

第5章 因果性位相波を用いた地震動上下成分波形の作成方法

5.1 まえがき

本章では、因果性位相波と第4章で求めた地震動上下成分と水平成分のフーリエ振幅スペクトル比 $|V(T)|/|H(T)|$ ，地震動水平成分波形を用いた地震動上下成分波形の作成方法を示す。まず，位相波の定義と位相波特性の線形システム論的解釈を整理する。位相波特性に関しては，全域通過関数の概念を導入してその特性を研究した和泉ら（1988）^{1),2)}の先駆的研究や，スペクトル振幅の平滑化を使った野津ら（2009）³⁾の研究があるが，ここでは，位相波の特性を振動数領域における線形システムのフィルター理論によって解釈することにより，因果性を満たす位相波（因果性位相波と呼ぶこととする）の作成方法を示すものとする。つぎに地震動上下成分波形の作成方法を示す。

5.2 位相波の定義と線形システム論的解釈

因果性を満たす地震動波形 $f(t)$ のフーリエスペクトル $F(\omega)$ を次式のように定義するものとする。

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{i\omega t} dt \quad (5.2-1a)$$

ここに，因果性を満たす波形 $f(t)$ は次式のような時間領域で与えられるものとする。

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ f(t) & 0 \leq t < \infty \end{cases} \quad (5.2-1b)$$

ここで，フーリエスペクトル $F(\omega)$ を次式のように極座標表示し，振幅スペクトル $|F(\omega)|$ と位相スペクトル $\theta(\omega)$ で表すものとする。

$$F(\omega) = |F(\omega)|P(\omega) \quad (5.2-2)$$

ここに， $P(\omega) = e^{-i\theta(\omega)}$ を位相波スペクトル $P(\omega)$ と定義すると，フーリエスペクトル $F(\omega)$ は，振幅スペクトルと位相波スペクトルの積として与えられるものと解釈できる。このことを線形「System」に入力「Input」が作用する時の応答「Output」に関する振動数領域の関係として線形システム論的

に整理すると、振幅スペクトル $|F(\omega)|$ が「Input」特性、位相波スペクトル $P(\omega)$ が「System」特性を表し、フーリエスペクトル $F(\omega)$ が「Output」特性に対応する。また、次式のように位相波スペクトルのフーリエ変換から求められる波形を位相波 $p(t)$ と呼ぶこととする。

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(\omega t + \theta(\omega))} d\omega \quad (5.2-3)$$

上式において、 $\theta(\omega)$ が0から 2π の範囲で一様確率密度関数に従うランダム変数である場合、位相波 $p(t)$ は定常ホワイトノイズとなるため (Shinozuka et al 1987)⁴⁾、非因果性波形となる。また、 $\theta(\omega)$ は因果性波形 $f(t)$ の位相スペクトルであり、上記のような一様ランダム変数ではないので、位相波 $p(t)$ には因果性波形 $f(t)$ の位相特性が含まれているが、振幅スペクトルを $|F(\omega)| = 1$ としているため、定常ホワイトノイズの特徴も有するものと考えられる。このことは、図5.2.4に示すように因果性波形 $f(t)$ として、2008年岩手・宮城内陸地震によるKiK-net一関西での地震動加速度波形上下成分を使って位相波 $p(t)$ を計算した位相波からも確かめられる。すなわち、位相波 $p(t)$ は、因果性波形 $f(t)$ の波形特性を有するが、 $f(t)$ のような因果性波形ではなく、非因果性波形である。

以上のような位相波に関する特性を線形システム論的關係として振動数領域と時間領域で整理すると、図5.2.1のようになる。振幅スペクトル $|F(\omega)| = 1$ に対応する時間領域の関数は、図5.2.1に示すようにデルタ関数 $\delta(t)$ となるため、「Output」はシステム特性と同じ位相波となってしまう、非因果性波形となる。したがって、因果性位相波に改良するためには、振幅スペクトル $|F(\omega)|$ に対応する「Input」特性を改善する方法しかないことになる。そこで、振幅スペクトル $|F(\omega)|$ のリプルを残しつつも、考察する振動数範囲の全ての振動数で振幅スペクトルを1に近似する方法として、振幅スペクトル $|F(\omega)|$ に適切なバンド幅のスムージングを実施した振幅スペクトル $|\tilde{F}(\omega)|$ を作成して、 $|F(\omega)| = 1$ の代わりに、 $|F(\omega)| / |\tilde{F}(\omega)|$ (基準化振幅スペクトルと呼ぶこととする) を用いる。

