書数学編（平成元年7月）では以下のように述べられている。

《この表現における「よさを知り」は、答申にある「数理的な考察処理の簡潔さ、明瞭さ、的確さなどのよさが分かるように」なるということで、生徒の、認知的な面よりも情意的な面に特に配慮すべきことを述べているのである。つまり、生徒が、学習を通して数理的に考察することのよさや楽しさがわかり、自ら進んで、数学的な見方や考え方ができるようになることを期待しているのである。》（p.7）

つまり、小学校算数と中学校数学で若干の文言の違いはあるものの、意味することやねらいに特に大きな違いはない。

さて、「よさ」については、その後の学習指導要領改訂においても引き続き目標に掲げられている。平成10年、平成20年そして平成29年に出された学習指導要領における小学校算数科の目標は以下の通りである。

○平成10年の学習指導要領

数量や図形についての算数的活動を通して、基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、活動の楽しさや数理的な処理のよさに気づき、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。

○平成20年の学習指導要領

算数的活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気づき、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。

○平成29年の学習指導要領

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

- (1) 数量や図形などについての基礎的・基本的な概念や性質などを理解するとともに、日常の事象を数理的に処理する技能を身に付けるようにする。
- (2) 日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力、基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う。
- (3) 数学的活動の楽しさや数学のよさに気づき、学習を振り返ってよりよく問題解決しようとする態度、算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

平成10年と平成20年はともに「数理的な処理のよさに気づき」となっており、平成元年の「よさがわかり」と比べるといっそう主体的活動が望まれていることが分かる。実際、小学校学習指導要領解説算数編（平成11年5月）では、以下のように述べられている。

《こうした面においてはとりわけ、児童の主体的な対象へのかかわりが重要であるため、「気付く」という積極的な表現を用いている。》(p.19)

一方、平成29年では「数学のよさに気づき」となっている。小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編ではこのことについて以下のように述べてある。

《数学のよさに気付くということは、数学の価値や算数を学習する意義に気付くことであり、学習意欲の喚起や学習内容の深い理解につながり、また、算数に対して好意的な態度が育成されることになる。》(p.28)

これまで「数学的な処理のよさ」といっていたものが「数学のよさ」となったわけで、ある意味よさの対象が広がったというように受け取られる。「数学の価値や算数を学習する意義」である。このことに関して小学校学習指導要領解説算数編（平成11年5月）には、以下のような記述がある。

《数理的な処理のよさというのは、算数のよさの典型として挙げられたものである。》(p.19)

また、小学校学習指導要領解説算数編（平成20年8月）では以下のように記載されている。

《よさに気付くということは、算数の価値や算数を学習する意義に気付くことであり、学習意欲の喚起や学習内容の深い理解につながり、また、算数に対して好意的な態度を育てることになる。こうした面においては、とりわけ、教師の指導により、児童が主体的に対象へ関わるようにすることが重要である。》(pp.21-22)

以上を見たとき、それぞれの時代の違いによって、あるいは小学校と中学校の違いによって学習指導要領において若干の表現の違いはあるものの、よさの対象、ねらい等は大きく異なることはないと言っていいたい。

そこで改めて、次期学習指導要領でもって「よさ」の確認をしておきたい。小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編では

《よさについては、これを狭く考えずに数量や図形の知識及び技能に含まれるよさもあるし、数学的な思考、判断、表現等に含まれるよさもあり、有用性、簡潔性、一般性、正確性、能率性、発展性、美しさなどの様々な視点から算数の学習を捉えることが大切である。》(p.28)

と述べた後、具体例を通して、「『数』という内容がもつ、有用性に関わるよさ」や「『表現の仕方』がもつ有用性、簡潔性、一般性に関わるよさ」を挙げている。

また、中学校学習指導要領(平成29年告示)解説数学編では、「数学的な表現や処理のよさ」、「基礎的な概念や原理・法則のよさ」、「数学的な見方・考え方を働かせることのよさ」、「社会における数学の意義や価値」といったよさを具体例と共に列挙している。(pp.28-29)

このように見ると、算数数学の授業では至るところに「よさ」があることがわかる。それを子どもたちが気付き、分かり、味わい、学習意欲が喚起されると共に学習内容の深い理解につながるかどうかは、教員としての我々にかかっていると言える。教材研究や授業実践が改めて問われることになる。

2-2. 先行研究における捉え方

日本の数学教育研究における「よさ」の研究動向を捉えるために、日本数学教育学会が刊行する学術雑誌に掲載された論文²⁾に注目すると、平成元年度版学習指導要領が告示された1989年あたりから「よさ」の研究が数多く取り組まれていることが確認できた。その中には、「よさ」の捉え方に関する研究(浪花, 1993; 片山ほか, 1994; 篠原, 2013)や「よさ」の実感に関する研究(落合, 1994; 矢部, 1996; 泉, 2014)をはじめ、ある特定の学習内容についてのよさに関する研究(例えば、永田, 2004; 山脇, 2007; 柴田, 2009)や、数理的な処理、数学的な考え方、数学的表現といった、ある認知領域に特化した研究(例えば、白井他, 1995; 寺島, 1997; 金本他, 1994)、用語「よさ」の起源に関する研究(蒔苗, 2011)なども見られた。

以下では、「よさ」や「よさの実感」に関する先行研究を概観する。

2-2-1. 「よさ」の捉え方

算数・数学教育における「よさ」の捉え方に関しては、多くの先行研究で提案されてきた。

例えば、浪花(1993)は、算数の有用性を見出すための視点として「算数の学習内容がもつよさ」と「算数の考え方のよさ」、算数の面白さを明確にするための視点として「算数の娯楽性」、算数の美しさを見出すための視点として「算数の美しさ」、そして、算数における児童のもつよさを捉える視点として「児童自身もつよさ」という5つの視点を設定し、それぞれの

