3次元直交座標系における波動場の解析解とその地震動波形作成への応用

原田隆典[1]・大角恒雄[2]・奥倉英世[3]

[1]正会員　工博　宮崎大学教授　工学部土木環境工学科（〒889-2192　宮崎市学園木花台西１－１）
[2]正会員　日本工営株式会社　開発研究部　（〒300-1245　茨城県稲敷郡茎崎町高崎2304）
[3]正会員　工修　日本シビックコンサルタント株式会社
（〒116-0013　東京都荒川区西日暮里2-26-2　日暮里UCビル6F）

運動学的断層モデルから放射される地震波の解析解および，剛性マトリックス法による水平成層地盤の地震波応答計算に必要な解析解を示した．解析解の工学的応用例として，周期約1秒までの長周期地震波を運動学的断層モデルから作成し，短周期地震波は断層特性を考慮した確率論的方法から作成することとし，これによって長周期から短周期領域をカバーした強震動加速度波形を作成した．本方法の特長を例示するために，1966年パークフィールド地震(M_s6.0)による断層近傍での加速度記録を再現した．

Key Words: *earthquake ground motions, kinematic source model, stochastic simulation method, frequency wave number, stiffness matrix, wave progagation*

1．まえがき

これまで耐震工学分野では，観測記録の統計処理を主体とした経験的方法によって地震動を解釈し実務設計に使用する場合が多い．しかし1995年兵庫県南部地震による1G近く大加速度を持つ長周期(1-2秒)パルスの揺れに耐震工学を専門とする多くの技術者が驚かされたことからも推察されるように，このような揺れの概略的把握はなされていなかった．すなわち経験的方法のみに頼るのは危険である．このため理論的方法を援用して，どのような強震動が起こるのかをシミュレーションによって確認しながら，抜かりなく揺れの特徴を把握して構造物の耐震設計をしておかなければならない．

そこで本論文では，断層モデルによる地震波動場の工学的応用を目指して，振動数一波数領域において，グリーン関数や半無限地盤地表面の地震動変位に関する解析解および，水平成層地盤の剛性マトリックスに対する解析解を示すとともに，これらの応用例を記述することにする．本論文で述べる個々の理論は地震学分野では特に目新しいものではないが，以下に記述する本論文の位置づけと内容の概要からわかるように，工学分野ではなじみ深い剛性マトリックス法を使って断層破壊で生じた地震波による水平成層地盤の応答を求めた研究例は見あたらないと思われる．

震源断層を含む地盤の応答計算法に関する研究状況は，纐纈ら(1989)の論文に詳しく述べられているが，ここでは既往の研究における本論文の位置づけと特徴を整理しておく．従来の論文に共通する手順は，Bouchon(1979)やChouet(1987)が整理しているように，無限地盤中に変位の食い違いを仮定する，いわゆる運動学的断層モデルから放射される地震波に，水平成層地盤の影響を考慮して地表面の応答を計算するというものである．これらの研究において水平成層地盤の影響は，Thomson(1950)やHaskell(1953)の伝達マトリックス法によって定式化し，この伝達マトリックスをDunkin(1965)法を使って分割し，数値計算の安定性を計っている．しかしこの方法でも依然として数値安定化に関して問題点が残っているが，Kennetら(1979)，Lucoら(1983)，Hisada(1995)による反射・透過マトリックス法は伝達マトリックス法の数値安定化問題を完全に解決した方法として知られている(纐纈ら，1989)．ただしこれらの方法の演算は伝達マトリックス法によるものより複雑化している．

次に座標系に関しては，円筒座標や直交座標が用いられる．円筒座標では振動数一波数の２重積分によって波動場が求められるが，直交座標では３重フーリエ積分となるため，積分がひとつ多い直交座標の定式化が不利のように考えられることもある．しかし地震断

層の広がりや破壊伝播の広がりを考慮する場合には，破壊伝播形式をユニラテラルやバイラテラルのような一様な破壊伝播形式に仮定すると，断層面上での積分が解析的にできる利点がある．また高速フーリエ変換を使うことにより３重フーリエ積分は効率的に実施できる．本論文では，直交座標による波動場を記述することとする．

さてBouchon(1979)やChouet(1987)は，直交座標系での定式化を示しているが，これらの論文では特定の断層傾斜角と断層破壊形式に対する震源ポテンシャルの解析解が示されているのみである．そこで本論文では，これらの定式化に基づいて任意の断層傾斜角と４つの断層破壊形式の断層モデルから放射される地震波の解析解を示し，工学的応用性を拡張する．

上述したように地震波におよぼす水平成層地盤の影響は，これまで伝達マトリックス法または反射・透過マトリックス法によって取り扱われてきたが，本論文ではKauselら(1981)による剛性マトリックス法を採用して考慮する．彼らは水平成層地盤における剛性マトリックス法の定式化を示したが，断層からの地震波入射に対する具体的な解析解や解析例は示していない．Wolfら(1982)も剛性マトリックス法による水平成層地盤の応答を扱っているが，平面波入射による地盤の増幅特性を検討したもので，断層破壊によって発生した地震波による地盤応答問題は検討していない．そこで本論文では，断層破壊で生じた地震波による水平成層地盤の応答を，剛性マトリックス法により計算するために必要となる半無限地盤地表面での地震動変位および，この解と整合する剛性マトリックスの解析解並びに，実地震波形との比較例を示す．なお剛性マトリックスの解析解はKauselら(1981)やWolfら(1982)も示しているが，本論文では利用時の混乱を避けるため，断層破壊による地震波に対応した振動数—波数の定義と整合した解析解を示す．

数値安定性に関して剛性マトリックスでは，高振動数，高波数，軟らかい厚い層などの条件下で現われる伝達マトリックス法における指数関数の桁あふれ問題は生じない．この点は構造工学分野ではよく知られているが，その理由は本論文４章に示す剛性マトリックスの具体式からわかるように，このような条件の場合，SH波では$\sin\gamma h$，P-SV波では$\sin\gamma h \sin\nu h$で割り，さらにγh，νhを実数部$\mathrm{Re}(\gamma h)$，$\mathrm{Re}(\nu h)$と虚数部$\mathrm{Im}(\gamma h)$，$\mathrm{Im}(\nu h)$で表わし，双曲線正接($\tanh\mathrm{Im}(\gamma h)$，$\tanh\mathrm{Im}(\nu h)$)で表現すると，剛性マトリックスの各項はすべて負の指数関数で表わされ，これらは零とおけるので桁あふれは起こらない(例えば，Kauselら，1981)．したがって剛性マトリックス法では，伝達マトリックスにDunkin(1965)法を使う方法や反射・透過マトリックスを用いる方法に比べると，極めて簡単な操作によって数値計算上での解の安定性が確保される．構造工学分野では，剛性マトリックス法は目新しくはないが，地震波動場の計算分野において，剛性マトリックス法による定式化は見あたらないと思われる．

