

## プロジェクトのスケジュール・ネットワークの 遅延リスク耐性の評価について

富田 旋<sup>a)</sup>・門川 真樹<sup>b)</sup>・高塚 佳代子<sup>c)</sup>・山場 久昭<sup>d)</sup>・油田 健太郎<sup>e)</sup>・岡崎 直宣<sup>f)</sup>

### Evaluation of Delay Risk Tolerance of Project Schedule Network

Meguru TOMITA, Naoki KADOGAWA, Kayoko TAKATUKA, Hisaaki YAMABA,  
Kentarō ABURADA, Naonobu OKAZAKI

#### Abstract

In the schedule management of large-scale and complicated projects, the problem of uncertainty due to required time fluctuation is remarkable, and the location of the longest work path (critical path) that determines the whole period of the project changes irregularly. Therefore, even with a margin of non-critical activity that need not be managed in the conventional project, it is necessary to manage it in recent projects. In this research, when the project is represented by the schedule network of Activity, we propose a method to evaluate the tolerance of the project to the delay risk of the whole project. In this paper, we propose a method to use the number of delay patterns of Activity level that does not change the duration of the whole project as an indicator of delay risk tolerance. Furthermore, the effectiveness of the proposed method was experimentally verified. As a result, the validity of the proposed method was confirmed.

**Keywords:** project management, critical path, PERT, float, DRAG

#### 1. はじめに

近年大規模・複雑化したプロジェクトのスケジュール管理では、所要時間変動による不確定性の問題が顕著であり、プロジェクトの全体の期間を決める最長作業経路(クリティカルパス)の所在が不規則に移り変わる。このため、たとえある時点においてプロジェクト全体期間に影響しない Non-critical な作業項目(以降“Activity”と同義)の余裕であっても、一たびフロート日数(即ち、全体期間に影響を及ぼさないで個別の Activity に使える最大の余裕日数)を消費してしまうと、それがクリティカルな Activity(即ち、クリティカルパス上の Activity)に変わった途端にプロジェクトの早期完了の可能性を下げてしまう。したがって、所要時間の不確定性の問題が比較的少なかった従来のプロジェクトでは管理する必要のなかった Non-critical な Activity の余裕であっても、近年のプロジェクトでは管理する必要がある。

以上のような所要時間変動による不確定性の問題を考慮しながら良いプロジェクト計画を立案しマネジメントするためには、プロジェクトがスケジュール・ネットワーク(Activity間の順序関係を表すネットワーク図)で表されるとき、その作成段階或いは運用段階でのスケジュール・ネットワークの評

価と改善が可能でなければならない。しかし、スケジュール・ネットワークの評価には、従来はクリティカルパスの長さで決まる「プロジェクト全体期間の長さ」という一指標しかなかった。これでは、クリティカルパスの所在が移り変わるケースへの対応が難しい<sup>1)</sup>。

本研究では、プロジェクトが Activity のスケジュール・ネットワークで表されるとき、これが持つプロジェクト全体の遅延リスクへの耐性を評価する方法を提案する。「プロジェクト全体の遅延リスクへの耐性」(以降“遅延リスク耐性”)とは、任意の Activity が予期せぬ遅延をきたした際にプロジェクトの全体期間に影響されずに済む可能性と定義できる。長期に渡るプロジェクトでは、このような遅延リスク耐性を維持管理し続けることが、後々の破綻、即ち、修復不可能な時間超過が招くプロジェクトの失敗を回避する鍵となる。したがって、遅延リスク耐性の指標化は、不確定性の大きいプロジェクトのスケジュール管理上大きな意味を持つ。そこで本稿では、遅延リスク耐性の大きさを、プロジェクトの全体期間を変えない Activity レベルでの遅延のパターンの数として指標化する方法を提案する。更に、本提案方法の妥当性を実験的に検証する。つまり、提案する遅延リスク耐性を表す指標が、確かに目的に適った指標と成り得るかどうかを確認する。具体的には、個々の Activity を一定期間短縮した時の遅延リスク耐性の増分を比較する。もしこの増分が、プロジェクトの全体期間に影響を及ぼさず Activity、即ちクリティカル性の高い Activity ほど大きくなる傾向にあるならば、提案指標の定義は妥当と考えられる。本研究では、以上のような実証実験を、簡単なプロジェクトの例題と、現実的なプロジェクトの2

