

地盤との動的相互作用を考慮した連続橋の周期と減衰定数の評価方法

原田隆典*・坂梨和彦**・ウイルソンゴルジェス***

一般的な道路橋の橋脚と基礎-地盤系を最も簡略化した上部1自由度、基礎2自由度の振動モデルを用いて、地盤-基礎-橋脚系の動的相互作用を理論的に検討し、地盤-基礎-橋脚系の等価ばねと等価入力という新しい考え方を提案した。この考え方をを用いると、地盤-基礎-橋脚系の下部工が1つのばねと入力に置き換えられるので、極めて簡単に上部工の動的特性値が計算できることになる。このことを示すために、この考え方と仮想仕事の原理を用いて、複数の下部工を有する連続橋の基本周期と減衰定数の評価方法を提案した。

Key Words : dynamic soil structure interaction, seismic design of bridge

1. 序 論

地盤と構造物の動的相互作用の研究の歴史は長いが、その成果が通常規模の構造物の一般的な耐震設計において取り入れられているのはごく一部に過ぎない^{1),2)}。米国の建築物の暫定的耐震基準 ATC-3³⁾では、地盤との動的相互作用の効果は、基礎固定時の上部工の主要周期の伸びと減衰定数の変化（一般には基礎固定時の上部工の減衰定数の増加）として、具体的にその計算方法が示されている。この方法は、上部工に比べ基礎の質量が相対的に小さい建築物を対象に、上部工の基本周期と減衰定数におよぼす地盤との動的相互作用の効果を簡易に表現した Jennings ら⁴⁾や Veletsos⁵⁾の研究成果に基づく。

これらの研究で共通に用いられた地盤-構造物系のモデルは地盤上の剛体基礎に支えられた上部工1質点モデルであるため、一階建て建築物の直接的モデルまたは多層建築物の主要モードのモデルとして適当である。しかし、橋梁では、一般に、上部の構造形式が多種多様で、この上部工は複数の橋脚と基礎に支持され、また、基礎は地中に埋設され、橋梁全体の質量に占める基礎-橋脚系の下部工の質量の割合が大きい。このため、建築物に用いられた上記のモデルは橋梁の動的相互作用解析モデルとしては不十分である。したがって、橋梁においては、これまでの動的相互作用に関する研究成果が未だ耐震設計指針に盛り込めるまでに簡潔な形で表現できていないものと思われる。

そこで、本研究では、地盤との動的相互作用の効果を設計指針に盛り込めるように簡潔に表現することを目的として、地盤-基礎-橋脚系の等価ばねと等価入力という

新しい考え方を提案する。この考え方に基づくと、地盤-基礎-橋脚系の下部工が1つのばねと入力に置き換えられるので、極めて簡単に上部工の動的特性値が計算できることになる。免震支承が存在するような場合は、本研究で提案する等価ばねと直列についで免震支承の効果を導入することもできる。また、連続橋への応用もできる。等価ばねと等価入力の考え方とその特性については、この論文の姉妹論文⁶⁾に述べられているので、特に、本論文では、等価ばねと等価入力の考え方に基いて、地盤との動的相互作用を考慮した連続橋の基本周期と減衰定数の評価方法を提案し、その方法の妥当性を多質点系モデルから検証した結果について述べる。

2. 等価ばねと等価入力の考え方

等価ばねと等価入力の考え方は本論文の姉妹論文⁶⁾に述べられているが、連続橋への応用に当り重要なので、ここにもう一度記述する。

一般道路橋あるいは建築構造物を最も簡略化した振動モデルとして、図-1に示すような上部工の水平1自由度と基礎の水平・回転の2自由度（地盤-基礎系は Sway-Rocking モデル (SR モデル) とする) を有する合計3自由度モデルを考察する。このモデルで最も重要な地盤-基礎系のモデル化に関しては、色々なモデル¹⁰⁾が考えられる中で SR モデルを採用しているが、このモデルは以下のような2つの物理量から構成されるため、地盤との動的相互作用の厳密なモデルである⁷⁾⁻¹⁰⁾。

基礎周辺地盤が地震時に基礎と橋脚へ及ぼす効果は次のように定義される有効地震動 u_{cr} , θ_{cr} および地盤の複素ばね K_{cs} , K_{rs} , $K_{cs} (= K_{rs})$ によって表すことができる。

・ 有効地震動：地盤-基礎系モデルにおいて基礎の質量を零としたときの基礎の地震応答値。地表面レベルでの無質量基礎の地震応答値の水平、回転成分を u_{cr} ,

* 正会員 工博 宮崎大学工学部助教授 土木環境工学科
(〒889-21 宮崎市学園木花台西1-1)