以上に述べたように本論文で新たに示した解析解によって，運動学的断層モデルから放射される地震波入射による水平成層地盤の応答計算の手順が簡略化され，波形合成を簡単な計算プログラミングで行うことができる．

ところで，一般に震源断層破壊の物理的要因とそのモデル化および地震波伝播に関する詳細な地盤構造の不確定性等のため，本論文で示したような解析解が有効となる地震波の周期成分には限界がある．その境界は難しいが，周期約１秒辺りが目安で，これよりも長い周期成分が決定論的手法の対象と考えられている（例えば，Joynerら，1988）．そこで本論文では，周期約１秒までの長周期地震波を運動学的断層モデルによる地震波の解析解を用いて作成し，短周期地震波は断層特性を考慮した確率論的方法(Ohsumiら，1997)から作成することとし，これによって長周期から短周期領域をカバーした強震動加速度波形を作成する．本理論的方法の特長を例示するために，1966年パークフィールド地震(M_s6.0)による断層近傍での加速度記録を再現した．

２．無限地盤におけるグリーン関数の３次元直交座標系での表現式

（１）グリーン関数の表現式

Lamb(1904)やBouchon(1979)の方法によって無限地盤におけるグリーン関数を求めると，３次元直交座標系($\boldsymbol{x}=(x,y),z$)においては次式のようになる．

$$G_{np}(\boldsymbol{x},z,t;\boldsymbol{x}_{so},z_{so}) = \frac{1}{8\pi^3}\iiint G_{np}(\boldsymbol{\kappa},\omega,z;\boldsymbol{x}_{so},z_{so})e^{i(\boldsymbol{\kappa}\cdot\boldsymbol{x}-\omega t)}d\boldsymbol{\kappa}d\omega. \tag{1a}$$

ここに，$i=\sqrt{-1}$．また振動数ωおよび波数$\boldsymbol{\kappa}=(\kappa_x,\kappa_y)$の領域におけるグリーン関数$G_{np}(\boldsymbol{\kappa},\omega,z;\boldsymbol{x}_{so},z_{so})$は次式のように与えられる．

$$G_{np}(\boldsymbol{\kappa},\omega,z;\boldsymbol{x}_{so},z_{so}) = \frac{i}{2\rho\omega^2}\left[\Phi_{np}e^{i\nu|z-z_{so}|}+\Psi_{np}e^{i\nu|z-z_{so}|}\right]e^{-i\boldsymbol{x}_{so}}. \tag{1b}$$

ここに，ρは媒質の密度を表わす．また$n, p = x, y, z$である．係数Φ_{np} $(= \Phi_{pn})$はP波に関する係数で，次式のように与えられる．

$$\begin{aligned}
\Phi_{xx} &= \frac{\kappa_x^2}{\nu}, & \Phi_{xy} &= \frac{\kappa_x \kappa_y}{\nu}, \\
\Phi_{xz} &= \mathrm{sgn}(z - z_{so})\kappa_x, & \Phi_{yy} &= \frac{\kappa_y^2}{\nu}, \\
\Phi_{yz} &= \mathrm{sgn}(z - z_{so})\kappa_y, & \Phi_{zz} &= \nu.
\end{aligned} \tag{2a}$$

S波に関する係数$\Psi_{np}(= \Psi_{pn})$は次式のようになる．

$$\begin{aligned}
\Psi_{xx} &= \frac{\kappa_y^2 + \gamma^2}{\gamma}, & \Psi_{xy} &= -\frac{\kappa_x \kappa_y}{\gamma}, \\
\Psi_{xz} &= -\mathrm{sgn}(z - z_{so})\kappa_x, & \Psi_{yy} &= \frac{\kappa_x^2 + \gamma^2}{\gamma}, \\
\Psi_{yz} &= -\mathrm{sgn}(z - z_{so})\kappa_y, & \Psi_{zz} &= \frac{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}{\gamma}.
\end{aligned} \tag{2b}$$

ここに，

$$\begin{aligned}
\mathrm{sgn}(z - z_{so}) &= 1, & &\text{for } z > z_{so}, \\
\mathrm{sgn}(z - z_{so}) &= -1, & &\text{for } z < z_{so};
\end{aligned} \tag{3a}$$

$$\begin{aligned}
e^{|z - z_{so}|} &= e^{(z - z_{so})}, & &\text{for } z \geq z_{so}, \\
e^{|z - z_{so}|} &= e^{-(z - z_{so})}, & &\text{for } z < z_{so};
\end{aligned} \tag{3b}$$

$$\begin{aligned}
\nu &= \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_P}\right)^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2}, & \mathrm{Im}(\nu) &\geq 0, \\
\gamma &= \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2}, & \mathrm{Im}(\gamma) &\geq 0.
\end{aligned} \tag{3c}$$

ここに，C_P, C_SはP波，S波の速度を表わす．また記号$\mathrm{Im}(\nu)$は複素波数νの虚数部を意味する．

（2）検証

ここでは，次式で与えられるWeylの積分(例えば，Aki and Richards，1980) を使って，式(1)の解析解が，よく知られている無限地盤のグリーン関数の表現式と同じであることを示す．

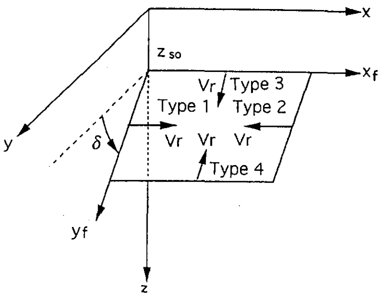
$$\begin{aligned}
\frac{i}{2\pi}\iint \frac{1}{\nu} e^{i[\boldsymbol{\kappa} \cdot (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{so}) + \nu|z - z_{so}|]} d\boldsymbol{\kappa} &= \frac{1}{r} e^{i\frac{\omega r}{C_P}}, \\
\frac{i}{2\pi}\iint \frac{1}{\gamma} e^{i[\boldsymbol{\kappa} \cdot (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{so}) + \gamma|z - z_{so}|]} d\boldsymbol{\kappa} &= \frac{1}{r} e^{i\frac{\omega r}{C_S}}.
\end{aligned} \tag{4}$$

ここに，

$$r = \sqrt{(x - x_{so})^2 + (y - y_{so})^2 + (z - z_{so})^2}. \tag{5}$$

式(4)を使い，式(1)の波数積分を行なうと，次式が得られる．

$$G_{np}(\omega, r) = \frac{1}{4\pi\rho C_S^2}[\psi\delta_{np} - \chi r_n r_p]. \tag{6}$$