<sup>a)</sup>工学専攻機械・情報系コース大学院生

<sup>b)</sup>情報システム工学科学部生

<sup>c)</sup>教育研究支援技術センター技術専門職員

<sup>d)</sup>情報システム工学学科助教

<sup>e)</sup>情報システム工学学科准教授

<sup>f)</sup>情報システム工学学科教授

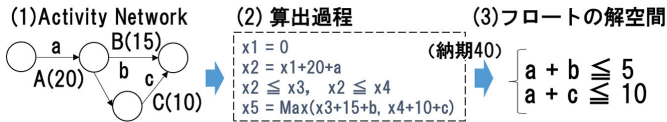


図 1. フロート解空間生成の流れのイメージ

種類で行った。その結果、提案方法の妥当性が確認された。

2. 先行研究

2.1 フロートのベクトル空間表現

本研究室の先行研究<sup>2, 3)</sup>では、プロジェクトの個々の Activity の時間的余裕をパラメータ表示し(“余裕パラメータ”と呼ぶ)、納期制約問題をパラメータベクトルの存在可能領域(“フロートの解空間”と呼ぶ)を求める問題に帰着させる方法を考案した。フロートの解空間は、個々の Activity の所要時間と余裕、Activity 間の先行関係、及び納期制約に基づき機械的な手順で求められ、余裕パラメータから成る係数1の不等式制約の集まり(“フロートの解空間”と同義)として表される。個々の不等式制約はクリティカルパスに成り得る経路の経路長制約に対応付けられ、各式のパラメータの並び順は各経路の作業順序を表す。

2.2 ベクトル空間表現モデルの生成方法

フロートの解空間は、所与のスケジュール・ネットワークから、各 Activity の生起順序と作業時間を抽出し、各 Activity の時間的余裕を表す余裕パラメータを導入し、生起順序と生起時刻を同時に扱える max-plus 代数を使用し、以下の式に基づく所定の手順で各 Activity の開始・終了時刻を順に求めていく。

$$\begin{aligned} \text{作業 } p \text{ の開始時刻} &\geq \max\{ p_j \text{ の終了時刻} \mid p_j \text{ は } p \text{ の先行作業全て} \} \\ \text{作業 } p \text{ の終了時刻} &= p \text{ の開始時刻} + \text{所要時間} + \text{余裕パラメータ} \end{aligned}$$

個々の Activity の開始・終了時刻は余裕パラメータによる多変数の一次式で表される。ただし、スケジュール・ネットワーク上、各 Activity へ至る経路は一通りとは限らない。個々の時刻は着目作業に至る経路の数だけ得られる。従って、最終 Activity の終了時刻は、初期 Activity から最終項目へ至る経路の数だけ得られ、所望のモデルはその式全体として得られる。

2.3 フロートの解空間の例

図 1-(1) のように、Activity A, B, C があり、期間がそれぞれ 20 日, 15 日, 10 日とする。A と B、A と C は直列に繋がりと、B//C は並行である。( ) 内は Activity の標準的所要時間を表す。x1 と x2 で Activity A の開始時刻と終了時刻、x3 と x5 で B、x4 と x5 で C の開始時刻と終了時刻を各々表し、小文字アルファベットで同大文字の Activity の余裕パラメータを表すと、所定の計算過程を経て、本例のフロートの解空間が以下のように得られる(図 1-(3))。

$$\{ a + b \leq 5, a + c \leq 10, 0 \leq a, b, c \}$$

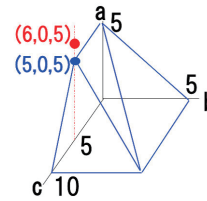


図 2. フロートの解空間の図的表現

3. 提案方法

3.1 遅延リスク耐性の評価方法

冒頭で述べたように、遅延リスク耐性を評価する指標の大きさを、プロジェクトの全体期間を変えない Activity レベルでの遅延のパターン(以降“不変パターン”)の数として定量化することを提案する。このような不変パターンは、その数も内容もフロートの解空間から得られる。具体的には、フロートの解空間に含まれる各点は、その境界上の点も含め、各々、不変パターンに対応付けられる。