表1 浪花(1993)の「算数のよさ」の捉え方

視点	よさ
算数の学習内容がもつよさ	整数のよさ; 長さ, 広さ, かさのよさ; 平面図形のよさ; 式のよさ等
算数の考え方のよさ	概念化をはかるよさ; 数理的にとらえるよさ; 筋道を立てて考えるよさ; 統合的, 発展的に考えるよさ
算数の娯楽性	興味関心のある問題を提示できるよさ; いろいろな方法で解決できるよさ; 答えが明確なよさ; ゲーム化しやすいよさ; 題材全体をストーリー化できるよさ
算数の美しさ	式の簡潔さ・明瞭さ; 処理の手際のよさ; 正多角形の美しさ; 線対称な図形の安定感
児童自身もつよさ	押し出すことのよさ; 広げることのよさ; つなげることのよさ; つめることのよさ; 作ることのよさ; 求めることのよさ; 守ることのよさ; まとめることのよさ

(浪花, 1993, pp.115-116をもとに筆者作成)

視点から捉えられる具体的なよさを表1のように提案した。

また、片山ほか（1994）は、算数のよさを追求する児童の育成にむけた指導を検討するために、算数のよさを捉える視点として「数理的な考察・処理の面から」、「不思議・おどろき・美しさの面から」、「有用性の面から」、「日常の事柄を算数の目でとらえることから（日常の算数化）」の4つを設定し、それぞれの視点から表2のようなよさの整理を行った。

表2 片山ほか（1994）の「算数のよさ」の捉え方

視点	よさ
数理的な考察・処理の面から	簡潔・明確な処理・表現・伝達のよさ；的確な処理・表現・伝達のよさ；有効な表現のよさ；一般性のもつよさ；能率的・合理的であるよさ
不思議・おどろき・美しさの面から	（不思議・おどろき・美しさとしてのよさ）
有用性の面から	算数学習への活用；日常生活への活用
日常の事柄を、算数の目でとらえることから（日常の算数化）	（日常を算数化できるよさ）

（片山ほか，1994，pp.2-4をもとに筆者作成）

篠原（2013）は、算数授業における児童の多様な考えを生かした指導の実現にむけ、「算数のよさを分類するための枠組み」（図1）を提案した。その枠組みは、対象に本性的に内在する存在的な価値としての「目的価値」と、目的価値を追求する際の手段として相対的に付随する機能的な価値である「手段価値」、高級な目的の達成のために目的価値が手段価値に転化しない前提となる最高級の目的価値としての「原始的価値」で構成されている。そして、原始的価値には、算数・数学教育の目標の観点から有益性と審美性が位置づけられており、また、目的価値には、数学において追求される価値として簡潔性、明確性、統合性が位置づけられている。さらに、手段価値には、目的価値の追求に付随する記号性、図形性、法則性、一般性、発展性等が位置づけられている。

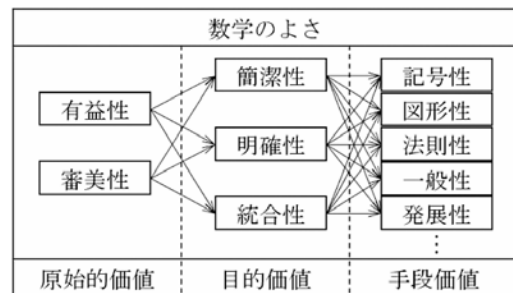


図1 算数のよさを分類するための枠組み（篠原，2013，p.17）

以上のように、これまでの研究では、数学のよさが有する多様な側面を捉える枠組みが精緻化、構造化されてきたことが分かる。そして、こうした知見が、前節で概観した学習指導要領におけるよさの捉え方にも反映されているといえるであろう。

2-2-2. 「よさの実感」の捉え方

児童・生徒がよさをどのように実感するかを検討した先行研究では、よさの実感の過程をいくつかの段階に分けて捉えようとするものがある。

例えば、落合（1994）は、「よさの階層」として、「よさに気付く段階」、「よさがわかる段階」、「よさを味わう段階」を設定した。落合（1994）によれば、よさに気付く段階とは、ある問題場面において、問題解決に有効な考え方に会ったとき、「そういう考え方もあったのか」と気付く段階であり、よさがわかる段階とは、その問題場面と類似した場面において、よさに気付いた考えを適用してみて「なるほど」とわかる段階、そして、よさを味わう段階とは、よさがわかった考えを別の問題場面に活用したり、発展、拡張したりして「やっぱりそうか」と味わう

段階を意味する。

同様に、矢部（1996）も「よさの階層」として、「よさに気づく」、「よさが分かる」、「よさを味わう」を設定した。矢部（1996）によれば、よさに気づくとは、説明や証明を介さず、直感的によさに気づく段階であり、「そういうこともあるのか」と注目したり、注意を向けたりという程度の反応があるという。それに対して、よさを味わうとは、いくつかのやり方に関して、よいものとそうでないものを区別し、そのことを説明できる段階である。この段階では、子ども自ら意識的によさを弁別しようとする態度があり、よさの認識や確認が可能となる。そして、よさを味わうとは、学習対象（概念や考え方など）の意味や意義を深く考え、そのものの仕組みや既習事項との関連まで考えることのできる段階であり、適切な場面で用いようと意識、行動できる段階と捉えられている。

さらに、泉（2014）も、「数学のよさの感得の3段階」として、「認識」、「適用」、「転移」を設定している。認識とは、数学のよさを有する方法や考え方を知り、よさの根拠を説明することができる段階、適用とは、数学のよさを有する方法や考え方を認識した上で、その方法や考え方を類似の場面に適用することができる段階、そして、転移とは、数学のよさを有する方法や考え方を認識した上で、その方法や考え方を別の場面へ転移させることができる段階として、それぞれ規定されている。