** 正会員 (株)長大

*** 学生会員 宮崎大学大学院修士課程学生

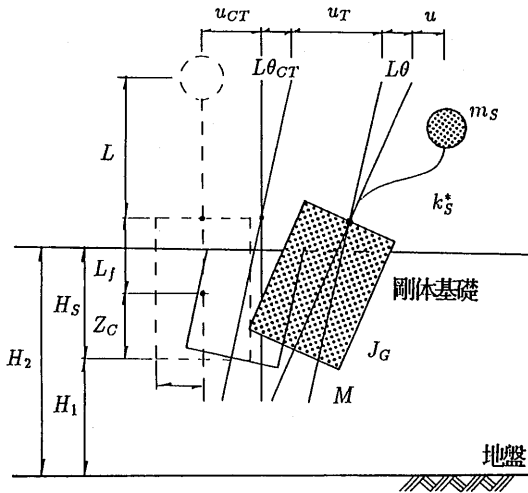


図-1 解析モデルとその記号

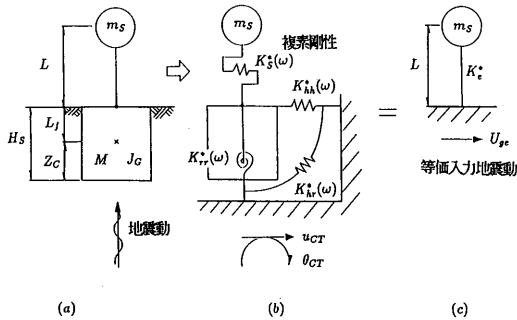


図-2 基礎上面における地盤との動的相互作用モデル

θ_{CT} とする。

• 地盤の複素ばね：地盤-基礎系モデルにおいて、無質量基礎に単位の変化を支えるために必要な力。地表面レベルでの複素ばねの水平、回転成分およびそれらの連成成分を K_{hh}^* , K_{rr}^* , K_{hr}^* ($=K_{rh}^*$) とする。

この有効地震動は周辺地盤から基礎-橋脚へ入力される地震動を表すものであり、一方、地盤の複素ばねは基礎-橋脚の振動に対する地盤の抵抗や振動エネルギーの周辺地盤への逸散を代表する。もちろん、上記のように定義される有効地震動と複素ばねを用いれば、有限要素法などによって地盤-基礎-橋脚-上部構造の全体系解析をした場合と同じ結果が得られる⁷¹⁻¹⁰¹。したがって、図-1の解析モデルは、厳密に図-2(b)に示すようなばね・質点系モデルに置き換えられる。

図-2(b)のばね・質点系モデルにおいて、基礎上面 (=地表面レベル) および上部質点を力のつり合いを考える位置とすると、振動数領域における3自由度系の運動方程式は次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} -m_s\omega^2 + K_s^*(\omega) & -m_s\omega^2 \\ -m_s\omega^2 & -(m_s + M)\omega^2 + K_{hh}^*(\omega) \\ -m_sL\omega^2 & -(m_sL - ML_f)\omega^2 + K_{rh}^*(\omega) \\ -m_sL\omega^2 & -(m_sL - ML_f)\omega^2 + K_{hr}^*(\omega) \\ -(m_sL - ML_f)\omega^2 + K_{rr}^*(\omega) & \\ -(m_sL^2 + J_G + ML_f^2)\omega^2 + K_r^*(\omega) & \\ (m_s\omega^2 & \\ (m_s + M)\omega^2 & \\ (m_sL - ML_f)\omega^2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ u_{CT} \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_s\omega^2 \\ (m_s + M)\omega^2 \\ (m_sL - ML_f)\omega^2 \end{bmatrix} u_{CT} + \begin{bmatrix} m_sL\omega^2 \\ (m_sL - ML_f)\omega^2 \\ (m_sL^2 + J_G + ML_f^2)\omega^2 \end{bmatrix} \theta_{CT} \dots (1)$$

ここに、 ω =振動数、 m_s =上部質点の質量、 M =基礎の質量、 J_G =基礎重心回りの質量モーメント、 $K_s^*=k_s + i\omega c_s$ =橋脚の複素ばね、 k_s =橋脚のばね係数、 c_s =橋脚の減衰係数、その他の記号に関しては、図-1に示すようである。

式(1)を橋脚の相対変位 u に関して解くと、次のように整理することができる。

$$[-m_s\omega^2 + K_e^*] U_e = m_s\omega^2 U_{ge} \dots (2)$$

ここに、

$$K_e^* = \frac{K_s^*A}{A + K_s^*B}, \quad U_e = \frac{K_s^*}{K_e^*} u \dots (3)$$

$$U_{ge} = \frac{C}{A} u_{CT} + \frac{D}{A} L\theta_{CT} \dots (4)$$

また、

$$A = MJ_G\omega^4 - [J_G K_{hh}^* + ML_f(L_f K_{hh}^* + 2K_r^*) + MK_{rr}^*] \omega^2 + (K_{hh}^* K_{rr}^* - K_{hr}^{*2}) \dots (5)$$

$$B = -[J_G + M(L + L_f)^2] \omega^2 + (K_{rr}^* + K_{hh}^* L^2 - 2K_{hr}^* L) \dots (6)$$

$$C = -[J_G K_{rh}^* + M(L + L_f)(L_f K_{rh}^* + K_{hr}^*)] \omega^2 + (K_{hh}^* K_{rr}^* - K_{hr}^{*2}) \dots (7)$$

$$D = -\left[\frac{J_G K_{hr}^*}{L} + \frac{M(L + L_f)}{L} (L_f K_{hr}^* + K_r^*) \right] \omega^2 + (K_{hh}^* K_{rr}^* - K_{hr}^{*2}) \dots (8)$$