図5.2.2は、パーゼンウインドウのバンド幅を0.1Hzと1.0Hzとした時の $|F(\omega)| / |\tilde{F}(\omega)|$ をプロットしたものであり、振幅スペクトル $|F(\omega)|$ のリプルを残しつつも、振幅スペクトルを1に近似できていることがわかる。また、 $|F(\omega)| / |\tilde{F}(\omega)|$ に対応する時間領域の関数 $\tilde{f}(t)$ を描くと図5.2.3のように時間 $t = 0$ で大きな振幅を持つデルタ関数 $\delta(t)$ の特性を有するが、振幅スペクトル $|F(\omega)|$ のリプルに対応する時刻歴波形が付け加わっている。この時間領域の関数 $\tilde{f}(t)$ を重みとした位相波 $p(t)$ の積分によって新しい位相波 $\tilde{p}(t)$ が求められる。そして、図5.2.4は、因果性を満たす地震動記録とその非因果性位相波 $p(t)$ (band=0Hz) 並びに、因果性位相波 $\tilde{p}(t)$ (band=0.1Hz, 1.0Hz, 4.0Hz) を示す。この図からわかるように、バンド幅が大きい方がより因果性を満たす位相波となっている。また、バンド幅が4.0Hzと大きくなると、因果性は満たされるが、波形の振幅が少しずつ変わってくるのがわかる。そこで、以後ではband=1.0Hzを用いるものとする。