以上のように、これまでの研究では、よさの実感をいくつかの段階に分けて捉える枠組みが提案されてきたことが分かる。そこで、上記の先行研究で提案された段階を比較すると、まず、落合（1994）のよさに気付く段階と、矢部（1996）のよさに気づくは、説明や証明を解さず、直感的によさを捉える「気付き」の段階として類似性を見出すことができる。次に、落合（1994）のよさがわかる段階、矢部（1996）のよさが分かる、泉（2014）の認識は、直感的に気付いたよさの内容を、論理的に理解し、納得感を伴って認識する段階として捉えている点が共通する。矢部（1996）のよさを味わうと泉（2014）の適用は、認識したよさを類似の問題場面に適用することで、そのよさを感じる段階として捉えられている点が共通している。この点は、気付いたよさを認識するために、そのよさを類似の問題場面に適用する段階である、落合（1994）のよさがわかる段階とも重なるものである。そして、落合（1994）のよさを味わう段階と泉（2014）の転移は、認識したよさを別の問題場面に用いることで、そのよさをさらに感じる段階として捉えている点が共通する。これは、単に認識したよさを適用するだけに留まらず、よさを有する数学の仕組みや既習事項との関連を考えることで、さらにそのよさを感じることのできる段階という点では、矢部（1996）のよさを味わうにも通じるものである。

したがって、先行研究の知見を合わせれば、よさの実感の段階を、直感的によさを捉える「気付き」、論理的によさを理解する「認識」、類似の問題場面に用いることでよさを感じる「適用」、異なる問題場面に用いることでよさを感じる「転移」の4段階として捉えることができる。

表3 よさの実感に関する先行研究の比較

先行研究	よさの実感の段階			
	①気付き	②認識	③適用	④転移
落合（1994）	よさに気付く段階	よさがわかる段階		よさを味わう段階
矢部（1996）	よさに気づく	よさが分かる	よさを味わう	
泉（2014）	—	認識	適用	転移

3. 「よさ」の実感に関する授業の事例

3-1. 小学5年「面積」

3-1-1. 授業の意図

平行四辺形や台形等の四角形は、面積はそのままで長方形に変えることができる。長方形や正方形は、見方を変えると合同な三角形を2つ組み合わせた形と考えることができる。さらに言う、ほとんどの多角形は最終的に三角形へと帰着させることができる。本単元は、それらの性質を基にして、基本図形の面積の求め方を考えさせることで、児童が図形を分割、変形するなどの様々な数学的な見方・考え方を生かすことができるというよさを感じさせることが期待できる単元である。

本稿で注目する授業は、平行四辺形の求積の時間である。児童はこれまでに三角形の求積方法を学習してきている。その際、長方形という既習の図形に変形して面積を求める考え方が児童から出されている。また、前時までで三角形の求積公式を学習している児童にとっては、この時点で三角形も解決に生かせる既習の図形となっているはずである。そう考えると、本時において等積変形の方法はいくつか出ることが予想される。振り返りにおいて「似た考え方はないか」、「どこが似ているか」と問うことで、「切って動かす」、「形を変える」等の共通点を児童が見出すことができるようにするとともに、既習の図形や考え方とのつながりについてふれている感想を取り上げ価値付けることで、既習とつなげて考えることのよさを味わわせることとした。

3-1-2. 授業の実際

長方形の枠を目の前で動かし平行四辺形に変え、面積が同じかを問い（実際は高さが変わるため面積は変わる）、平行四辺形の面積を求める必要性を引き出し、求積させた。

平行四辺形の求積は初めてであるが、児童からは、「三角形2つに分ける方法」、「三角形と長方形に分ける方法」、「切って動かして長方形にする」という方法が出された。「似た考え方はないか」、「どこが似ているか」、考え方の共通点を見出させるとともに、「これはどんな考え方と言えるか」と問うことで、「切って動かす」、「知っている形に変える」等の言葉で一般化させることで、これまでの図形で用いてきた考え方と同じであることを確認させた。

3-1-3. 児童が実感した「よさ」

求積の仕方の見通しの段階で児童からは「シャキーン（図形を切って求めることを表現する言葉）」という声が聞かれた。これは、児童がこれまでの学習から既習の図形や考え方を生かすことのよさを感じているからこそその発言とも捉えられるだろう。また、実際に授業後の振り返りからは「三角形の公式を知っていればどんなときでも使えるので便利」、「図形の形は、大体重ねる、切りくっ付けるという方法で求められるから簡単」、「三角形を作ることで、四角形や五角形の面積を求めることができるのが分かった」、「六角形や

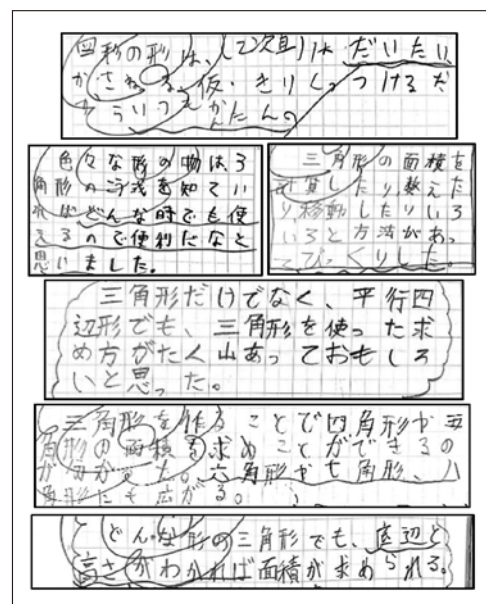


図2 児童のノート記述

七角形、八角形にも広がる」といったこれまでに高めてきた数学的な見方・考え方を生かすことよき、今後の学習へ広げていけるよきを感じている記述が多く見られた。

3-1-4. 今後への示唆

単元全体をとおして、倍積変形の考え方はほとんど見られなかった。倍積変形の考え方が必ずしも必要ということではないが、今後に生かすことのできる見方・考え方の1つとして児童から引き出しておきたいものではある。そのために、第4学年の四角形の面積の学習において、倍積変形の考え方を確実に価値付けておくことがまず大切だろう。また、第5学年の面積の学習において、扱う図形の順番を考慮することも1つの方法である。例えば、今回は三角形→平行四辺形の順番で取り扱ったが、平行四辺形→三角形の順番で取り扱えば、「三角形は平行四辺形の半分である」という性質から倍積変形の考え方も自然と引き出され、より多くの考え方を生かすことのできるよきを実感させることができるであろう。