3.2 不変パターンの例

プロジェクトの全体期間を変えない遅延のパターン、即ち、不変パターンの例を示す。図 2 の凸多面体は、2.3 節の例で得られたフロートの解空間の図的表現である。この凸多面体の境界及び内部の点は全て不変パターンに対応付けられる。例えば、点 (5, 0, 5) は不変パターンであり、「Activity A と C が共に 5 日遅延すること(即ち、a = 5, c = 5)は、プロジェクト全体期間を変えない」となる。逆に、点 (6, 0, 5) は解空間からはみ出ているため不変パターンではない。従って、Activity A が 6 日遅延すること(即ち a = 6)はプロジェクト全体期間に影響を及ぼすことを意味する。

3.3 遅延リスク耐性の算出の例

遅延リスク耐性は、不変パターンの数で評価する。遅延リスク耐性算出の例を示す。A, B, C の 3 つの activity があり、期間がそれぞれ 5 日, 3 日, 2 日とする。A-B-C が直列につながる場合(図 3-例 1)、フロート値は一経路(分岐・合流点から次の分岐・合流点までのパス)の中では一定になる性質があるため、解空間は 1 次元の凸多面体となり遅延リスク耐性の大きさは 0 となる。一方、A//B//C とすべてが並行の場合(図 3-例 2)、解空間は 3 次元の凸多面体となり、図で示すように格子幅を 1 日とすると遅延リスク耐性の大きさは 11 となる。従って、遅延リスク耐性は後者の方が大きいと言える。なお、格子幅を 0.5 日に変えると、例 2 の評価値は 34 になる。つまり、遅延リスク耐性の大きさを比較する場合、評価に使う格子幅は同じにしなければならない。

3.4 遅延リスク耐性の算出プロセス

遅延リスク耐性は、フロートの解空間に含まれる不変パターンの数で評価するとし、簡単な算出例を示した。ここでは、フロートの解空間が 4 次元以上でも適用可能な一般的な算出プロセスについて示す。

フロートの解空間は係数 1 の連立一次不等式で表されるため、凸多面体を成す。従って、本問題は、「n 次元凸多面体に含まれる格子点の数を求める問題 (1 ≤ n)」に帰着され、そ

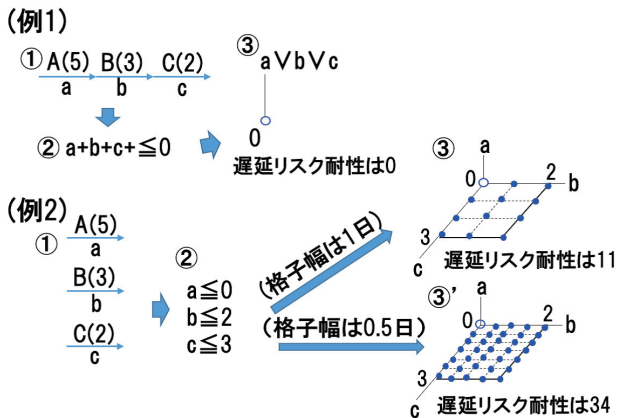


図 3. 遅延リスク耐性の算出

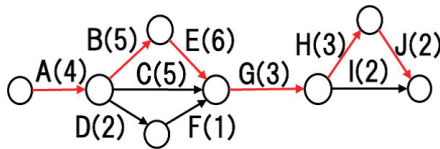


図 4. 簡単なスケジュール・ネットワークの例

の算出プロセスは以下で構成される。

- フロートの解空間に相当する凸多面体の端点を求める。
- 端点を手掛かりに、凸多面体に含まれる可能性のある点の絞り込みを行う。
- 絞り込まれた各点が凸多面体に含まれるか否かを、解空間を表す連立不等式を満たすか否かでチェックし、含まれる点をカウントしていく。