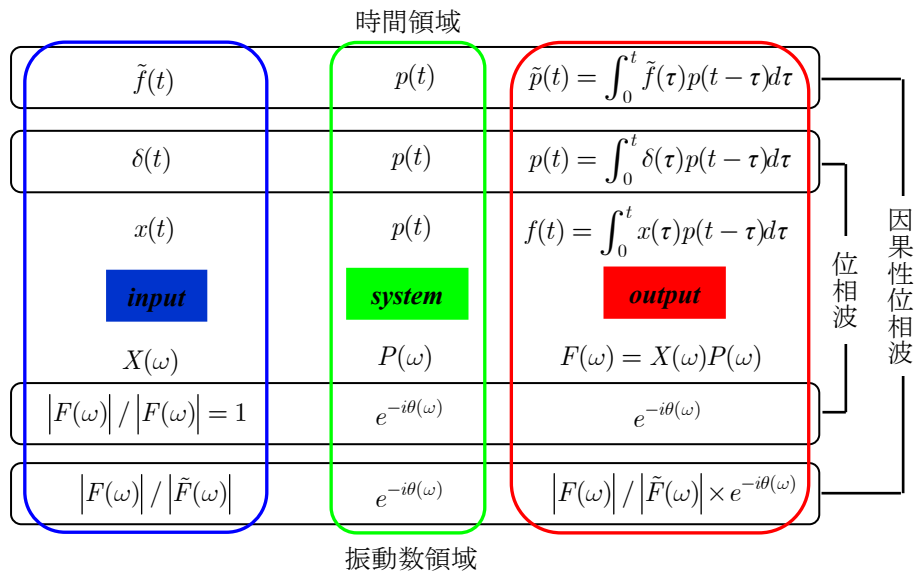


図 5.2.1 振動数領域と時間領域における位相波の線形システム論的關係

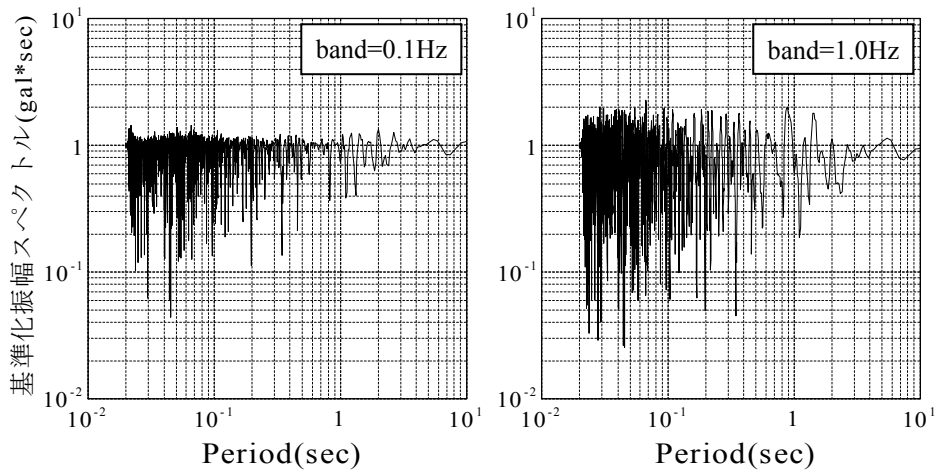


図 5.2.2 バンド幅 0.1Hz と 1.0Hz を使った標準化振幅スペクトル

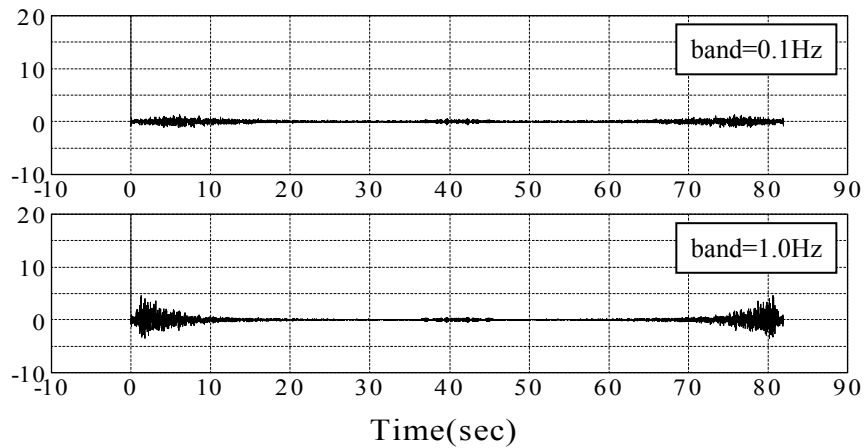


図 5.2.3 標準化振幅スペクトルの時間領域の関数

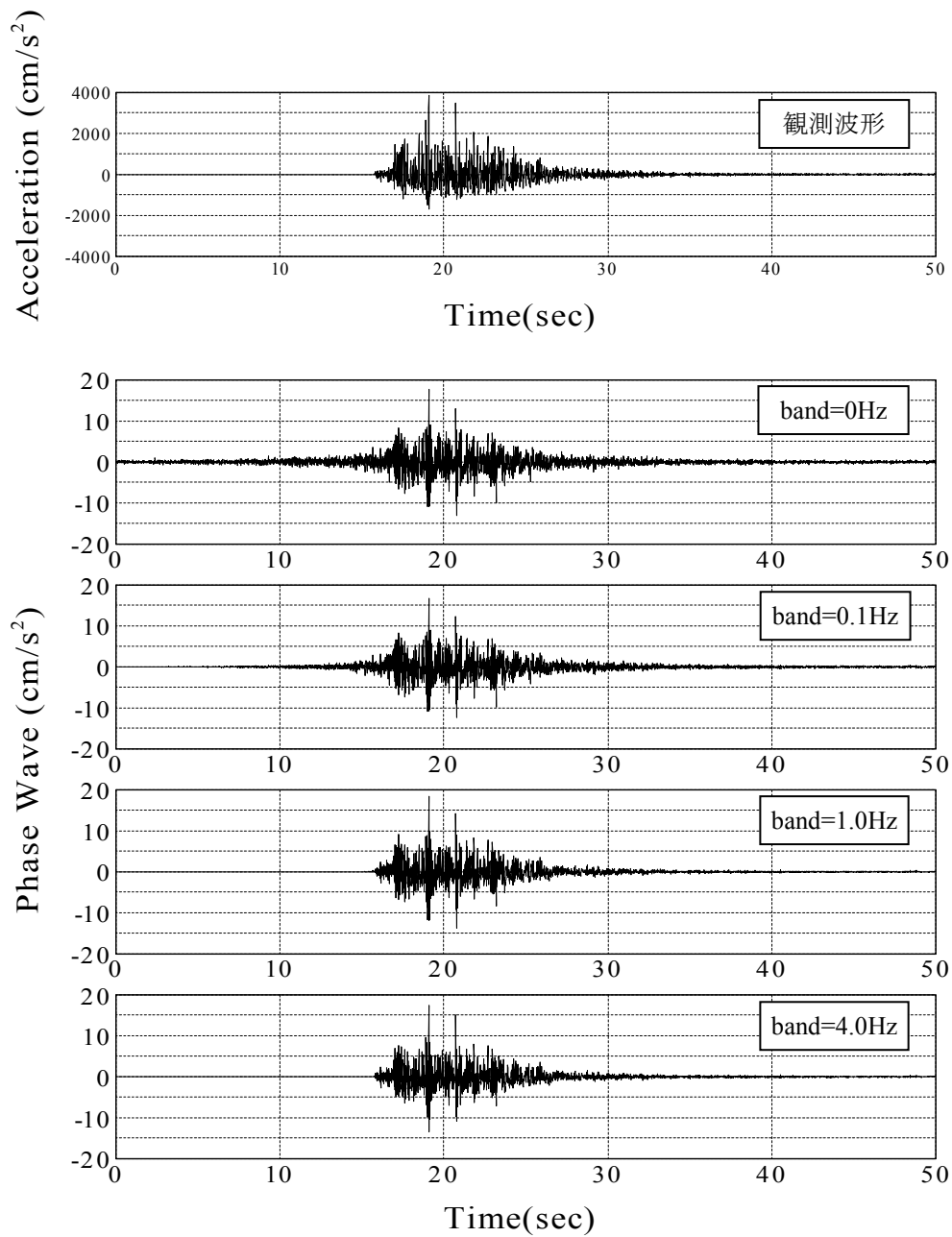


図 5.2.4 KiK-net 一関西の観測加速度波形（上下成分）と求めた位相波
 (band=0Hz, 0.1Hz, 1.0Hz, 4.0Hz)

5.3 因果性位相波を用いた地震動上下成分波形の作成方法

ここでは、これまでの構造物の耐震設計や解析では、設計用入力地震動の水平成分波形に関する研究やこれらの水平成分波形を用いた実務設計の事例が多いことを考慮して、因果性位相波並びに、**第4章**で求めた地震動上下成分と水平成分のフーリエ振幅スペクトル比 $|V(T)|/|H(T)|$ と水平成分波形を用いた地震動上下成分波形の作成方法を示す。

地震動上下成分加速度波形 $a_V(t)$ は次式のような地震動上下成分のフーリエスペクトル $A_V(\omega)$ のフーリエ逆変換によって求めることができる。

$$a_V(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_V(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (5.3-1a)$$

ここに、振動数 ω と周期 T の関係 $\omega = 2\pi/T$ を用いて、地震動上下成分加速度波形のフーリエスペクトルを次式のように与える。