ここに、 A, B, C, D は地盤-基礎系の諸定数(基礎の質量 M, J_G , 地盤-基礎系の複素ばね $K_{hh}^*, K_{rr}^*, K_{hr}^*$, 基礎重心点から基礎上面までの距離 L_f) と上部1質点系の高さ L のみの関数として与えられ、これらには上部1質点系の質量とばね係数および減衰係数は含まれない。したがって、式(2)は図-2(c)に示すような基礎固定の1自由度系に地震動が作用するときの振動数領域での運動方程式であり、 K_e^*, U_{ge} および U_e は基礎と地盤および橋脚の動的相互作用を考慮した橋脚の複素ば

ね、橋脚への入力地震動および橋脚の相対変位であると解釈することができる。以後、これらを等価複素ばね、等価入力、等価相対変位と呼ぶ。

等価複素ばね K_e^* と等価入力 U_{ge} は、上部1質点に及ぼす地盤と基礎および橋脚の影響を1つのばねと地震入力としてモデル化するものである。したがって、地盤-基礎-橋脚系の下部工の諸特性を式(3)と式(4)に代入して、等価複素ばねと等価入力を決めることにより、極めて簡単に下部工の影響を考慮した上部工の振動特性が計算できる。

式(3)と式(4)で定義される等価複素ばねと等価入力は、また、次のような物理量として定義することができる。

- 等価入力：図-1において、上部1質点の質量を零としたときの上部1質点の地震応答絶対変位。

- 等価複素ばね：図-1において、地震入力のない状態で、上部1質点の質量を零とし、この点に単位の水平変位を与えるのに必要な力。

このような物理的定義は有効地震動と地盤の複素ばねの定義を導いたのとまったく同じ考え方より^{7)~9)}、導くことができるが、上記の定義に従って式(1)を展開すると、式(3)と式(4)で定義される等価複素ばねと等価入力が求められる。

なお、等価相対変位 U_e は実際の相対変位 u と式(3)の関係にあるので、橋脚に作用する力は等価相対変位と等価複素ばねの積として与えられる。また、上部質点の地震応答絶対変位は $U_{ge} + U_e$ として与えられ、これは等価モデルの上部質点の地震応答絶対変位に等しい。すなわち、等価相対変位は実際の橋脚の相対変位ではないが、等価絶対変位は実際の橋脚上の質点の絶対変位となる。したがって、上部質点に作用する実際の慣性力は等価複素ばねと等価入力のモデルのものと同じであり、橋脚に作用する実際の力 ($K_s u$) は、等価モデルでは、 $K_e^* U_e$ と表わされる。このことより、等価モデルは地震時に作用する力が等価であるモデルと解釈することができる。

3. 等価複素ばねと等価入力の連続橋への適用

(1) 等価1自由度系へのモデル化

2章で検討した等価複素ばねと等価入力の考え方を、連続橋に適用するための方法を図-3(a)のような3スパン連続橋を用いて説明する。2章で述べたように、地盤-基礎-橋脚系の下部工は等価複素ばねと等価入力に置き換えられるので、第 j 番目の下部工の等価複素ばねと等価入力をそれぞれ K_{ej}^* (式(3)) と U_{gej} (式(4)) と表わす。したがって、図-3(a)に示すような、3スパン連続橋は、図-3(b)に示すように等価複素ばね K_{ej}^* に支えられた分布質量 $m(x)$ と曲げ剛性 $EI(x)$ を

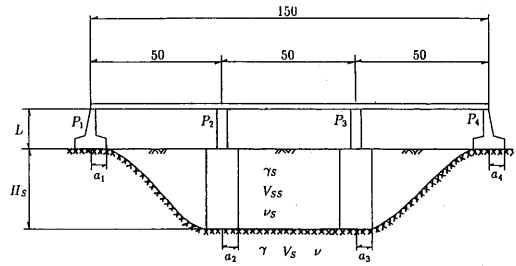


図-3 (a) 解析で用いた連続橋とその諸元

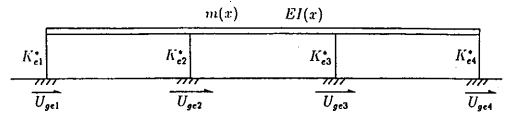


図-3 (b) 連続橋の等価モデルとその記号

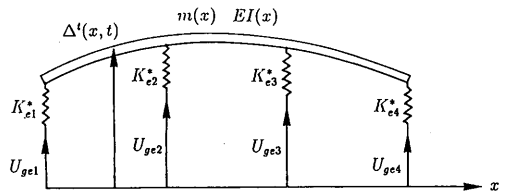


図-4 連続橋モデルとその記号

持つ梁としてモデル化できる。この等価複素ばねの支点は固定され、その各固定点へ入力される地震動は、等価入力(変位) U_{gej} で与えられる。このようなモデルに対して、以下に示すように仮想仕事の原理を適用すると、連続橋の等価1自由度モデルを得ることができる。