#### 4. 検証実験

冒頭で述べたように、提案方法の妥当性を確認する。具体的には、個々の Activity を一定期間短縮した時の遅延リスク耐性の増分を比較し、この増分が、プロジェクトの全体期間に影響を及ぼすクリティカル性の高い Activity ほど大きい傾向にあることを確認する。

##### 4.1 簡単なプロジェクトによる検証実験

図 4 は簡単なスケジュール・ネットワークの例である。これに 2 日分のプロジェクトバッファ (即ち、契約納期に対し全体期間に与える余裕) を付与したものを対象プロジェクトとする。Activity A~J があり、各々の直列・並列関係はネットワーク図の通りである。( ) 内は Activity の標準的所要時間を表す。余裕パラメータの表記方法は 2.3 節の例と同じとすると、本例のフロートの解空間は以下の連立不等式で表される。

$$\begin{cases} \textcircled{1} a + b + e + g + h + j \leq 2, & \textcircled{2} a + b + e + g + i \leq 5, \\ \textcircled{3} a + c + g + h + j \leq 8, & \textcircled{4} a + d + f + g + h + j \leq 10, \\ \textcircled{5} a + c + g + i \leq 11, & \textcircled{6} a + d + f + g + i \leq 13, \\ 0 \leq a, b, c, d, e, f, g, h, i, j \end{cases}$$

以下での説明の都合上、①~⑥は制約の厳しいものから緩いものの順に並べてある。即ち、制約式①はクリティカルパス

		critical						non-critical						クリティカル性					
		A	B	I	C	D		H	J					高	←				
フロートの解空間の大きさの増分 (遅延リスク耐性への影響の増分)	r1	A, G	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	①	②	③	④	⑤	⑥	
	r2	H, J	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	r3	B, E	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	r4	I	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	r5	C	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	r6	D, F	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
			e1	e2	e3	e4	e5	e6	c1	c2	c3	c4	c5	c6	<	1	>	<	2

表 1. 遅延リスク耐性に及ぼす影響の分析

Activity	短縮日数	
	1日	2日
r1 A, G	5612	16084
r2 H, J	3806	9042
r3 B, E	3674	8748
r4 I	806	1612
r5 C	494	988
r6 D, F	394	788

表 2. フロートの解空間の大きさの増分

(以降“パス①”と書く) に対応付けられ、②は準クリティカルパス、③は準々クリティカルパス、以降④~⑥の順に対応付けられるパスのクリティカル性は下がっていく。ここで、*a* と *g*、*b* と *e*、*d* と *f*、*h* と *j* は一致する。各 Activity の所要時間を所定の時間幅短縮し、フロートの解空間の大きさの増分を求め、その大きい順に並べ、増分の大きい Activity の特徴について考察した。その結果、フロート解空間の増分 (Activity の短縮効果) の大きい Activity の特徴は以下の通りと分かった。

- (K1) 同じパスに乗る Activity が多く、それら Activity のクリティカル性が高いほど短縮効果は大きい。
- (K2) 当該 Activity が乗るパスの数が多く、それらパスのクリティカル性が高いほど、短縮効果は大きい。

本特徴は表 1 から見出した。表 1 は、フロートの解空間の増分を大きくする影響因子を見出すための分析表である。言い換えると、遅延リスク耐性に及ぼす影響の強い因子を見出すために作成した表である。表 1 の左半分 (表 1-1) は Activity レベルでの分析結果であり (K1) の根拠となっている。右半分 (表 1-2) はパスレベルでの分析結果であり (K2) の根拠となっている。表 1-1,2 双方に基づく、増分の大小関係の全てが説明可能である。