図－1　座標軸と断層破壊伝播方向の4タイプ

ここに，δ_{np}=1 $(n = p)$，0 $(n \neq p)$，そして，$r_n = \partial r / \partial x_n$である．また，

$$\begin{aligned}
\psi &= (1 + \Omega_S)\frac{1}{r} e^{i\frac{\omega r}{C_S}} - \left(\frac{C_S}{C_P}\right)^2 \Omega_P \frac{1}{r} e^{i\frac{\omega r}{C_P}}, \\
\chi &= (1 + 3\Omega_S)\frac{1}{r} e^{i\frac{\omega r}{C_S}} - \left(\frac{C_S}{C_P}\right)^2 (1 + 3\Omega_P)\frac{1}{r} e^{i\frac{\omega r}{C_P}}.
\end{aligned} \tag{7a}$$

ここに，

$$\Omega_S = \frac{i}{\left(\frac{\omega r}{C_S}\right)} - \frac{1}{\left(\frac{\omega r}{C_S}\right)^2}, \quad \Omega_P = \frac{i}{\left(\frac{\omega r}{C_P}\right)} - \frac{1}{\left(\frac{\omega r}{C_P}\right)^2}. \tag{7b}$$

上式(6)は，無限地盤のグリーン関数としてよく知られているCruseら(1968)の解と等しい．また式(6)を振動数でフーリエ変換すると，Stokes(1849), Love(1904)の解が得られる．なお本論文のフーリエ変換は，式(1)のように定義されていることに注意しておかなければならない．

3．無限地盤中の運動学的断層モデルから放射される地震波

無限地盤中の点(x_{so}, y_{so}, z_{so})に作用する複双荷重（点震源）による変位場の表現式は，振動数－波数領域において次のように与えられる(Akiら，1980)．

$$u_n(\boldsymbol{\kappa}, \omega) = M_{pq}(\omega) G_{np,q}(\boldsymbol{\kappa}, \omega, z; \boldsymbol{x}_{so}, z_{so}). \tag{8}$$

ここに，$G_{np,q}$はG_{np}の点震源座標(x_{so}, y_{so}, z_{so})の$q(= x, y, z)$方向座標に関する微係数を表わす．またM_{pq}は，点震源の地震モーメントテンソルを表わす．なお上式では，pとqに関する総和をとるものとする．

上式で与えられる点震源解を断層面上で積分すると，以下に示すように断層面上で一様なすべりを仮定する，いわゆるHaskell断層モデルから放射される地震波の解析解が得られる．

本論文では，**図-1**に示すような矩形断層を考え，断層長さ方向にx軸を取った直交座標系での地震波動場の解析解を与える（式(10)）．断層上端の深さをz_{so}，断層面の深さ方向への傾き角(dip angle)をδとする．断層破壊伝播形式に関しては，**図-1**にType1，Type2と示すように断層長さ方向に一様な破壊速度V_rで破壊する2つの断層破壊伝播のタイプおよび，Type3，Type4と示すように断層幅方向に一様な破壊伝播をするタイプの合計4つの形式を想定している．断層面のすべり方向は，**図-1**の手前側の断層面が断層長さ軸から半時計回りに取った方向λ(slip directional angle)に$D/2$すべり，奥側の断層面がλと逆向きに$D/2$すべるものとする．ここに，Dは断層面の両側でのすべり量（不連続変位量）である．本論文では，断層のすべり時間関数は，立ち上がり時間(rise time)τを持つ傾斜関数を用いる．このため，地震モーメントの振動数特性は次のように与えられる．

$$M_o(\omega) = \mu LWD(\omega),\ D(\omega) = \frac{D}{\omega^2\tau}(e^{i\omega\tau}-1)+D\pi\delta(\omega). \tag{9}$$

ここに，$\delta(\omega)$はDiracのデルタ関数を表わす．

上述のような**図-1**の断層モデルから放射される地震波において，$z \le z_{so}$の領域での変位$u_n^{(in)}$ $(\boldsymbol{\kappa},\omega,z;z_{so})$を示すと，次のようになる．

$$u_n^{(in)}(\boldsymbol{\kappa},\omega,z;z_{so}) = M_o(\omega)\left[R_n^P S_m^P E_{-\nu} + R_n^S S_m^S E_{-\gamma}\right], \tag{10a}$$

ここに，

$$E_{-\nu} = e^{-i\nu(z_0 - z_{so})},\ E_{-\gamma} = e^{-i\gamma(z_0 - z_{so})}. \tag{10b}$$

また，R_n^PはP波の放射形状に関わる係数で，次のように与えられる．

$$R_x^P = i\kappa_x R^P,\ R_y^P = i\kappa_y R^P,\ R_z^P = -i\nu R^P, \tag{11a}$$

$$R^P = \frac{i}{2\rho\omega^2}[R_{strike}^P\cos\lambda + R_{dip}^P\sin\lambda]. \tag{11b}$$

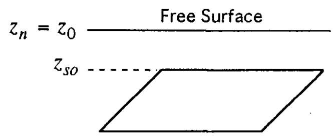
ここに，

$$\begin{aligned} R_{strike}^P &= -2\frac{\kappa_x\kappa_y}{\nu}\sin\delta - 2\kappa_x\cos\delta, \\ R_{dip}^P &= 2\kappa_y\cos 2\delta + \frac{\kappa_y^2-\nu^2}{\nu}\sin 2\delta. \end{aligned} \tag{11c}$$

またS波の放射形状に関する係数R_n^Sは，次のように与えられる．

$$\begin{aligned} R_x^S &= i(\kappa_y R_3^S + \gamma R_2^S), \\ R_y^S &= -i(\gamma R_1^S + \kappa_x R_3^S), \\ R_z^S &= i(\kappa_x R_2^S - \kappa_y R_1^S), \end{aligned} \tag{12a}$$

$$R_k^S = \frac{i}{2\rho\omega^2}[R_{k\ strike}^S\cos\lambda + R_{k\ dip}^S\sin\lambda], \tag{12b}$$



図－2　断層を含む半無限地盤

ここに，

$$\begin{aligned} R_{1\ strike}^S &= \kappa_x\sin\delta - \frac{\kappa_x\kappa_y}{\gamma}\cos\delta, \\ R_{1\ dip}^S &= \frac{\kappa_y^2-\gamma^2}{\gamma}\cos 2\delta - 2\kappa_y\sin 2\delta, \\ R_{2\ strike}^S &= -\kappa_y\sin\delta + \frac{\kappa_x^2-\gamma^2}{\gamma}\cos\delta, \\ R_{2\ dip}^S &= -\frac{\kappa_x\kappa_y}{\gamma}\cos 2\delta + \kappa_x\sin 2\delta, \\ R_{3\ strike}^S &= \frac{\kappa_x^2-\kappa_y^2}{\gamma}\sin\delta - \kappa_y\cos\delta, \\ R_{3\ dip}^S &= -\kappa_x\cos 2\delta - \frac{\kappa_x\kappa_y}{\gamma}\sin 2\delta. \end{aligned} \tag{12c}$$