$$A_V(\omega) = \left(E \left[\frac{|V(T)|}{|H(T)|} \right] + m\sigma_{FJ} \right) |\tilde{H}_D(\omega)| \left(\frac{F_V(\omega)}{\tilde{F}_V(\omega)} \right) \quad (5.3-1b)$$

式(5.3-1b)の右辺第1項は、**第4章**で求めた式(4.2-1)～式(4.2-3)で与えられる地盤分類毎の地震動上下成分と水平成分のフーリエ振幅スペクトル比のモデル式を表す。右辺第2項の $|\tilde{H}_D(\omega)|$ は設計入力地震動水平成分の平滑化処理した振幅スペクトル、右辺第3項は適切な観測強震動上下成分の基準化振幅スペクトルを表す。基準化振幅スペクトルを用いているため、その時間領域の時刻歴波形である位相波は因果性位相波となる。

式(5.3-1)を用いて、2008年岩手・宮城内陸地震によるKiK-net一関西の観測地震動上下成分の位相特性を反映した地震動上下成分波形を作成する。図5.3.1はKiK-net一関西において観測された地震動加速度波形から求めた地震動上下成分と水平成分のフーリエ振幅スペクトル比（灰実線）と、式(4.2-1)で与えられるI種地盤の「平均値」（ $m=0$ ）、「平均値+標準偏差」（ $m=1$ ）、「平均値+2×標準偏差」（ $m=2$ ）および「平均値+3×標準偏差」（ $m=3$ ）（黒実線）の比較を表す。図5.3.1より「平均値+3×標準偏差」のほうがより観測記録の振幅スペクトル比に近いことがわかる。設計用入力地震動水平成分としては、KiK-net一関西の観測地震動水平NS成分を用いた。図5.3.2に作成した地震動上下成分波形とKiK-net一関西の観測地震動上下成分の比較を示す。図5.3.2は上段に観測地震動加速度波形（水平NS成分と上下成分）を、下段の4つはそれぞれ、平均値（ $m=0$ ）、「平均

値+標準偏差」(m=1) , 「平均値+2×標準偏差」(m=2) および「平均値+3×標準偏差」(m=3) の場合のフーリエ振幅スペクトル比を使って作成した地震動上下成分を表している. 図から, 観測記録上下動成分の位相特性を反映した地震動上下成分波形が再現できていることがわかる.