図-4のように第 j 番目の固定支点に地震動変位 U_{gej} が入力された場合の上部桁の任意点 x での絶対対応変位を $\Delta'(x, t)$ とする。振動数を ω とし、振動数領域の運動方程式をたてると ($\Delta' \exp(i\omega t)$ とする)、

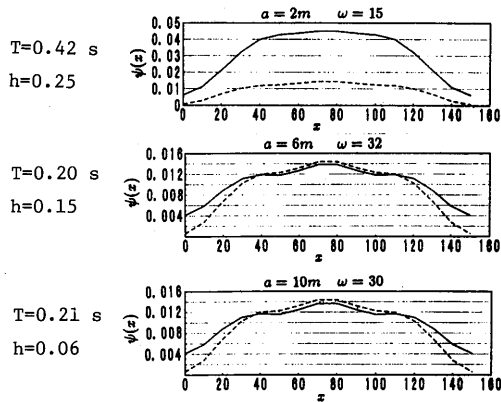
$$-\omega^2 m(x) \Delta' + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 \Delta'}{\partial x^2} \right] + \sum_j K_{ej}^* [\Delta' - U_{gej}] \delta(x - x_j) = 0 \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 $\delta(x)$ は Dirac のデルタ関数を表す。したがって、式(9)の左辺第3項は第 j 番目の下部工が存在する場所 $x = x_j$ のみで値があり、その他では零となる。

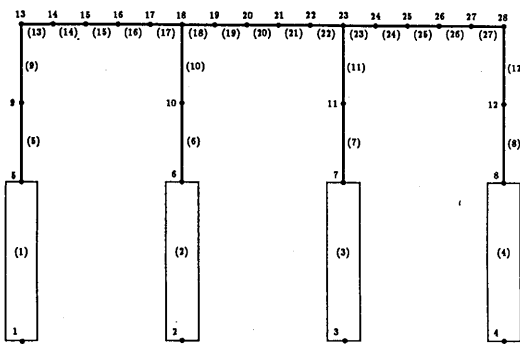
いま、上部連続桁の質量 $m(x) = 0$ のときの応答を $\Delta_s(x, t)$ とすると、 Δ_s は次式を満足する。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 \Delta_s}{\partial x^2} \right] + \sum_j K_{ej}^* [\Delta_s] \delta(x - x_j) = \sum_j K_{ej}^* U_{gej}(x) \delta(x - x_j) \dots \dots \dots (10)$$

上部連続桁の絶対対応変位 Δ' は、上式(10)のように定義される準静的変位(慣性力を無視したときの変位) Δ_s に慣性力による慣性変位 Δ を加えて次式のように表



図—8 周期と減衰定数および変位モード関数 (橋軸直角方向)

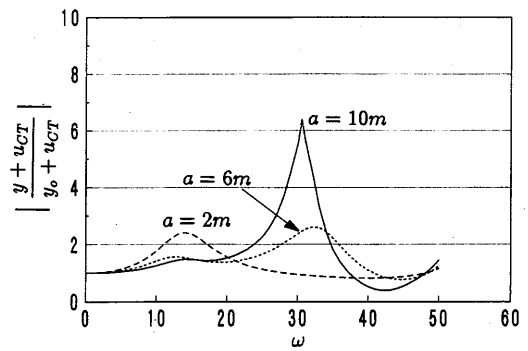


図—9 多質点系モデルの節点番号

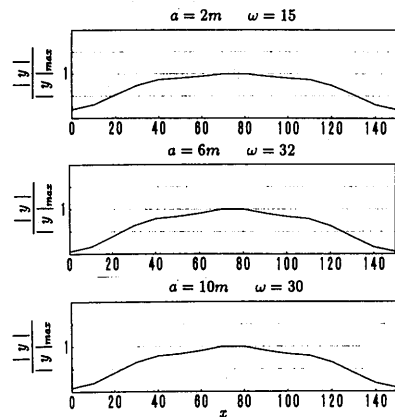
3として計算を行った。3つのケースでの一般化質量、一般化ばね係数、一般化減衰係数の振動数特性を図—6に示す。また、図—7は式(22)による伝達関数 $|z'/z_0|$ を示す。この伝達関数の最大値を与える振動数から式(23)より計算した周期と減衰定数を変位モード形とともに図—8に示す。図—8の破線は基礎固定時の変位モード形を表わす。