係数S_m^PとS_m^Sは，断層すべりのタイプ($m = 1 \sim 4$)毎に定まる断層すべりの影響を表わす係数で，上添字はP波とS波に対する影響係数を意味する．これらは次式のように与えられる．

$m = 1, 2$(タイプ1，2)に対して：

$$S_m^B = \frac{\sin[X+(-1)^m\dfrac{\omega L}{2V_r}]}{[X+(-1)^m\dfrac{\omega L}{2V_r}]}\frac{\sin Y^B}{Y^B}e^{-i(X+Y^B-\dfrac{\omega L}{2V_r})}. \tag{13a}$$

$m = 3, 4$(タイプ3，4)に対して：

$$S_m^B = \frac{\sin X}{X}\frac{\sin[Y^B+(-1)^m\dfrac{\omega W}{2V_r}]}{[Y^B+(-1)^m\dfrac{\omega W}{2V_r}]}e^{-i(X+Y^B-\dfrac{\omega W}{2V_r})}. \tag{13b}$$

ここに，$B = P,\ S$である．また，

$$\begin{aligned} X &= \kappa_x\frac{L}{2}, \\ Y^P &= (\kappa_y\cos\delta - \nu\sin\delta)\frac{W}{2}, \\ Y^S &= (\kappa_y\cos\delta - \gamma\sin\delta)\frac{W}{2}. \end{aligned} \tag{13c}$$

点震源の場合，上式において$L = W = 0$とすると，$S_m^B = 1$となる．

4．断層を含む半無限地盤上の水平成層地盤における地震波動場の表現式

(1) 半無限地盤の地表面変位

ここでは，**図-2**に示すような断層を含む半無限地

盤の地表面変位を求める．この場合，地表面による反射波が生じるが，この反射波は断層破壊特性に影響を与えないものと仮定する．この仮定のもとで，式(10)で与えられる断層から放射され地表面へ入射する入射波と，地表面からの反射波を加えた波動場において，地表面における応力=0という境界条件を考慮すると，反射波の振幅を決めることができる．この解析は，次に示すように波動場$u_n(\boldsymbol{\kappa},\omega,z;z_{so}) \equiv u_n(z)$ をP-SV波成分$u_0(\kappa,z)$，$w_0(\kappa,z)$と，SH波成分$v_0(\kappa,z)$に分けることで，容易となる(Bouchon，1979， Chouet，1987)．

$$\begin{aligned} u(z) &= \frac{\kappa_x}{\kappa}u_0(\kappa,z) - \frac{\kappa_y}{\kappa}v_0(\kappa,z), \\ v(z) &= \frac{\kappa_y}{\kappa}u_0(\kappa,z) + \frac{\kappa_x}{\kappa}v_0(\kappa,z), \\ w(z) &= w_0(\kappa,z). \end{aligned} \qquad (14)$$

ここに，$\kappa = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}$である．

以上のような解析を行なうと，半無限地盤の地表面変位の解析解が次のように求められる．

$$\begin{aligned} u_{0\ free}(\kappa,z_0) &= \frac{2i\nu\gamma M_o(\omega)}{\Delta}\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2\Big[2\kappa R^P\cdot \\ &\qquad S_m^P E_{-\nu} - \frac{\kappa^2-\gamma^2}{\nu}R^{SV}S_m^S E_{-\gamma}\Big], \\ v_{0\ free}(\kappa,z_0) &= 2iM_o(\omega)R^{SH}S_m^S E_{-\gamma}, \\ w_{0\ free}(\kappa,z_0) &= \frac{2i\nu\gamma M_o(\omega)}{\Delta}\left(\frac{\omega}{C_S}\right)^2\Big[\frac{\kappa^2-\gamma^2}{\gamma}R^P\cdot \\ &\qquad S_m^P E_{-\nu} + 2\kappa R^{SV}S_m^S E_{-\gamma}\Big]. \end{aligned} \qquad (15)$$

ここに，

$$\begin{aligned} \Delta &= 4\kappa^2\nu\gamma + \left(\kappa^2-\gamma^2\right)^2, \\ R^{SV} &= \frac{\kappa_x}{\kappa}R_2^S - \frac{\kappa_y}{\kappa}R_1^S, \\ R^{SH} &= -\left[\kappa R_3^S + \gamma\left(\frac{\kappa_y}{\kappa}R_2^S + \frac{\kappa_x}{\kappa}R_1^S\right)\right]. \end{aligned} \qquad (16)$$

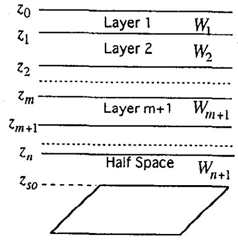
ここに，R_k^S, $(k=1,2,3)$ は式(12b)で与えられる．

(2) 水平成層地盤の波動場

表層地盤の影響は，図-3のような水平成層地盤を仮定し，次式で示す剛性方程式によって考慮する(Kauselら，1981)．

$$\boldsymbol{K}(\kappa,\omega)\boldsymbol{u}_0(\kappa,\omega) = \boldsymbol{q}_0(\kappa,\omega). \qquad (17a)$$

2層の場合$(n=2)$について剛性マトリックスを具



図－3 断層を含む半無限地盤上の水平成層地盤

体的に記述すると，以下のようになる．

$$\boldsymbol{K}(\kappa,\omega) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{11}^1 & \boldsymbol{K}_{12}^1 & \\ \boldsymbol{K}_{21}^1 & \boldsymbol{K}_{22}^1 + \boldsymbol{K}_{11}^2 & \boldsymbol{K}_{12}^2 \\ & \boldsymbol{K}_{21}^2 & \boldsymbol{K}_{22}^2 + \boldsymbol{K}_{Half} \end{bmatrix}, \qquad (17b)$$

$$\boldsymbol{u}_0(\kappa,\omega) = (\boldsymbol{u}_0(z_0),\ \boldsymbol{u}_0(z_1),\ \boldsymbol{u}_0(z_2))^T, \qquad (17c)$$

$$\boldsymbol{q}_0(\kappa,\omega) = (\mathbf{o},\ \mathbf{o},\ \boldsymbol{K}_{Half}\boldsymbol{u}_{0\ free}(z_2 = z_0))^T. \qquad (17d)$$

ここに，$\boldsymbol{u}_{0\ free}(z_n = z_0)$は，図-2に示すような断層を含む半無限地盤の地表面変位を表わす．また，$\boldsymbol{K}_{Half}$は半無限地盤の剛性マトリックスを，$\boldsymbol{K}_{ij}^{m+1}$は水平成層地盤の第$m+1$層の剛性マトリックを表わす．ここで以下のように剛性マトリックスの解析解が与えられその逆マトリックスも解析的に求めれれるため，式(17a)の剛性方程式の解$(\boldsymbol{u}_0)$は，解析的表現として与えられることを注釈しておく．