3-2. 小学6年「場合を順序よく整理して」

3-2-1. 授業の意図

本単元は、日常の事象から、起こり得る場合を順序よく整理して調べることをとおして、筋道を立てて考えようとする態度を養うことをねらいとしている。

組み合わせや並べ方は日常の中でよく用いられている。スポーツの対戦、リレーの走順、当たりはずれの確率といった事象から、児童は知らず知らずのうちに起こり得る場合を考えていることもある。その際、思いつくままに列挙しては、落ちや重なりが生じてしまう。図や表に整理し、考えることで、筋道を立てて考える力を養うことができる。また、組み合わせや並べ方は数や条件を児童自らが変えやすく、発展的な思考を促すうえでも意義深い。

本単元は、起こり得る場合を考える際に、仲間との対話が自然と生まれる。その対話のなかで、整理して考える過程の多様さにふれることで、数学的に考える資質・能力を養うことができ、大変意義深い。

小学校段階では、場合の数を明らかにすることよりも、整理して考える過程に重点をおいて、図や表を用いながら順序よく調べていこうとする態度を育てるよう配慮することが求められている。そこで、本単元のよきを以下のように捉えてみた。

- ・ 落ちや重なりがないように「一つ一つ、少しずつ、順序よく」考えていくよき。
- ・ 総当たりなどの対戦表や樹形図を知ること味わえる新しい表や図のよき。
- ・ 全てを書きだすことが大切だが、場合の数を計算で求められるよき。
- ・ 中学数学での「確率」や高校数学の素地的な部分を味わえるよき。

また、単元計画を表4のように設定した。

表4 単元計画「場合を順序よく整理して」

時	主な学習活動及び学習内容
5	場合の数の調べ方を考え、組み合わせや並べ方を理解する。
3	様々な場面において、場合の数の調べ方を適用し、問題を解決できるようにする。 <ul style="list-style-type: none"> ・ 条件に当てはまる道順・・・・・・・・・・・・・・・・・・1 ・ 集合の考えを用いた問題解決・・・・・・・・・・・・・・・・・・1 ・ 条件に当てはまる組み合わせ・・・・・・・・・・・・・・・・・・1 (本時)

3-2-2. 授業の実際

上記の計画のもと、第8時の授業を2018年2月2日に実施した。本時の目標を「条件を基に、図や表を用いて、落ちや重なりがないように組み合わせを考えることができる」と設定し、主な学習活動として、次のものを計画し、授業実践を行った。

(1) 学習問題と出合う。

学習問題1「赤、黄、青、緑のストローが1本ずつあり、この中から3本選びます。ストローの組み合わせを全てかきましょう。何通りできますか。」

(2) 各色3本ある場合、何通りになるか考える。

学習問題2「ストローが各色3本ずつあった場合、組み合わせは何通りできますか。」
問い①「どうすれば何通りあるか分かるかな？」

(3) さらに条件を加え、何通りになるか考える。

問い②「三角形を作ると20種類できるの？」

(4) 問い②に対する答えを考える。

(5) 本時の振り返りをする。

3-2-3. 児童が実感した「よさ」

本時を通して児童が感じた「よさ」は、図や表に整理して考えていくことのよさと、色や本数を固定して考えていくことのよさと考えられる。学習問題2において、何通りあるかを調べるために起こり得る場合を書き出していく児童が多かった。条件が複雑になると書き出しに重なりが見られてしまうことにも児童は気付くことができた。「色と本数」を固定して調べていくという新たな整理の仕方も、「よさ」として捉えていると思われる記述が多く見られた(図3)。

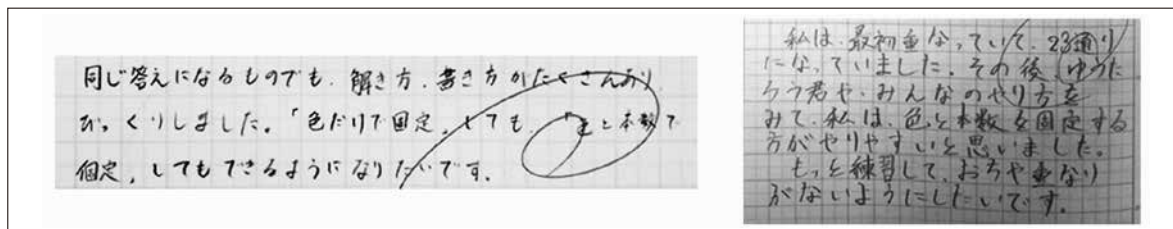


図3 児童のノート記述

3-2-4. 今後への示唆

今回、児童の議論の中心は、「どのように整理すればよいのか」であった。整理の仕方は多様に存在するが、効率がよいのは色と本数を固定する方法である。整理の仕方の立場が違う児童が議論していたが、それぞれにより部分があり、どれがよいと判断することはできない。今回は、教師が自分の整理の仕方に固執するあまり、児童の思いを十分に引き上げることができなかった。様々な整理の仕方を紹介し、それぞれのよさを考えさせる展開とするべきであったと思う。教師の整理の仕方を紹介すると「その整理の仕方は気持ちが悪い(自分には合わない)」という児童のつぶやきが出された。立場の違う児童にとっては、すっきりとしない授業展開であったと思われる。