一方、図—9に示すように図—3の連続橋を28節点からなる多質点系にモデル化し、4つの基礎への地震入力はすべて同じものとし単位の水平有効地震動変位を作用させて、振動数伝達関数を計算した。この計算では、上部工の減衰は考慮せず、橋脚の減衰(減衰定数=0.02)と地盤への逸散減衰のみを考慮した。橋脚2の上面(18節点)の絶対応答変位の振動数伝達関数および伝達関数の最大値を与える振動数での連続橋の変位モード形を計算すると図—10と図—11に示すようである。これらの図は近似的な計算による図—7と図—8とほぼ同じであることがわかる。すなわち、3章で述べた、地盤との動的相互作用を考慮した連続橋の基本周期と減衰定数の評価方法の妥当性が確認できたものと思われる。

ここで注目すべき点は、2mの基礎を用いた場合の方が10mの基礎を用いた場合よりも全体系の減衰定数が



図—10 多質点系モデルによる橋脚2の振動数伝達関数



図—11 多質点系モデルによる連続橋の変位モード形

大きいことである。図—7または図—10の振動数伝達関数には図示していないが、基礎半径が4mから5mの場合に、振動数伝達関数は最も低い倍率を示す。このことは、基礎を大きくし、周辺地盤との接触面積の増加による地下逸散減衰の増加が構造物全体での減衰の増加に直接つながらず、構造物全体の減衰が最も大きくなるような基礎の大きさが存在することを示している。基礎の大きさを調整することで、構造物全体の主要な振動モードの減衰定数が大きい(約40%以上)連続橋の設計が可能となろう。このような連続橋の動的特性値(基本周期と減衰定数)の簡易で精度のよい評価法として、本論文の方法は利用できる。

5. 結 論

本論文では、道路橋を主な対象構造物として、地盤との動的相互作用の効果を耐震設計指針に盛り込めるように、この効果を簡潔に表現することを目的として、橋梁を最も単純化した上部1自由度、基礎2自由度(水平および回転)の振動モデルを用いて、地盤-基礎-橋脚系の動的相互作用の効果を理論的に検討した。以下に本研究で得られた成果をまとめる。

1. 本研究で用いる橋梁のモデルは最も簡単なものであるが、地盤-基礎-橋脚系の等価ばねと等価入力という新しい考え方を導くことができ、この考え方に基づくと、地盤-基礎-橋脚系の下部工が1つのばねと入力に置き換えられるので、極めて簡単に上部工の動的特性値が計算できる。等価ばねは橋梁の基本周期と減衰定数に関係し、他方、等価入力は地震入力に関係する。
 2. 等価ばねと等価入力の考え方と仮想仕事の原理を用いて、実務設計で用いることができる程度までに簡略化した、連続橋の基本周期と減衰定数の評価方法を示した。
 3. 提案した橋梁の基本周期と減衰定数の評価方法の妥当性を多質点系モデルにより確認した。
 4. 基礎を大きくし、周辺地盤との接触面積の増加による地下逸散減衰の増加を期待しても、このことが構造物全体での減衰の増加に直接つながらない。構造物全体の減衰が最も大きくなるような(約40%以上)基礎の大きさが存在する。
 5. なお、本研究で述べた地盤-基礎-橋脚系の等価ばねと等価入力の考え方は、免震支承が存在するような場合には、本研究で提案する等価ばねと直列につないで免震支承の効果を導入することもできる。また、連続橋が、かなり異なる振動数特性を有する複数の下部工を持つ場合には、慣性力による断面力に加えて、各下部工からの地震入力の違いによる連続桁のキネマチックな変形による断面力を考慮しなければならない。このような地震入力の問題は今後の問題である。
- 3) Applied Technology Council : Tentative provisions for the development of seismic regulation for buildings, National Bureau of Standards, Special Publication, 510, 1987.
 - 4) Jennings, P.C. and Biçlak, J. : Dynamics of building-soil interaction, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.63, No.1, pp.9~48, 1973.
 - 5) Veletosos, A.S. and Meek, J.W. : Dynamic behaviour of building-foundation systems, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.3, pp.121~138, 1974.
 - 6) 原田隆典・山下典彦・坂梨和彦 : 地盤との動的相互作用を考慮した道路橋の周期と減衰定数に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, No.489 / I-27, pp. 227~234, 1994.
 - 7) Kausel, E., Whitman, R.V., Murray, J.P. and Elsabee, F. : The spring method for embedded foundation, Nuclear Engineering and Design, Vol.48, pp.377~392, 1978.
 - 8) Harada, T., Kubo, K. and Katayama, T. : Dynamic soil structure interaction analysis by continuum formulation method, 東京大学生産技術研究所報告, Vol. 29, No. 5, 1981.
 - 9) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄 : 地中埋設剛体構造物の地震応答解析モデルの考え方, 土木学会論文報告集, 334号, pp.173~176, 1983.
 - 10) 原田隆典・広瀬利光・加島延行・磯山龍二 : 地盤と基礎の動的相互作用の線形解析モデルによる設計法の考察, 構造物の基礎と地盤の動的相互作用に関するシンポジウム論文集, 土質工学会, pp.167~172, 1990.
 - 11) Clough, R.W. and Penzien, J. : Dynamics of structures, McGraw Hill, New York, NY, 1975.
 - 12) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄・広瀬利光 : 地中円筒剛体基礎の動的ばね係数と減衰係数, 土木学会論文報告集, 339号, pp.79~88, 1983.
 - 13) Yamashita, N., Harada, T. and Wakahara, T. : Theoretical assessment of soil-structure interaction effect at bridge structures, Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering, Vol.3, pp.1579~1582, Madrid, 1992.
 - 14) Kashima, N., Kawashima, K., Harada, T., Isoyama, R. and Masuda, S. : Soil-structure interaction and its implication for seismic design of structures, Proceedings of the 9th World Conference on Earthquake Engineering, Vol.3, pp.570~512, Tokyo-Kyoto, 1988.
 - 15) 加島延行・川島一彦・原田隆典・磯山龍二 : 地盤と基礎の動的相互作用を取り入れた応答スペクトル法の考え方と試算例, 第18回地震工学研究発表会講演概要集, 土木学会耐震工学委員会, pp.309~312, 1985.