これらの剛性マトリックスの解析解をSH波とP-SV波について示すと以下のようになる．なお簡略化のため，第$m+1$層の層厚をh，せん断剛性をμ，鉛直方向の波数をν,γ，P波とS波速度をC_S, C_Pのように表現する．このため，これらの係数は各層毎に異なる値となるということに注意しておかなければならない．

SH波による層剛性マトリックスは：

$$\boldsymbol{K}_{SH} = \frac{\mu\gamma}{\sin\gamma h}\begin{pmatrix} \cos\gamma h & -1 \\ -1 & \cos\gamma h \end{pmatrix}. \qquad (18)$$

SH波による半無限地盤の剛性マトリックス：

$$\boldsymbol{K}_{SH}^{Half} = -i\mu\gamma. \qquad (19)$$

またP-SV波における剛性マトリックスは，対称とするためにz軸方向の外力と変位に虚数単位(i)を乗じ，次のように定義することにする．

$$\begin{pmatrix} P_1(z_m) \\ iR_1(z_m) \\ P_2(z_{m+1}) \\ iR_2(z_{m+1}) \end{pmatrix} = \frac{1+\frac{\gamma^2}{\kappa^2}}{\Delta_h}\mu\kappa$$

$$\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(z_m) \\ iw_1(z_m) \\ u_2(z_{m+1}) \\ iw_2(z_{m+1}) \end{pmatrix}, \tag{20a}$$

ここに,

$$\begin{aligned} \Delta_h &= 2(1-\cos\nu h\cos\gamma h)+ \\ &\left(\frac{\kappa^2}{\nu\gamma}+\frac{\nu\gamma}{\kappa^2}\right)\sin\nu h\sin\gamma h. \end{aligned} \tag{20b}$$

また各要素$(K_{ij}=K_{ji})$は：

$$\begin{aligned} K_{11} &= \frac{\nu}{\kappa}\left(\sin\nu h\cos\gamma h+\frac{\kappa^2}{\nu\gamma}\cos\nu h\sin\gamma h\right) \\ K_{12} &= (1-2A_0)\,(1-\cos\nu h\cos\gamma h)+ \\ &\left(B_0\frac{\kappa^2}{\nu\gamma}-A_0\frac{\nu\gamma}{\kappa^2}\right)\sin\nu h\sin\gamma h \\ K_{13} &= -\frac{\nu}{\kappa}\left(\sin\nu h+\frac{\kappa^2}{\nu\gamma}\sin\gamma h\right) \\ K_{14} &= -(\cos\nu h-\cos\gamma h) \\ K_{22} &= \frac{\kappa}{\nu}\left(\sin\nu h\cos\gamma h+\frac{\nu\gamma}{\kappa^2}\cos\nu h\sin\gamma h\right) \\ K_{23} &= -K_{14} \\ K_{24} &= -\frac{\kappa}{\nu}\left(\sin\nu h+\frac{\nu\gamma}{\kappa^2}\sin\gamma h\right) \\ K_{33} &= \frac{\nu}{\kappa}\left(\sin\nu h\cos\gamma h+\frac{\kappa^2}{\nu\gamma}\cos\nu h\sin\gamma h\right) \\ K_{34} &= -K_{12} \\ K_{44} &= K_{22}. \end{aligned} \tag{20b}$$

ここに,

$$A_0 = 2\left(C_S\frac{\kappa}{\omega}\right)^2,\ B_0 = 1-A_0. \tag{20c}$$

またP-SV波による半無限地盤の剛性マトリックスは，この場合も対称とするためにz軸方向の外力と変位に虚数単位(i)を乗じて，次のように与えられる.

$$\begin{pmatrix} P_1(z_n=z_0) \\ iR_1(z_n=z_0) \end{pmatrix} = \frac{1+\frac{\gamma^2}{\kappa^2}}{1+\frac{\nu\gamma}{\kappa^2}}\mu\kappa$$

$$\begin{pmatrix} -i\frac{\nu}{\kappa} & B_0-A_0\frac{\nu\gamma}{\kappa^2} \\ B_0-A_0\frac{\nu\gamma}{\kappa^2} & -i\frac{\gamma}{\kappa} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(z_n=z_0) \\ iw_1(z_n=z_0) \end{pmatrix}. \tag{21}$$

また地盤材料の減衰特性は，P波速度とS波速度を次のように複素数として考慮する.

$$C_P = C_{P0}\left(1-i\frac{1}{2Q}\right),\ C_S = C_{S0}\left(1-i\frac{1}{2Q}\right). \tag{22}$$

ここに，C_{P0}, C_{S0}は弾性体のP波速度とS波速度を意味する．またQは，地盤材料の減衰特性を表わす(Akiら，1980)．なお上式の定義は波形の因果性(causality)を満たさないが，本論文で検討した$Q>100$では上式で問題は生じなかった．因果性を改善するためには，Akiら(1980)の本の182項，式(5.88)を用いるのがよいと思われる.

式(17a)の剛性方程式を解いて求められる地表面変位$\boldsymbol{u}_0(\kappa,z_0)=\boldsymbol{u}_0(z_0)$を式(14)に代入すると，直交座標系$(x,y,z)$における地表面変位$\boldsymbol{u}(z_0)=\boldsymbol{u}(\kappa_x,\kappa_y,z_0,\omega)$が得られる．これを次章で述べるように，振動数一波数に関する3重フーリエ積分することによって，地表面における地震動変位の時刻歴波形が求めれれる.

表一1a　厳密解との比較のための断層パラメータ

Seismic Moment	$M_o = 2.0\times10^{20}$ N·m $(2.0\times10^{27}$ dyne·cm)
Rise Time of the Ramp Function	$\tau = 0.2$ sec
Length of Fault	$L = 52000$ m
Width of Fault	$W = 0.5\cdot L$ m
Velocity of Rupture	$v_r = 0.9\cdot C_s$ m/sec
Depth of Upper Edge of Fault	$z_{so} = 6000$ m
Strike Angle	$\phi = 0°$
Dip Angle	$\delta = 0°$
Slip Angle	$\lambda = 0°$
Slip Type	Type 1

表一1b　厳密解との比較のための離散化パラメータ

Cutoff frequency ω_{max}(rad/sec)	6.0
Cutoff x-wavenumber κ_{xmax}(rad/m)	$\pm4.0\times10^{-3}$
Cutoff y-wavenumber κ_{ymax}(rad/m)	$\pm4.0\times10^{-3}$
N_ω	256
N_κ	256
Δt (sec)	0.524
Δx (m)	785
Δy (m)	785

5．地表面における地震動波形の数値計算と検証

地表$(z_0=0)$の任意地点$\boldsymbol{x}=(x,y)$における地震動変位の時刻歴$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},z_0,t)$は，次式の3重フーリエ変換によって計算することができる.