本単元で捉えたよさについて、単元をとおして児童に味わわせることができたのではないかと考える。様々な場合を順序よく整理していくことで、落ちや重なりがないように調べる技能も身に付けさせることができた。また、単元終了後、トピック教材としてサイコロを扱った授業を展開した。中学数学での「確率」や高校数学の素地的な部分を味わわせることもできたのではないかと考える。

3.3. 中学1年「変化と対応」

3-3-1. 授業の意図

本単元では、身の回りの事象の中にある二つの数量の変化や対応を捉え、予想を立てる際には、二つの数量の依存関係に着目し、表、式、グラフを用いて考察することが有効である、というよさを獲得できるようにすることを想定した。

単元の指導計画だが、全20時間であり、関数（3時間）、比例（6時間）、反比例（5時間）、比例、反比例の利用（3時間）、まとめ（3時間）である。本時に関わる部分のみ抜粋したのが表5である。題材は全国学力・学習状況調査問題、授業アイデア例を参考にするとともに、一部を本学級の実態に合わせて構成を変更した。

表5 単元計画「比例、反比例の利用」

時	主な学習活動及び学習内容
1	○ 具体的な事象として、ウェブをする人数とかかる時間に着目し、それら2つの関係を見いだすことを課題として、表やグラフで調べ、結果が比例となることを整理する。
1	○ 学年の生徒166人でウェブするのにかかる時間を予想することを課題として、グラフや式でかかる時間を求め、求めた過程や結果を説明し、伝え合う。(本時)
1	○ プロジェクターの投影距離の変化に伴って変わる数量を、資料から見だし、比例や反比例の関係であることを利用して問題を解決し、問題解決の過程を振り返る。

3-3-2. 授業の実際

上記の意図のもと、第2時の目標を「ウェブをする人数とかかる時間の関係から、ウェブするのにかかる時間の予想をすることができる」と設定し、2019年11月27日に実施した。

授業の実際としては、まず、前時の学び（ウェブをするのにかかる時間は、ウェブをする人数に比例すること）について振り返った。次に、「1年生の生徒166人がウェブするのにかかる時間を予想しよう」という学習課題を設定した。そして、課題解決の方法を考えた後、グラフや式を用いて、ウェブするのにかかる時間について個人、ペア、全体で考えた。その後、実際に1年生166人分、全校生徒493人分のウェブを行い、かかる時間がどれくらいかを確かめた。最後に本時の学習活動を「何があった」、「どう思った」、「これからどうする」の3項目で振り返った。

3-3-3. 生徒が実感した「よさ」

生徒の振り返りの記述では、図4のように、ウェブする人数とかかる時間の関係を比例と見なして表現、処理した結果が実際の結果と近い値になっていたことで、数学を用いて考察する活動の楽しさを味わうことができたという記述が見られた。

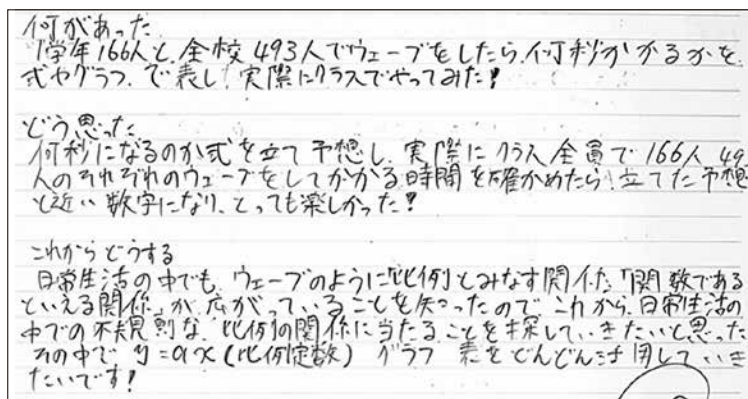


図4 生徒のノート記述

また、図5のように、日本の人口に係る知識と関連付け、日本の人口で実際にウェブした

ときにかかる時間を予想した記述も見られた。

一方で、図6のように、グラフが原点を通る直線になると見なすことで、二つの数量の関係を比例として扱うことについて疑問に思ったという記述も見られた。

3-3-4. 今後への示唆

身の回りの事象の考察に当たり、学んだ関数の考えを

活用する題材を取り扱い、予想と実験結果を比較する学習活動を設定した。その結果、生徒は身の回りの事象と学んだ数学を関連付けて考えることの有用性や楽しさを味わうことができていたと考えられる。また、比例と見なすことに疑問をもつ生徒が見られた。生徒が感じた疑問については、事象を一次関数として考察する際や不確定な事象の起こりやすさを考察する際に今回の意見を取り上げ、生徒の主体性や課題意識を高める契機にできればと考えている。

3-4. 中学2年「確率」

3-4-1. 授業の意図

現行の学習指導要領では「統計的確率」と「数学的確率」の両方を第2学年で学習するよう設定されている。しかし、新学習指導要領では、「統計的確率」を第1学年、「数学的確率」を第2学年で学習するよう改訂された。そこで、今後「統計的確率」の分野を切り離れた学習計画を想定して、「統計的確率」の分野である「不確定な事象の起こりやすさ」の内容（第1節「確率の意味」）のみをこの時期に設定した。なお、第2節「場合の数と確率」は従来どおり、学年末に実施する。

本単元では、多数の観察や多数回の試行の結果を基に、相対度数を用いて統計的確率と見なして表現、処理することで、不確定な事象の起こりやすさを考察することができる、というよさを獲得できるようにすることを想定した。

