

## 第2章 剛性マトリックスに基づく地震動の波形合成法

### 2.1 まえがき

地表の地震動は、震源断層で発生した地震波が地層を伝播し、地表まで到達した結果として現われる地盤の揺れである。したがって、構造物の耐震設計や都市の地震防災対策で必要とされる強震動波形やその特性を評価する際には、このような震源断層破壊によって生じた地震波の伝播過程を考慮した数理モデルの開発が必要となる。

数理モデルに基づく地震動波形の合成法に関する研究は、主に地震学分野で発展してきた。この広範な研究現状は、他の論文[1]に詳しく述べられているが、ここでは、運動学断層モデルによる水平成層地盤の応答計算法という最も基礎的な数理モデルにおける本論文の位置づけを述べる。

地震学分野で発展してきた地震動の波形合成法は、伝達マトリックスに基づく方法として分類することができる[2,3]。しかし、この方法では、伝達マトリックスの安定的数値計算のために種の複雑なアルゴリズムの開発が必要とされる。現状では、幾つかの成功した方法が報告されている[3]が、それらは複雑なアルゴリズムとなっている。一方、原田ら(1999)[3]は、Kauselら(1981)[4]が提案した伝達マトリックスの別表現としての剛性マトリックスの方法を使って、運動学的断層モデルによる水平成層地盤の応答計算法を提案している。剛性マトリックス法と伝達マトリックス法はお互いに補足的関係にあるが、剛性マトリックス法では、伝達マトリックスの数値計算における不安定性問題に悩まされることなく、剛性マトリックスの安定的な数値計算ができるという特長がある。

しかし、これまで震源断層から生じる地震波の伝播計算に適用された研究例は論文[3]以外には見当たらないようである。原田ら(1999)[3]の論文では、半無限地盤中に震源断層が存在し、その上に水平成層地盤が横たわる場合に対する定式化と具体的計算式が述べられているが、本研究では、剛性マトリックスによる解析法を一般化し、水平成層地盤内に震源断層が存在する場合も扱うことができる剛性マトリックス法の定式を示す。

### 2.2 断層を含む水平成層地盤における波動場の定式化

本節では、記号を簡単化するため、図2-2-1に示すような震源断層を含む3層からなる水平成層地盤を対象として、先ず、従来の伝達マトリックスを使った定式化を整理し、次に、この基礎式を剛性マトリックスによる表現式に置き換えて、剛性マトリッ

クスによる水平成層地盤の定式化を導くものとする。しかし、この定式化は一般的な多層からなる水平成層地盤に対しても適用できる。

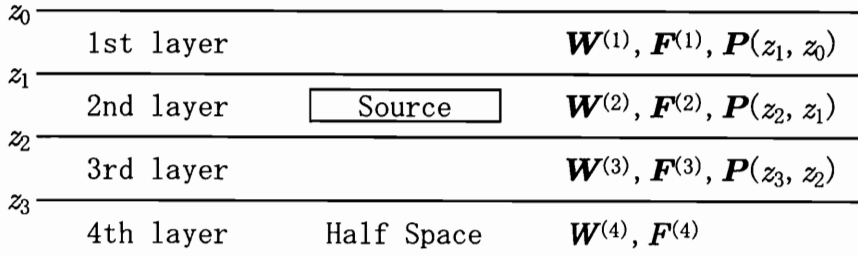


図2-2-1 震源断層を含む3層の水平成層地盤とその記号

### (1) 伝達マトリックスによる定式化

伝達マトリックス  $\mathbf{P}(z_i, z_j)$  を用いると、各層における変位-応力ベクトル  $\mathbf{B}(z_i)$  の間には、次式のような関係が成立する[2,6,7]。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}(z_1) &= \mathbf{P}(z_1, z_0)\mathbf{B}(z_0) \\
 \mathbf{B}(z_2) - \mathbf{B}_s(z_2) &= \mathbf{P}(z_2, z_1)[\mathbf{B}(z_1) - \mathbf{B}_s(z_1)] \\
 \mathbf{B}(z_3) &= \mathbf{P}(z_3, z_2)\mathbf{B}(z_2)
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

そして、変位-応力ベクトルは各層内における下降波  $\mathbf{u}_{out}$  と上昇波  $\mathbf{u}_{in}$  を用いて次式のように表現することができる[2,6,7]。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}(z) &= \mathbf{F}\mathbf{W} \\
 \mathbf{W} &= (\mathbf{u}_{out} \ \mathbf{u}_{in})^T
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

上式(2.1)と(2.2)が、震源断層を含む水平成層地盤の基礎式である。これらの式における伝達マトリックス  $\mathbf{P}(z_i, z_j)$ 、深さ  $z_i$  における層の変位-応力ベクトル  $\mathbf{B}(z_i)$  や、変換マトリックス  $\mathbf{F}(z)$ 、上昇波と下降波ベクトル  $\mathbf{W}$ 、さらに、無限地盤内の震源断層において、そこから放射される地震波によって決まる  $z_i$  地点の変位-応力ベクトル  $\mathbf{B}_s(z_i)$  の具体的定義式や導出過程については、文献 [2,6,7] に述べられているが、本章の後半に記載する。以下では、上式(2.1)と(2.2)に境界条件を導入して地表面変位を求めるための基礎式を導く。