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},z_0,t) = \frac{1}{8\pi^3}\iiint \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\kappa},z_0,\omega)e^{i[\boldsymbol{\kappa}\cdot\boldsymbol{x}-\omega t]}d\boldsymbol{\kappa}d\omega. \tag{23}$$

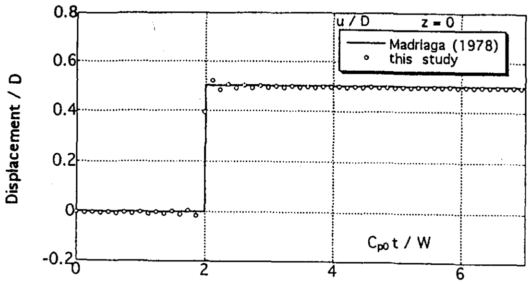
この3重フーリエ変換は，次のように振動数一波数領域を離散化した，離散化フーリエ変換と高速フーリエ変換(FFT)により効率的に実行することができる.

$$\Delta\omega = \frac{\omega_{max}}{N_\omega},\Delta\kappa_x = \frac{\kappa_{xmax}}{N_\kappa},\Delta\kappa_y = \frac{\kappa_{ymax}}{N_\kappa}, \tag{24a}$$

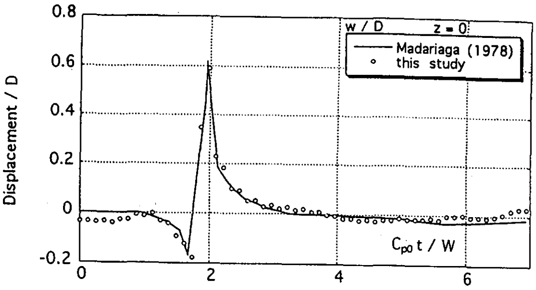
時空間での離散化は次式に従う.

$$\Delta t = \frac{2\pi}{2\omega_{max}},\Delta x = \frac{2\pi}{2\kappa_{xmax}},\Delta y = \frac{2\pi}{2\kappa_{ymax}}. \tag{24b}$$

ここに，ω_{max}，κ_{xmax}，κ_{ymax}は，$|\omega|\le\omega_{max}$，$|\kappa_x|\le\kappa_{xmax}$，$|\kappa_y|\le\kappa_{ymax}$の領域外における$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\kappa},z_0,\omega)$の



図－4 a　Madariaga(1978) の厳密解との比較
(断層面上の中央点の x 軸方向変位)



図－4 b　Madariaga(1978) の厳密解との比較
(断層面上の中央点の z 軸方向変位)

値が十分に小さく零と見なされるような遮断振動数と遮断波数を表わす．また N_ω と N_κ は，振動数－波数領域の離散点の数を表わす．

ここでは解析解および計算プログラムの検証のために，無限地盤中の長方形断層が x 軸方向に一様破壊する場合に得られている厳密解 (Madariaga，1978) と，断層面上中央点の変位波形を計算した結果を比較する．この場合，y 軸方向の変位は零なので，x 軸と z 軸方向の変位波形を**図- 4** に示す．よい一致が得られている．なお**表- 1 a,b** に震源パラメータ，離散化パラメータを示す．無限地盤の物性値としては，P 波速度=6.15(km/s)，S 波速度=3.55(km/s)，密度=2.8(t/m^3) を用いた．

本論文には示さないが，半無限地盤や表層地盤の地表面変位波形についても既存の数値計算例と比較して，本論文解析解および計算プログラムの確認をしている．

6．運動学的断層モデルと確率論的モデルによる1996年Parkfield 地震による断層近傍加速度波形の再現

1966 年 Parkfield 地震 ($Ms6.0$) の際に，断層破壊終了付近から約 80m 地点の地表面 (Station 2) で，断層とほぼ直交する方向の加速度記録および，それから求めた速度と変位波形が得られている (Housner ら，1967)．**図- 5** はそれらの波形を示す．

表－2 a　Parkfield 地震の断層パラメータ

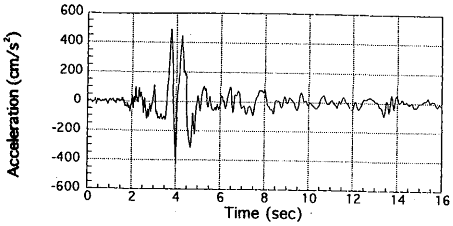
Seismic Moment	$M_o = 2.230 \times 10^{17}$ N · m (2.230×10^{24} dyne· cm)
Rise Time of the Ramp Function	$\tau = 0.3$ sec
Length of Fault	$L = 8500$ m
Width of Fault	$W = 8500$ m
Velocity of Rupture	$v_r = 2200$ m/sec
Depth of Upper Edge of Fault	$z_{so} = 0$ m
Strike Angle	$\phi = 0°$
Dip Angle	$\delta = 90°$
Slip Angle	$\lambda = 0°$
Slip Type	Type 1

表－2 b　Parkfield 地震の離散化パラメータ

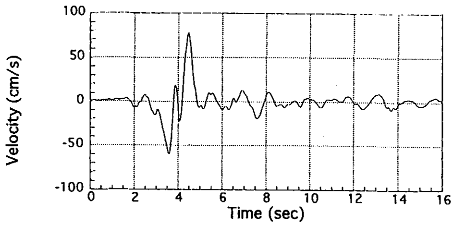
Cutoff frequency ω_{max}(rad/sec)	12.0
Cutoff x-wavenumber κ_{xmax}(rad/m)	$\pm 4.0 \times 10^{-3}$
Cutoff y-wavenumber κ_{ymax}(rad/m)	$\pm 4.0 \times 10^{-3}$
N_ω	256
N_κ	256
Δt (sec)	0.262
Δx (m)	785
Δy (m)	785

この地震に関しては，すでに断層モデルによる多くの研究論文がある (岩田，1991)．地盤としては，無限地盤や半無限地盤を仮定するものが多いが，Bouchon(1979) は 1 層の表層地盤モデルを仮定している．ここでは先ず，Bouchon(1979) の断層パラメータと地盤構造を使って波形を計算してみると，**図- 6** に示すような波形が得られた．彼の論文では，速度や加速度波形は示されていないが，彼の計算した変位波形は，**図- 6** の変位波形とよく一致していることを確認した．

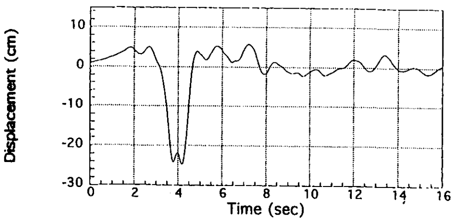
しかし**図- 6** の計算波形と**図- 5** の観測波形を比べると，変位波形は似ているが，速度波形や加速度波形はかなり違うことがわかる．この違いの原因としては，断層面上でのすべりなどの不均質性や，地盤構造とその物性値の不確定性などが考えられるが，その他に表層地盤と断層破壊特性との相互作用の効果も考えられる (Bouchon，1979)．この表層地盤と断層破壊特性の相互作用効果を見るために，Bouchon(1979) のモデルで近似値として採用されている表層地盤の厚さ (H=1.5 km) と断層破壊速度 (v_r=2.2 km/s) を変えて計算してみた．その結果，変位波形特性は微妙に変わるのに対し，速度や加速度波形は大きく変わることがわかった．H=1 km，v_r=2.75 km/s の場合の計算波形を**図- 7** に示すが，この**図- 7** の波形の方が，速度や加速度波形のパルスの周期や時刻に関して**図- 5** の観測波形とよく一致しているようである．すなわち，表層地盤と断層破壊特性の相互作用は，速度波形や加速度波形のパルスの大きさと周期特性に影響するといえよう．