そのうえで、本単元の指導計画を次のように設定した。

表6 単元計画「起こりやすさと確率」

時	主な学習活動及び学習内容
1	○ 2枚の硬貨を投げる実験をとおして、多数回の実験からあることからの起こりやすさを表す数について考える。
1	○ 出生数のデータを基に、大量観察に基づく確率を考える。
1	○ バスケットボールのシュートの成功率を、相対度数で比較することをとおして、不確定な事象の起こりやすさの傾向を読み取る。(本時)

3-4-2. 授業の実際

上記の意図のもと、第3時の目標を「過去のデータから相対度数を求め、これを確率とみなして、不確定な事象の起こりやすさの傾向を読み取り、根拠を明確にして説明することができ

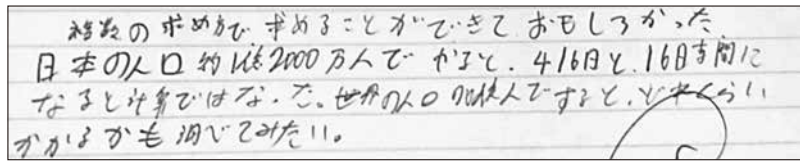


図5 生徒のノート記述

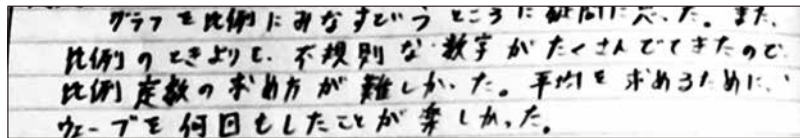


図6 生徒のノート記述

る」と設定し、2019年7月1に実施した。

授業の実際としては、まず、学習課題「あなたは、バスケットボールチームの監督です。2点リードされていて67対69、残り時間は少なく、あと1プレイしかできないとしたら、どの選手にシュートを打たせますか」を知り、解決の見通しを立てた。次に、対話をとおして、条件を付け加え、表7の内容を確認した。個人、グループで問題の解決に取り組んだ後、全体で問題解決の過程や結果を共有した。さらに、共有した考えを基に、再度グループで考えを再構築し、意見交換を行った。最後に、本時の学習活動を「何があった」、「どう思った」、「これからどうする」の3項目で振り返った。

表7 各選手のシュートに関するデータ

名前	本試合の得点	本試合のゴール成功数	本試合のゴール試投数	本試合のゴール成功率	本試合の3ポイント成功数	本試合の3ポイント試投数	本試合の3ポイント成功率	本試合の2ポイント成功数	本試合の2ポイント試投数	本試合の2ポイント成功率
A	2	1	4	0.25		1	0	1	3	0.33
B	20	8	19	0.42	4	11	0.36	4	8	0.5
C	6	3	9	0.33			0	3	9	0.33
D	14	5	8	0.63	4	7	0.57	1	1	1
E			4	0		2	0		2	0
F	16	8	16	0.5		1	0	8	15	0.53
G			1	0		1	0			0
H	4	2	5	0.4		2	0	2	3	0.66

注1) 実在のチームと選手を題材にしたため、選手名をアルファベットで表示した。
注2) 影の部分は、生徒には見せないようにした。

3-4-3. 生徒が実感した「よさ」

生徒の振り返りでは、図7左上・右上のように、相対度数の数値のみではなく、考察の対象とする相対度数の意味や関係を考慮しながら問題解決に取り組んだという記述が見られた。

また、図7左下・右下のように、多様な見方や考え方の必要性を見だし、今後の行動に反映させたいという記述や、日常の事象と数学のつながりを実感したという記述も見られた。

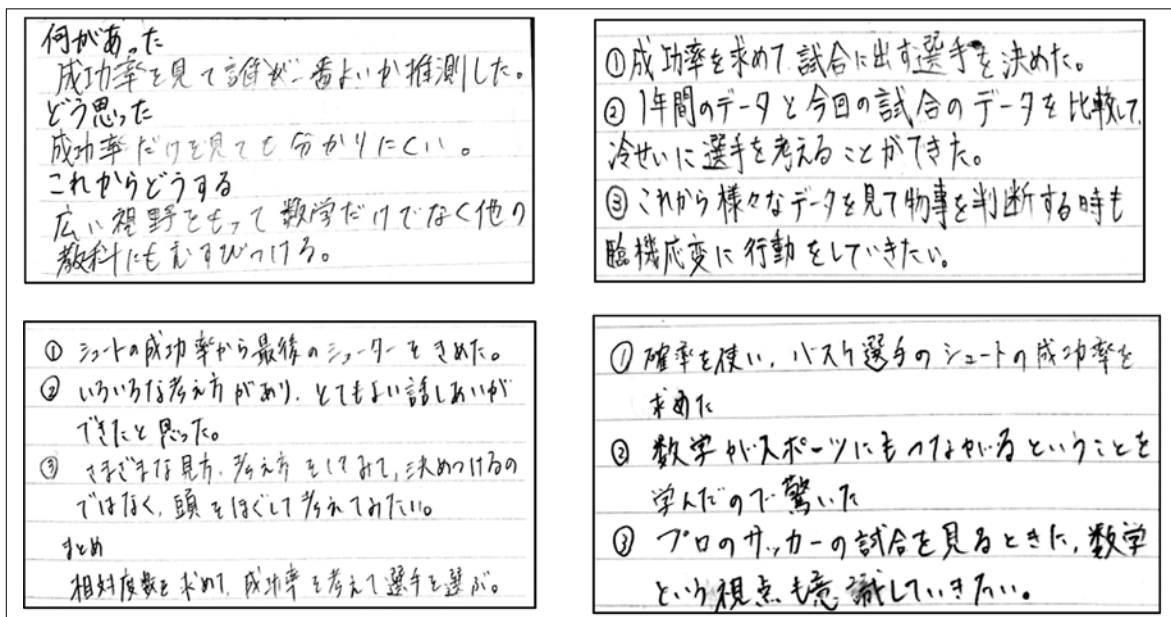


図7 生徒のノート記述

3-4-4. 今後への示唆

相対度数を不確定な事象の起こりやすさを示す数値として捉え、考察する学習活動を設定した。その結果、求めた相対度数が、題材として取り上げた事象の中でどのような意味をもつかを考え、意志決定に反映しようとする姿が見られた。このことが、不確定な事象を考察する際に、確率として捉え、考察することの意義、よさの実感につながっていたのではないと思われる。