(1993.5.18 受付)

謝辞：本研究を進める過程で、京都大学防災研究所の土岐憲三教授および佐藤忠信助教授には、貴重な意見を頂いた。さらに、日本技術開発(株)の中野道秀氏には、多質点系モデルの解析でお世話になった。ここに、記して深謝の意を表わす次第である。

参考文献

- 1) 土岐憲三 : 耐震設計規準における動的相互作用, 土と基礎, Vol.29, No.9, pp.3~6, 1981.
- 2) 動的相互作用小委員会 : 基礎地盤構造物系の動的相互作用-相互作用効果の耐震設計への導入-, 土木学会耐震工学委員会, 動的相互作用小委員会報告書, 1992.

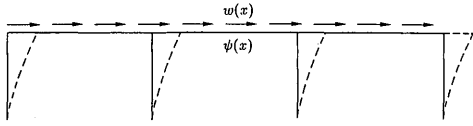


図-5 (a) 連続橋の変位モード関数 (橋軸方向)

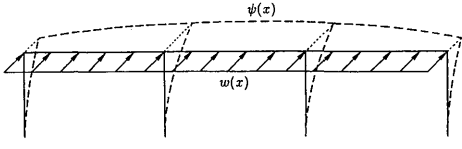


図-5 (b) 連続橋の変位モード関数 (橋軸直角方向)

すものとする。

$$\Delta' = \Delta_s + \Delta \dots \dots \dots (11)$$

式 (11) を式 (9) に代入すると、 Δ に関する運動方程式が次式のように得られる。

$$-\omega^2 m(x) \Delta + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial x^2} \right] + \sum_j K_{sj} \Delta \delta(x-x_j) = \omega^2 m(x) \Delta_s \dots \dots \dots (12)$$

ここで、幾何学的境界条件を満たす変位モード関数 $\phi(x)$ を導入して、 Δ を次のように変数分離すると、

$$\Delta = \phi(x) z e^{i\omega t} \dots \dots \dots (13)$$

$\phi(x)$ は既知であるため、仮想変位は次のように表される。

$$\delta \Delta = \phi(x) \delta z e^{i\omega t} \dots \dots \dots (14)$$

式 (12) に式 (13) を代入し、両辺に仮想変位 $\delta \Delta$ を乗じて x に関して積分すると、

$$\left[-\omega^2 \int m(x) \phi^2(x) dx + \int \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right] \phi(x) dx + \sum_j K_{sj} \phi^2(x_j) \right] z = \omega^2 \int m(x) \phi(x) \Delta_s dx \dots \dots \dots (15)$$

変位モード関数は幾何学的境界条件を満足するものであれば、どのような関数でもよいが、できるだけ着目している振動モードに近い形状を仮定するのがよい¹¹⁾。また、変位モード関数は無次元とするのが一般的であるので¹¹⁾、式 (13) の z は変位の次元を有する。

いま、幾何学的境界条件を満たす変位モード関数 $\phi(x)$ として、単位変位 ($z=1$) の条件のもとで、図-5 (a) (b) に示すように準静的 (慣性力が無視できる程度) に自重 $w(x) = m(x)g$ を上部連続桁に作用させたときの変形を用いるものとする、 $\phi(x)$ は次式を満たさなければならない。