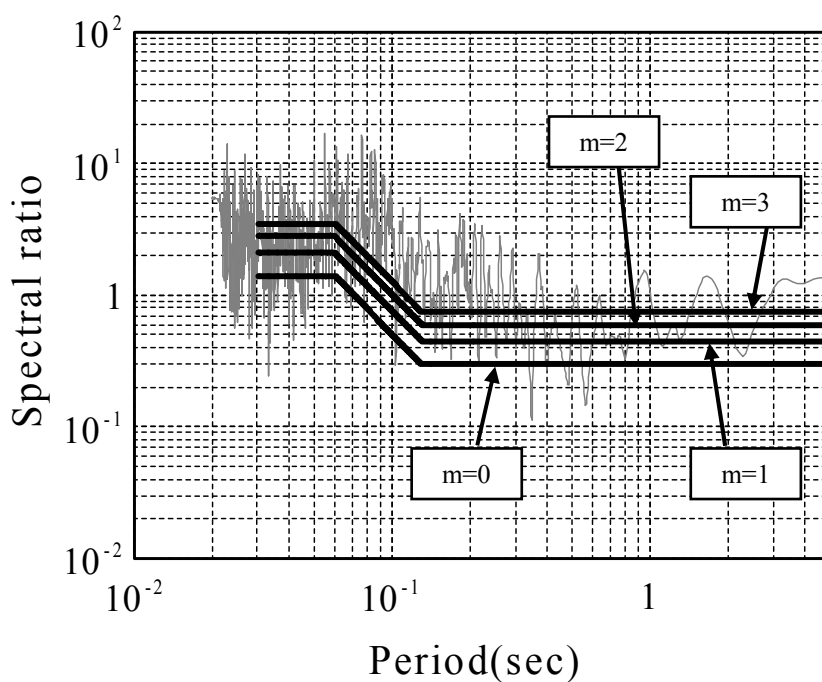


図 5.3.1 2008 年岩手・宮城内陸地震による KiK-net 一関西の観測記録による上下成分と水平成分のフーリエ振幅スペクトル比 (灰実線) と, 式(4.2-1)のモデル式 (m=0, 1, 2, 3) (黒実線) の比較