3-5. 中学2年「箱ひげ図とデータの活用」

3-5-1. 授業の意図

移行措置により、令和2年度の第2学年より新設される単元である。令和元年度宮崎県教育研修センター研修「中学校数学における授業づくり～新学習指導要領D領域「箱ひげ図」の指導の在り方～」において、授業提案の形で本単元を先行して実施した。時数については、年間指導計画を踏まえ、余剰の時数を利用した。

本単元では、複数のデータを比較し、データの分布の傾向を読み取ることができる、というよさを獲得できるようにすることを想定した。

そのうえで、本単元の指導計画を次のように設定した。

表8 単元計画「箱ひげ図とデータの活用」

時	主な学習活動及び学習内容
1	○ インターネット接続会社を選ぶという題材で、通信速度を表した箱ひげ図を見て、四分位数を読み取る。また、条件に合う箱ひげ図を書く。
1	○ 四分位範囲や四分位数等を用いて、複数のデータの分布を捉え、考察し、説明する。
1	○ 東京の気温の上昇を検討する題材で、複数のデータの分布を捉え、批判的に考察し、説明し伝え合う。(本時)

3-5-2. 授業の実際

上記の意図のもと、第3時の目標を「箱ひげ図を用いてデータの傾向を比較して読み取り、批判的に考察し、判断することができる」と設定し、2019年11月25日に実施した。

授業の実際としては、まず、通信速度に関する考察（第1時から第2時）の過程を振り返った。次に、猛暑に関する新聞記事を見た後、学習課題「昔に比べて、気温は高くなっているといえるだろうか」を設定した。そして、東京の気温についてのデータ（図8）を基に、箱ひげ図をかき、正誤の問題に取り組んだ。その後、かいた箱ひげ図から、どのようなことが言えるかを個人、グループで考察した。さらに、考察した内容を箱ひげ図と全体で共有した。最後に、箱ひげ図とヒストグラムについて考察した後、本時の学習活動を「何があった」、「どう思った」、「これからどうする」の3項目で振り返った。

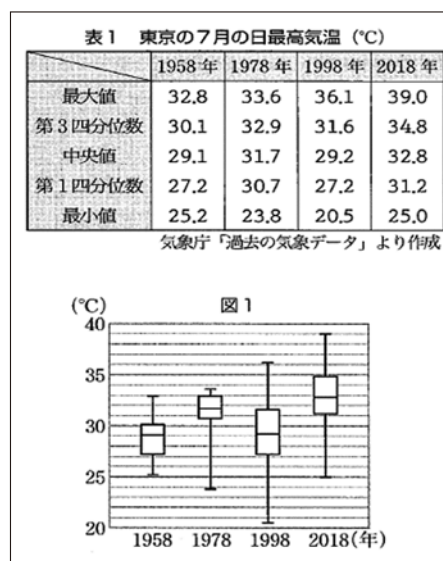


図8 教科書に記載された東京の気温に関するデータと箱ひげ図

3-5-3. 生徒が実感した「よさ」

生徒の振り返りの記述では、図9左上のように、学習課題に対する意見の相違に興味をもち、さらに深く考えたいという意欲に係る記述が見られた。また、図9右上・右下のように、箱ひげ図のよさだけでなく、箱ひげ図では読み取れないことについても記述が見られた。さらに、図9左下のように、箱ひげ図とこれまで学んだグラフを関連付けて、グラフを選択しようとしている記述も見られた。

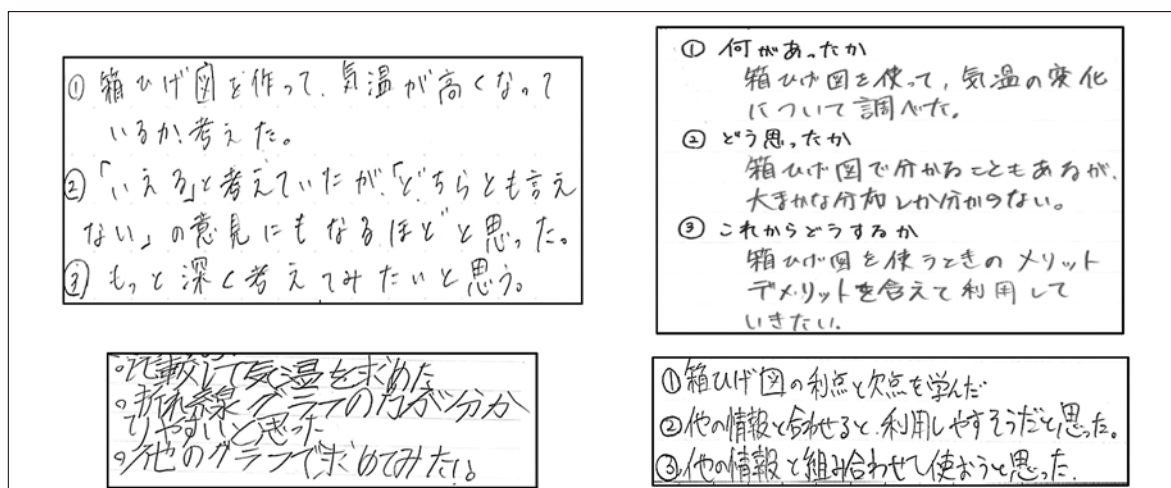


図9 生徒のノート記述

3-5-4. 今後への示唆

東京の気温の上昇を検討する題材で、複数のデータの分布の考察に箱ひげ図を活用する学習活動を設定した。その結果、四分位数や四分位範囲等の用語を用いて、多様な意見を活発に交換する姿が見られた。また、今回の授業実践においては、終末段階で箱ひげ図とヒストグラムの関係について取り上げた。このことが、箱ひげ図のよさと箱ひげ図以外の図やグラフ等のよさの比較へと発展し、箱ひげ図の理解だけでなく、これまで学んだ図やグラフ等についての学び直しにつながっているのではないかと考えられる。