##### (K1) について

例えば、表 1 の行 r3 (つまり Activity B, E の行) を見ると、列 c1, c2, c3, c4 (Activity A, G, H, J, B, E, I) に ✓ が付いている。これは Activity B, E と同一パスに乗るのは A, G, H, J, B, E, I であることを表している。また、そのうち赤 ✓ の A, G, H, J, B, E はクリティカルな Activity の存在を表す。黒 ✓ の I は non-critical な Activity である。以上の見方で表 1-1 全体を見ると、フロートの解空間の大きさの増分に関して次のことが言える。

K1-1) 赤 ✓ (クリティカル性の大きい Activity に対するチェック) の数が多いほど増分は大きい。



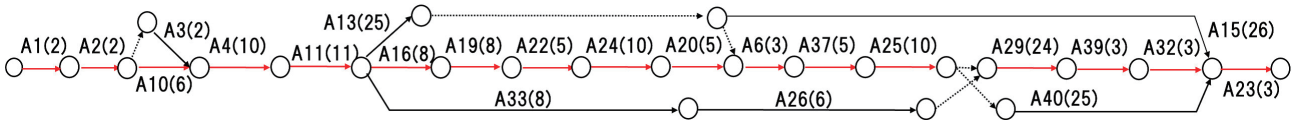


図 5. 建築プロジェクトのスケジュール・ネットワーク

**K1-2)** 赤✓の数と同じならば、✓総数が多いほど増分は大きい。

しかし、行 r5 (C) と r6 (D,F) の増分の大小関係は K1-1)、K1-2) では説明できない。しかし、(K2) の根拠となる表 1-2 に基づくと説明できる。

**(K2) について**

表 1 の行 r3(Activity B,E の行)を見ると、列 c1),c2) (パス①とパス②) に ✓ が付いている。これは Activity B,E はクリティカルパスと準クリティカルパスに乗っていることを意味する。このような見方で表 1-2 全体を見ると、フロートの解空間の大きさの増分に関し次のことが言える。

**K2-1)** 表の左方寄り (クリティカル性の高いパス) に ✓ が多いほど増分は大きい。

**K2-2)** ✓ 総数も増分に影響する。

上述の行 r5 (C) と r6 (D,F) の増分の大小関係は、K2-1) で説明できる。逆に r2 (H,J) と r3(B,E) の大小関係は表 1-1 に基づく方が明確に説明できた。表 2 は格子幅を 1 日とした場合の増分の実数を表す。このことに関し、表 2 を使って説明する。表 2 は増分の実の数値データである。表 2 を見ると、増分の大小関係が表 1-1,2 双方で明確に説明できる部分 (r5 と r6、r2 と r3 以外) は、実際の遅延リスク耐性の増分が大きいことが数値データとしてしてわかる。一方、明確な説明が片方でしかできない部分 (r5 と r6、r2 と r3) は、増分が小さいことが数値としてわかる。

**4.2 現実的なプロジェクトによる検証実験**

図 5 は、本県で近年実施された住宅建築プロジェクトのスケジュール・ネットワークである。Activity は A1(遣り方)、A2(土間配管)、A3(砕石敷き)、… であり、各々の直列・並列関係はネットワーク図の通りである。( ) 内は Activity の標準的所要時間を表す。また、本例では式や表の見易さのため、フロートが一致する Activity の余裕パラメータは同一パラメータに以下のように置換える。

$$d1 = (a1, a2, a4, a11, a23), d3 = (a3), d6 = (a6, a37, a25),$$

$$d10 = (a10), d13 = (a13), d15 = (a15),$$

$$d16 = (a16, a19, a22, a24, a20), d29 = (a29, a39, a32),$$

$$d33 = (a33, a26), d40 = (a40)$$

余裕パラメータの表記方法は 2.3 節の例と同じとし、3 日分のプロジェクトバッファを付与すると、本例のフロートの解空間は以下の連立不等式で表される。

		critical					non-critical					高 ← クリティカル性											
		D1	D6	D16	D29	D10	D3	D40	D13	D15	D33	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫
大	r1	D1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	r2	D6	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	r3	D16	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	r4	D29	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	r5	D10	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	r6	D3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	r7	D40	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	r8	D13	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	r9	D15	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	r10	D33	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
			c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	c10	c1)	c2)	c3)	c4)	c5)	c6)	c7)	c8)	c9)	c10)	c11)
		<					1					>											