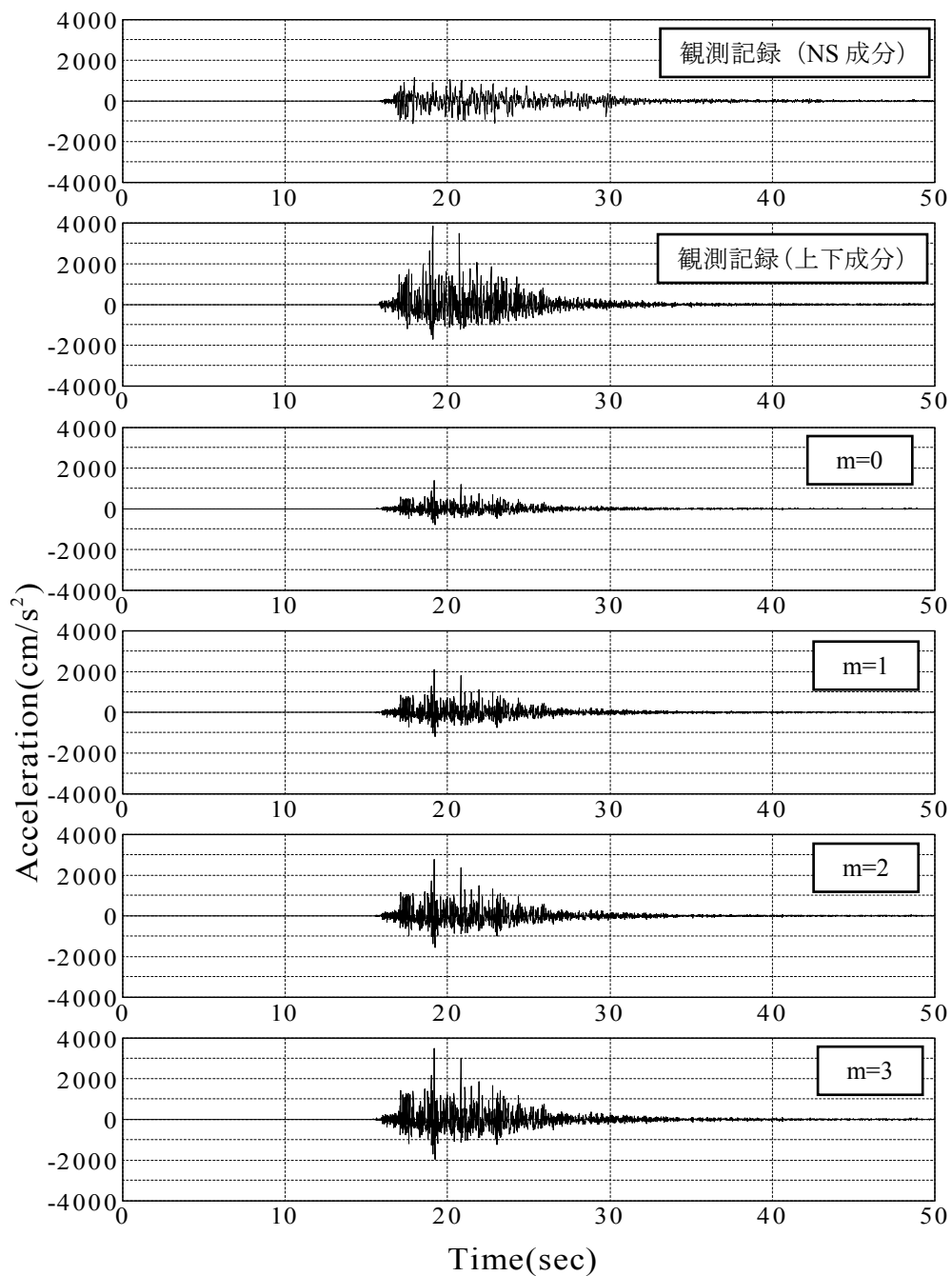


図 5.3.2 2008 年岩手・宮城内陸地震による KiK-net 一関西の NS 成分，上下成分加速度波形観測記録と，式(5.3-1)により作成した上下成分地震動 (m=0, 1, 2, 3) の比較

5.4 まとめ

本章では、因果性位相波と第4章で求めた地震動上下成分と水平成分のフーリエ振幅スペクトル比 $|V(T)|/|H(T)|$ ，地震動水平成分波形を用いた地震動上下成分波形の作成方法を示した．得られた結果を以下に列記する．

- (1) 位相波特性を線形システムとして解釈し，フーリエ変換により簡単に位相波を求めることができる．
- (2) 振幅スペクトル $|F(\omega)|=1$ を与え，位相波を求めるとホワイトノイズをもつ因果性を満たさない位相波（非因果性位相波）となる．これをスペクトルの平滑化処理を用いた基準化振幅スペクトル $|F(\omega)|/|\tilde{F}(\omega)|$ を与えることで，因果性を満たす位相波（因果性位相波）となる．
- (3) 基準化振幅スペクトル $|F(\omega)|/|\tilde{F}(\omega)|$ を求める際の平滑化のバンド幅は1.0Hz程度が適当である．またバンド幅が大きすぎると位相波の因果性は満たすが，波形の振幅に与える影響が大きくなる．
- (4) 非因果性位相波と因果性位相波の特性を線形システムのフィルター理論により解釈し，因果性位相波の作成法を示した．
- (5) 因果性位相波と地震動水平成分波形を用いた地震動上下成分波形の作成方法を提案した．そして，2008年岩手・宮城内陸地震のKiK-net一関西の観測記録から地震動上下成分の作成を行なった．

参考文献

- 1) 和泉正哲，勝倉裕，大野晋：超関数理論に基づくFFT手法を用いた地震動の分離と合成に関する理論的考察，日本建築学会構造系論文報告集，日本建築学会，Vol.390，pp.18-26，1988.
- 2) 和泉正哲，勝倉裕，大野晋：地震動の因数分解に関する基礎的研究，日本建築学会構造系論文報告集，日本建築学会，Vol.390，pp.27-33，1988.
- 3) 野津厚，長尾毅，山田雅行：経験的サイト増幅・位相特性を考慮した強震動評価手法の改良－因果性を満足する地震動の生成－，土木学会論文集 A，土木学会，Vol.65，No.3，pp.808-813，2009.
- 4) Shinozuka, M., Deodatis, G., Harada, T.: Digital simulation of seismic ground motion, *Stochastic Approaches in Earthquake Engineering*, Edited by Lin, Y.K. and Minai, R., Springer Verlag, pp.252-298, 1987.