4. おわりに

本研究では、児童・生徒による数学のよさの実感の様相や、よさの実感を促すための学習指導の在り方を明らかにすることを目的とし、実施した授業をもとに実践研究を行ってきた。本稿では、児童・生徒が数学のよさを実感することを目指した5つの授業実践（小5「面積」、小6「場合を順序よく整理して」、中1「変化と対応」、中2「確率」、中2「箱ひげ図とデータの活用」）の事例研究を行い、授業者の意図したよさが児童・生徒にどのように実感され、それを促した要因とは何かを検討した。

本稿の分析対象の授業実践では、例えば、ストローの本数を増やしながら類似問題の解決を通して、図や表のよさや条件を整理して考えるよさを感じる児童、ウェブする人数と時間の関係を比例と見なして考察することを通して、比例のよさを感じる生徒、バスケットボールチームの監督として求められる判断を行う問題解決を通して、相対度数や確率のよさを感じる生徒、東京都の気温の経年比較を通して、箱ひげ図のよさを感じる生徒といった、よさの適用の段階

にある児童・生徒の姿を捉えることが多くなった。こうした傾向は、既習事項の応用にあたる授業を分析対象として多く取り上げたことが要因と思われる。また、新たな図形の求積公式を探究する場面における既習の知識や図形の捉え方のよさを感じ、更なる発展的学習に挑もうとする児童の姿も捉えることができ、これはよさの転移の段階とみることができる。新たな学習内容の授業におけるよさの転移の可能性を示していると言えよう。

しかしながら、本稿で得られた示唆は、分析対象の授業数が少ないこともあり、すべての算数・数学授業に一般化するには早計である。取り扱う学習内容の多様化も含め、更なる事例研究の遂行を今後の課題としたい。

注

- 1) 「数学のよさの実感」という表現だが、これは中学校段階で用いられているものであり、小学校段階では「気付き」、高等学校段階では「認識」という表現が用いられている。
- 2) ここで注目した論文は、日本数学教育学会 HP の論文検索機能を用いて「よさ」をキーワードとして 2019年12月12日の時点で検索できた、日本数学教育学会の学術雑誌に掲載されたものである。

文献

- 泉一也 (2014) 「数学のよさの実感に授業型が及ぼす影響－式の値を求める場面における文字式のよさに着目して－」『日本数学教育学会誌』 96(11), pp.3-9.
- 落合早苗 (1994) 「感覚を豊かにし、よさを味わう算数科学習－量と測定の指導を通して－」『日本数学教育学会誌』 76(6), pp.108-113.
- 片山裕治ほか5名 (1994) 「算数のよさを追及する子供を育てる指導」『日本数学教育学会誌』 76(2), pp.2-7.
- 金本良通, 大谷一義, 福島正美, 馬場敏男 (1994) 「数学的コミュニケーション能力の育成 (I)－考えの交流のよさと交流を促す方法の指導を通して－」『日本数学教育学会誌 算数教育』 76(6), pp.18-22.
- 篠原俊彦 (2013) 「多様な考えを生かした指導に関する一考察－算数のよさに着目して－」『日本数学教育学会誌』 95(6), pp.12-22.
- 柴田翔 (2009) 「体系のよさに焦点をあてた図形教材の開発」『数学教育論文発表会論文集』 42, pp.529-534.
- 白井一之, 前野哲夫, 上野文子, 尾寄祐子, 井上廣美, 根本三和子, 梶田純子, 小関哲之, 天野正子, 藤田万弓, 山口義一 (1995) 「数理的な処理のよさを感じとれる指導法の工夫－5年のわり算の指導を通して－」『日本数学教育学会誌』 77(2), pp.8-12.
- 寺島喜雄 (1997) 「数学的な考え方のよさが分かる児童を育てる指導－よさの観点で議論し問題に活用する指導を通して－」『日本数学教育学会誌』 79(8), pp.252-257.
- 蒔苗直道 (2011) 「戦後教育改革期にみる数学教育における「よさ」の用語の起源－GHQ/SCAP 文書の分析を通して－」『日本数学教育学会誌』 93(5), pp.2-11.
- 永田潤一郎 (2004) 「「比例するとみなす」ことのよさについての考察」『日本数学教育学会誌』 86(3), pp.13-20.
- 浪花寛 (1993) 「算数のよさを味わわせる指導法の追求－視点を明確にした算数のよさを実感させる授業の構想－」『日本数学教育学会誌』 75(6), pp.113-117.
- 松尾知明 (2016). 「知識社会とコンピテンシー概念を考える：OECD 国際教育指標 (INES) 事業における理論的展開を中心に」. 日本教育学会 『教育学研究』, 83巻, 2号, pp.154-166.
- 矢部一夫 (1996) 「算数のよさが味わえる学習指導」『日本数学教育学会誌』 78(2), pp.8-13.
- 山脇雅也 (2007) 「座標と座標平面のよさを感得させる指導－梨の大きさのばらつきを考察する問題－」『日本数学教育学会誌』 89(3), pp.30-37.