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right] + \sum_j Re(K_{sj}) \phi(x) \delta(x-x_j) \right] I = w(x) \dots \dots \dots (16)$$

式 (15) の左辺の第 2 項に式 (16) を考慮して、更に

次式で定義される一般化質量、一般化ばね係数、一般化減衰係数、一般化地震動を用いると、

$$m^* = \frac{1}{g} \int w(x) \phi^2(x) dx \dots \dots \dots (17)$$

$$k^* = \int w(x) \phi(x) dx \dots \dots \dots (18)$$

$$c^* = \frac{1}{\omega} \sum_j Im(K_{sj}) \phi^2(x_j) \dots \dots \dots (19)$$

$$z_g^* = \frac{\int w(x) \phi(x) \Delta_s dx}{\int w(x) \phi^2(x) dx} \dots \dots \dots (20)$$

式 (15) は次式のような 1 自由度振動方程式となる。

$$[-\omega^2 m^* + i\omega c^* + k^*] z = \omega^2 m^* z_g^* \dots \dots \dots (21)$$

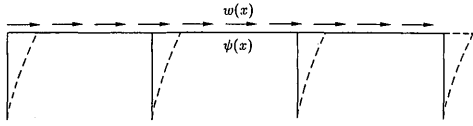
または、 $z' = z + z_g^*$ とすると、式 (21) は、

$$[-\omega^2 m^* + i\omega c^* + k^*] z' = [i\omega c^* + k^*] z_g^* \dots \dots \dots (22)$$

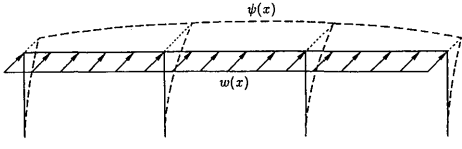
(2) 連続橋の基本周期と減衰定数の評価手順

以上のように連続橋の等価 1 自由度振動系が得られるので、地盤との動的相互作用を考慮した連続橋の周期 T と減衰定数 h を計算することができる。ただし、この計算のためには、式 (16) で定義される変位モード関数 $\phi(x)$ が必要であるが、一般的には連続桁を離散化して通常のマトリックス構造解析法により変位モード関数を決めればよい。ここに、地盤との動的相互作用を考慮した連続橋の周期 T と減衰定数 h の計算方法をまとめると以下のようなになる。

1. ある振動数 ω に対して、全ての下部工の等価複素ばねを式 (3) によって計算し、この等価複素ばねを上部連続桁に取り付け、通常のマトリックス構造解析法によって、図-4 のような基礎固定の離散系モデルを作成する。橋脚の質量はそれぞれ上部連続桁と基礎の質量に振り分けるものとする。
2. 連続桁の自重 $w(x)$ を図-5 (a) のように作用させ、変位モード関数 $\phi(x)$ を計算する。橋軸直角方向の振動の周期と減衰定数の場合には、図-5 (b) のように自重を作用させ変位モード関数を計算する。
3. 式 (4) による等価入力 U_{gej} を等価複素ばね K_{sj}^* を通して作用させ図-4 のような無質量の連続桁の変位 Δ_s を計算する (周期と減衰定数のみの計算では、この計算は必要でない)。
4. 式 (17) から式 (20) を用いて、一般化質量、一般化ばね係数、一般化減衰係数、一般化地震動を計算する。
5. 振動数を変えて、以上の 1. から 4. の計算を繰り返し、振動数毎の一般化質量、一般化ばね係数、一般化減衰係数、一般化地震動を計算する。式 (22) より伝達関数 $|z'/z_g^*|$ を計算し、この伝達関数の



図—5 (a) 連続橋の変位モード関数 (橋軸方向)



図—5 (b) 連続橋の変位モード関数 (橋軸直角方向)

すものとする。

$$\Delta' = \Delta_s + \Delta \dots \dots \dots (11)$$

式 (11) を式 (9) に代入すると、 Δ に関する運動方程式が次式のように得られる。

$$-\omega^2 m(x) \Delta + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial x^2} \right] + \sum_j K_{sj} \Delta \delta(x-x_j) = \omega^2 m(x) \Delta_s \dots \dots \dots (12)$$

ここで、幾何学的境界条件を満たす変位モード関数 $\phi(x)$ を導入して、 Δ を次のように変数分離すると、

$$\Delta = \phi(x) z e^{i\omega t} \dots \dots \dots (13)$$

$\phi(x)$ は既知であるため、仮想変位は次のように表される。

$$\delta \Delta = \phi(x) \delta z e^{i\omega t} \dots \dots \dots (14)$$

式 (12) に式 (13) を代入し、両辺に仮想変位 $\delta \Delta$ を乗じて x に関して積分すると、

$$\left[-\omega^2 \int m(x) \phi^2(x) dx + \int \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right] \phi(x) dx + \sum_j K_{sj} \phi^2(x_j) \right] z = \omega^2 \int m(x) \phi(x) \Delta_s dx \dots \dots \dots (15)$$