表 3. 遅延リスク耐性に及ぼす影響の分析 (建築プロジェクト)

$$\{ \textcircled{1} d1 + d10 + d16 + d6 + d29 \leq 3, \textcircled{2} d1 + d3 + d16 + d6 + d29 \leq 4, \textcircled{3} d1 + d10 + d16 + d6 + d40 \leq 8, \textcircled{4} d1 + d3 + d16 + d6 + d40 \leq 9, \textcircled{5} d1 + d10 + d13 + d6 + d29 \leq 14, \textcircled{6} d1 + d3 + d13 + d6 + d29 \leq 15, \textcircled{7} d1 + d10 + d13 + d6 + d40 \leq 19, \textcircled{8} d1 + d3 + d13 + d6 + d40 \leq 20, \textcircled{9} d1 + d10 + d13 + d15 \leq 36, \textcircled{10} d1 + d3 + d13 + d15 \leq 37, \textcircled{11} d1 + d10 + d33 + d29 \leq 43, \textcircled{12} d1 + d3 + d33 + d29 \leq 44, 0 \leq d1, d3, d6, d10, d13, d15, d16, d29, d33, d40 \}$$

前例と同様、①~⑫は制約の厳しいものから順に並べてある。即ち、番号が大きくなるにつれ、対応付けられるパスのクリティカル性は下がっていく。また前例と同様に、各 Activity の所要時間を所定の時間幅短縮し、解空間の大きさの増分を算出し、フロートの解空間の増分を大きくする影響因子を見出すための分析表 (表 3) を作成した。その結果、同様に (K1),(K2) の特徴が確認された。表 3 の左半分 (表 3-1) は Activity レベルでの分析結果であり (K1) の根拠となっている。右半分 (表 3-2) はパスレベルでの分析結果であり (K2) の根拠となっている。

**4.3 実験の考察**

以上 2 つの実験結果より、プロジェクトの早期完了の可能性を左右するクリティカル性の高い Activity の時間短縮ほど、遅延リスク耐性の増分が大きい傾向にあることが確認された。従来の唯一のスケジュール管理指標であったプロジェクト全体期間では、クリティカルパスの変動を考慮できなかったのに対し、本指標を用いると、各パスのクリティカル性 (クリティカルパスへの成り易さ) を統合的に考慮した評価が可能となることから、提案する遅延リスク耐性は所要時間の不確定性の顕著な近年の大規模プロジェクトのスケジュール管理上有用な指標となり得ると考えられる。

**5. まとめ**

所要時間変動による不確定性の問題が大きい近年のプロジェクトのスケジュール管理に有用な指標「遅延リスク耐性」を定

義し導入した。また、本指標の算出プロセスを実装した。更に、実証実験を通し、提案する指標定義の妥当性を確認した。具体的には、プロジェクトの全体期間に影響を及ぼす Activity、即ち、クリティカル性の高い Activity ほど遅延リスク耐性に及ぼす影響が大きくなる傾向を定量的に示した。

## 参考文献

- 1) 佐藤知一: “プロジェクトにおけるスケジュールと費用のトレードオフを考える”, スケジューリング学会シンポジウム講演会論文集, pp.135-137 (2015)
- 2) 富田旋: “時間とコストの一元管理のためのプロジェクト管理システムの開発に向けて”, 宮崎大学卒業論文 (2017)
- 3) 韓鳳天: “水力発電設備の定期修理管理プロジェクトへの適用による工程管理システムの評価”, 宮大工学修士学位論文 (2016)