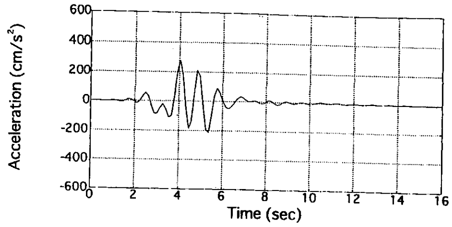
図－5 a　Parkfield 地震による観測加速度波形



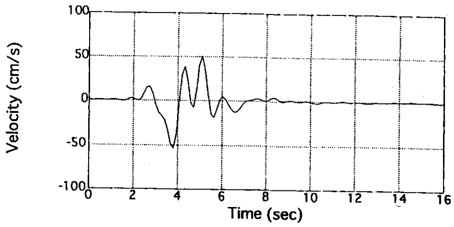
図－5 b　Parkfield 地震による速度波形



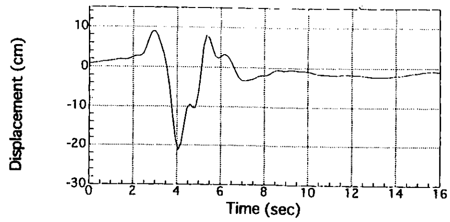
図－5 c　Parkfield 地震による変位波形



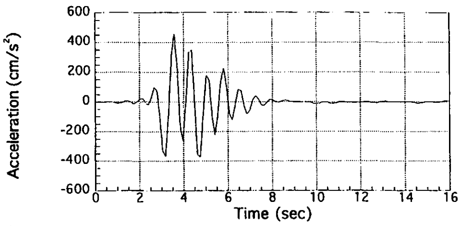
図－6 a　Bouchon モデルによる加速度波形 (0-1.25Hz)



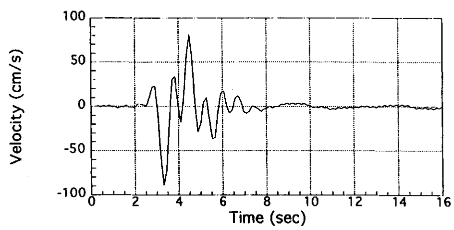
図－6 b　Bouchon モデルによる速度波形 (0-1.25Hz)



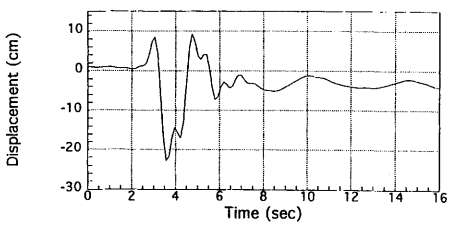
図－6 c　Bouchon モデルによる変位波形 (0-1.25Hz)



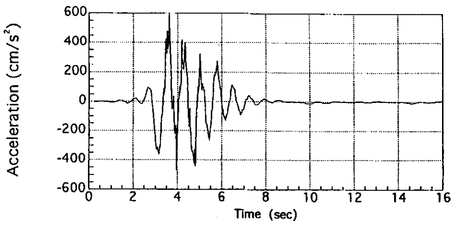
図－7 a　断層モデルによる加速度波形 (0-1.25Hz)



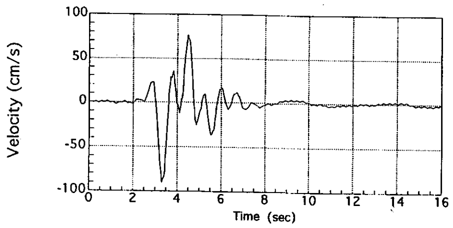
図－7 b　断層モデルによる速度波形 (0-1.25Hz)



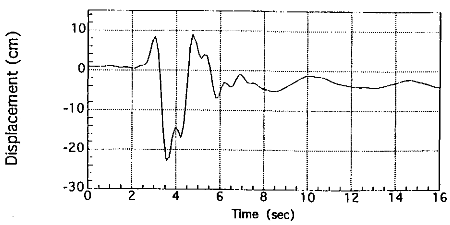
図－7 c　断層モデルによる変位波形 (0-1.25Hz)



図－8 a　断層モデルと確率論モデルの加速度 (0-10Hz)



図－8 b　断層モデルと確率論モデルの速度 (0-10Hz)



図－8 c　断層モデルと確率論モデルの変位 (0-10Hz)

なお計算で用いた断層パラメータは，Bouchon(1979)の論文のものと同じで，**表-2a**に示すようなものである．また断層すべり変位D=50(cm)を用いている．地盤構造に関しては，表層地盤の厚さが違うのみである．すなわち，断層を含む半無限地盤上に1層の表層地盤を考慮した地盤モデルで，表層の地盤厚=1.5(km)（**図-6**の波形），表層の地盤厚=1(km)（**図-7**の波形），表層のP波速度=2.8(km/s)，S波速度=1.6(km/s)，密度=2.3(t/m^3)，Q値=150，半無限地盤のP波速度=6.0(km/s)，S波速度=3.5(km/s)，密度=2.8(t/m^3)，Q値=400を仮定した．**表-2b**は，離散化パラメータを示す．

図-6と**図-7**の波形は，以上のパラメータを採用した運動学的断層モデルによって計算された振動数1.25Hz以下の加速度，速度，変位波形である．**図-5**の観測波形と比べると，両者はかなり一致しているようにも見える．しかし，加速度波形の比較からよくわかるように，計算波形には短周期成分が少ない．これは，「**1.まえがき**」に述べたように断層破壊の物理要因および地盤構造が不確定なので，本論文の運動学的断層モデルでは，振動数1.25Hz以下を計算対象としたためである．そこで，短周期の地震波に関しては，運動学的断層モデルによる決定論的方法をあきらめ，確率論的モデルによる波形合成法を採用することとする．

そこで，周期0.1秒から1.25秒までの短周期地震動を半経験的な確率論的モデルから作成し(Ohsumiら，1997)，これを**図-7**の波形と足し合わせた．この合成波形を**図-8**に示す．**図-5**から**図-8**を比較すると，確率論的モデルによって短周期地震波を考慮することで，加速度や速度波形は観測記録をよく再現しているように見える．