変位モード関数は幾何学的境界条件を満足するものであれば、どのような関数でもよいが、できるだけ着目している振動モードに近い形状を仮定するのがよい¹¹⁾。また、変位モード関数は無次元とするのが一般的であるので¹¹⁾、式 (13) の z は変位の次元を有する。

いま、幾何学的境界条件を満たす変位モード関数 $\phi(x)$ として、単位変位 ($z=1$) の条件のもとで、図—5 (a) (b) に示すように準静的 (慣性力が無視できる程度) に自重 $w(x) = m(x)g$ を上部連続桁に作用させたときの変形を用いるものとする、 $\phi(x)$ は次式を満たさなければならない。

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right] + \sum_j Re(K_{sj}) \phi(x) \delta(x-x_j) \right] I = w(x) \dots \dots \dots (16)$$

式 (15) の左辺の第 2 項に式 (16) を考慮して、更に

次式で定義される一般化質量、一般化ばね係数、一般化減衰係数、一般化地震動を用いると、

$$m^* = \frac{1}{g} \int w(x) \phi^2(x) dx \dots \dots \dots (17)$$

$$k^* = \int w(x) \phi(x) dx \dots \dots \dots (18)$$

$$c^* = \frac{1}{\omega} \sum_j Im(K_{sj}) \phi^2(x_j) \dots \dots \dots (19)$$

$$z_g^* = \frac{\int w(x) \phi(x) \Delta_s dx}{\int w(x) \phi^2(x) dx} \dots \dots \dots (20)$$

式 (15) は次式のような 1 自由度振動方程式となる。

$$[-\omega^2 m^* + i\omega c^* + k^*] z = \omega^2 m^* z_g^* \dots \dots \dots (21)$$

または、 $z' = z + z_g^*$ とすると、式 (21) は、

$$[-\omega^2 m^* + i\omega c^* + k^*] z' = [i\omega c^* + k^*] z_g^* \dots \dots \dots (22)$$

(2) 連続橋の基本周期と減衰定数の評価手順

以上のように連続橋の等価 1 自由度振動系が得られるので、地盤との動的相互作用を考慮した連続橋の周期 T と減衰定数 h を計算することができる。ただし、この計算のためには、式 (16) で定義される変位モード関数 $\phi(x)$ が必要であるが、一般的には連続桁を離散化して通常のマトリックス構造解析法により変位モード関数を決めればよい。ここに、地盤との動的相互作用を考慮した連続橋の周期 T と減衰定数 h の計算方法をまとめると以下のようなになる。

1. ある振動数 ω に対して、全ての下部工の等価複素ばねを式 (3) によって計算し、この等価複素ばねを上部連続桁に取り付け、通常のマトリックス構造解析法によって、図—4 のような基礎固定の離散系モデルを作成する。橋脚の質量はそれぞれ上部連続桁と基礎の質量に振り分けるものとする。
2. 連続桁の自重 $w(x)$ を図—5 (a) のように作用させ、変位モード関数 $\phi(x)$ を計算する。橋軸直角方向の振動の周期と減衰定数の場合には、図—5 (b) のように自重を作用させ変位モード関数を計算する。
3. 式 (4) による等価入力 U_{gej} を等価複素ばね K_{sj}^* を通して作用させ図—4 のような無質量の連続桁の変位 Δ_s を計算する (周期と減衰定数のみの計算では、この計算は必要でない)。
4. 式 (17) から式 (20) を用いて、一般化質量、一般化ばね係数、一般化減衰係数、一般化地震動を計算する。
5. 振動数を変えて、以上の 1. から 4. の計算を繰り返し、振動数毎の一般化質量、一般化ばね係数、一般化減衰係数、一般化地震動を計算する。式 (22) より伝達関数 $|z'/z_g^*|$ を計算し、この伝達関数の

A METHOD FOR EVALUATION OF FUNDAMENTAL PERIOD AND DAMPING RATIO OF CONTINUOUS BRIDGE GIRDER-PIER-FOUNDATION SYSTEM

Takanori HARADA, Kazuhiko SAKANASHI and Wilson GORGES

The prediction of the fundamental period and damping ratio of bridge pier-foundation system is of importance in seismic design of bridges. An analytical approach, based on linear simple superstructure of mass and height supported by a rigid embedded foundation with mass and mass moment of inertia having two degree of freedom with swaying and rocking motions, has been described. Although the model used in this study is simple, a concept of the equivalent complex spring and the equivalent input motions of soil-foundation and pier system has been presented. This concept makes it possible to assess the dynamic soil-structure interaction effect on seismic responses of bridges and to obtain a simple procedure of predicting the fundamental period and damping ratio of continuous girder bridge pier-foundation system, in conjunction with the virtual displacement method. The validity of the proposed method is examined by the dynamic analysis of multi-degree-of-freedom system.