ここでは均質断層モデルにおけるBouchon(1979)の断層パラメータのうち，断層破壊速度と表層地盤厚を多少変更して，表層地盤と断層破壊の相互作用効果の影響が速度波形や加速度波形のパルスの振幅と周期にかなり大きく現われることを示すとともに，震源のスペクトル特性をモデル化した確率論的モデルによる高振動数波形を加えることにより加速度波形の再現性がさらによくなったことを示した．しかし断層すべりの不均質性を考慮したアスペリティーモデルによる速度，加速度波形などの高振動数地震波を再現する研究が，最近では多くなってきているため，このような不均質断層モデルによる検討も今後必要となる．なおアスペリティーを考慮した不均質断層モデルの場合については，断層を分割し，本解析解の重ね合わせによって数値的に対処することができることを注釈しておく．

7．結論

本論文では，断層モデルによる地震波動場の数値計算を効率的に行なうために，Kauselら(1981)によって提案された剛性マトリックス法による水平成層地盤の地震波応答計算法を採用し，この計算に必要な解析解を示した．本論文で整理した解析解は，3次元直交座標系における無限地盤におけるグリーン関数の解析解と，運動学的断層モデルによる半無限地盤地表面における地震動変位に関する解析解および，水平成層地盤の剛性マトリックスに対する解析解である．

解析解の工学的応用例として，周期約1秒までの長周期地震波を運動学的断層モデルから作成し，短周期地震波は断層特性を考慮した確率論的方法から作成することとし，これによって長周期から短周期領域をカバーした強震動加速度波形を作成した．本方法の特長を例示するために，1966年パークフィールド地震(M_s6.0)による断層近傍での加速度記録を再現し，よい結果が得られた．また表層地盤と断層破壊の相互作用効果の影響が速度波形や加速度波形のパルスの振幅と周期にかなり大きく現われることを示した．

なお本論文では，断層は半無限地盤に存在する場合の解析解を示した．また断層面のすべりが一様であると仮定した均質断層モデルにおける解析解とその応用例を示した．一様でないすべりの場合，すなわちアスペリティを考慮した不均質断層モデルの場合については，断層を分割し，本解析解の重ね合わせによって数値的に対処することができる．また本論文では，地盤構造として水平成層地盤を仮定した．地盤構造の不整形性と震源特性を考慮する問題に対しては，本論文で示した，断層モデルから放射される地震波の解析解に，境界要素法などの不整形地盤内波動の数値計算法を組み合わせて対応することができる．なお本論文では取り扱わなかった，断層が層内に存在する場合の解析解や不均質断層モデルならびに不整形地盤モデルとその応用に関しては，今後整理する予定である．

謝辞: 本研究を行なうにあたって，泉谷恭男教授（信州大学工学部）から地震波特性と断層に関する多くの示唆を受けた．ここに記して感謝の意を表する次第である．

参考文献

1) Aki，K. and Richards，P.G.: *Quantitative Seismology, Theory and Methods,* W.H.Freeman and Company, 1980.

2) Bouchon, M.: Discrete wave number representation of elastic wave fields in three-dimensional space, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 84, No.B7, pp.3609-3614, 1979a.
3) Bouchon, M.: Predictability of ground displacement and velocity near an earthquake fault, An example: The Parkfield Earthquake of 1966, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 84, No.B11, pp.6149-6156, 1979b.
4) Chouet, B.: Representation of an extended seismic source in a propagator-based formalism, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 77, No.1, pp.14-27, 1987.
5) Cruse, T.A. and Rizzo, F.J.: A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem, *Journal of Math. Anal. Appl.*, Vol. 22, pp.244-259, 1968.
6) Dunkin, J.W. : Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 55, No.2, pp.335-358, 1965.
7) Hisada, Y. : An efficient method for computing Green's functions for a layered half space with sources and receivers at close depths, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.84, pp.1456-1472, 1994.
8) Housner, G.W. and Trifunac, M.D. : Analysis of accelerograms-Parkfield Earthquake, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 57, No.6, pp.1193-1220, 1967.
9) 岩田知孝: 断層近傍の強震動とそれを用いた震源過程の推定, 地震, 第2号, 第44巻, pp.315-327, 1991.
10) Joyner, W.B. and Boore, D.M. : Measurement, characterization, and prediction of strong ground motion, *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II- Recent Advances in Ground Motion Evaluation*, Geotechnical Special Publication No. 20, ASCE, pp.43-102, 1988.
11) Kausel, E. and Roesset, J.M. : Stiffness matrices for layered soils, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 71, No.6, pp.1743-1761, 1981.
12) Kennett, B.L.N. and Kerry, N.J. : Seismic waves in a stratified half space, *Geophys. J.R. astr. Society*, Vol.57, pp.557-583, 1979.
13) 纐纈一起, 竹中博士:近地地震波の伝播に関する理論, 地震, 第2号, 第42巻, pp.391-403, 1989.
14) Lamb, H. :On the propagation tremors at the surface of an elastic solid, *Philosophyical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. A203, pp.1-42, 1904.
15) Love, A.E.H. :*The Mathematical Theory of Elasticity*, Dover Publications, 1944.
16) Luco, J.E. and Apsel, R.J. :On the Green's functions for layered half space, Part 1, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.73, pp.909-929, 1983.
17) Madariaga, R. :The dynamic field of Haskell's rectangular dislocation fault model, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 68, pp.869-887, 1978.
18) Ohsumi, T., Harada, T. and Darama, H. : Engineering simulation of ground motions using a seismological model, *Proc. of the 7th International Conference on Structural Safety and Reliability*, Kyoto, November 24-28, 1997.
19) Stokes, G.G. :On the dynamical theory of diffraction, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 9, pp.1-48, 1849.
20) Wolf, J.P. and Obernhuber, P. :Free field response from inclined SH waves and Love waves, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.10, pp.823-845, 1982a.
21) Wolf, J.P. and Obernhuber, P. : Free field response from inclined SV and P waves and Rayleigh waves, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, pp.847-869, 1982b.

(1997. 12. 4 受付)

ANALYTICAL SOLUTIONS OF WAVE FIELD IN 3-DIMENSIONAL CARTESIAN COORDINATE AND THEIR APPLICATION TO SYNTHESIS OF SEISMIC GROUND MOTIONS

Takanori HARADA, Tsuneo OHSUMI and Hideyo OKUKURA

We describe herein the frequency wavenumber domain's solutions of seismic waves radiated from the kinematic source model with 4 types slip directions in a three-space Cartesian coordinate system, and also the closed form solutions of the soil layered stiffness matrices necessary to calculate the seismic waves in the layered soils. To demonstrate an applicability of the presented solutions, we synthesize the near-field ground accceleration motions recorded during the 1966 Parkfield earthquake, by using the presented solutions for the frequency range of 0-1.25Hz and adding the stochastic waves simulated by a stochastic method for the frequency range of 1.25-10Hz.