まず、第1番目の境界条件としては、第4層の半無限地盤では、下降波のみで、上昇波は存在しないという条件である。この条件より、深さ  $z_3$  での変位-応力ベクトルは、半無限地盤における  $\mathbf{F}^{(4)}$ 、 $\mathbf{W}^{(4)}$  を使って、次式のように表現されることになる。

$$B(z_3) = \mathbf{F}^{(4)} \mathbf{W}^{(4)} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{W}^{(4)} = (\mathbf{u}_{out}^{(4)} \mathbf{0})^T$$

ここに、 $\mathbf{F}^{(4)}$ と $\mathbf{W}^{(4)}$ 等の上添字(4)は第4層に対する値であることを示す。  
式(2.1)と(2.3)から次式が導かれる。

$$\mathbf{W}^{(4)} = (\mathbf{F}^{(4)})^{-1} [\mathbf{P}(z_3, z_2) \mathbf{B}_s(z_2) - \mathbf{P}(z_3, z_1) \mathbf{B}_s(z_1) + \mathbf{P}(z_3, z_0) \mathbf{B}(z_0)] \quad (2.4)$$

この式は、変位と応力成分に分けて、次式のようにも書き換えられる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_{out}^{(4)} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_s(z_2) \\ \boldsymbol{\tau}_s(z_2) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_s(z_1) \\ \boldsymbol{\tau}_s(z_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \boldsymbol{\tau}(z_0) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

第2番目の境界条件として、地表面 $z_0$ で応力が零( $\boldsymbol{\tau}(z_0) = \mathbf{0}$ )を考慮すると、上式から地表面変位が次式のように求められる。

$$\mathbf{u}(z_0) = (\mathbf{S}_{21})^{-1} [\mathbf{Q}_{21} \mathbf{u}_s(z_1) + \mathbf{Q}_{22} \boldsymbol{\tau}_s(z_1) - \mathbf{R}_{21} \mathbf{u}_s(z_2) - \mathbf{R}_{22} \boldsymbol{\tau}_s(z_2)] \quad (2.6)$$

上式が、伝達マトリックスによる地表面変位を求めるための基礎式である。

## (2) 剛性マトリックスによる定式化

ここでは、前節で示した伝達マトリックスによる基礎式を剛性マトリックスによる表現式に書き換えて、地震波伝播過程が、構造技術者には馴染み深い、剛性マトリックスによって表現できることを示す。単なる書き換えであるが、伝達マトリックスに比べ剛性マトリックスは数値計算上の利点がある(2.1 まえがき参照)。

式(1)の上段は、第1層の上面と下面における変位-応力ベクトルの関係を示しているが、これを変位と応力成分に分けて表示すると、次式のようになる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(1)}(z_1) \\ \boldsymbol{\tau}^{(1)}(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{11}^{(1)} & \mathbf{P}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{P}_{21}^{(1)} & \mathbf{P}_{22}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(1)}(z_0) \\ \boldsymbol{\tau}^{(1)}(z_0) \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

上式では、変位と応力ベクトル並びに伝達マトリックスが第1層のものであることを

明示するために、これらのベクトル記号に上添字(1)をつけて表現している。また、伝達マトリックスにおいては、上面から下面への伝達関数を示す引数 $(z_1, z_0)$ を省略している。

ここで、式(2.7)は剛性マトリックス $\mathbf{K}_y$ を使って次式のように書き換えることができる。

$$\begin{pmatrix} -\boldsymbol{\tau}^{(1)}(z_0) \\ \boldsymbol{\tau}^{(1)}(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(1)}(z_0) \\ \mathbf{u}^{(1)}(z_1) \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

ここに、剛性マトリックスと伝達マトリックスの関係は次式のように与えられる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{P}_{12}^{(1)})^{-1} \mathbf{P}_{11}^{(1)} & -(\mathbf{P}_{12}^{(1)})^{-1} \\ \mathbf{P}_{21}^{(1)} - \mathbf{P}_{22}^{(1)} (\mathbf{P}_{12}^{(1)})^{-1} \mathbf{P}_{11}^{(1)} & \mathbf{P}_{22}^{(1)} (\mathbf{P}_{12}^{(1)})^{-1} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

同じように、第2層に関する伝達マトリックスを使った式(2.1)の中段も剛性マトリックスを用いて次式のように書き換えられる。

$$\begin{pmatrix} -\boldsymbol{\tau}^{(2)}(z_1) \\ \boldsymbol{\tau}^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(2)} & \mathbf{K}_{22}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{u}^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{q}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

ここに、

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{q}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(2)} & \mathbf{K}_{22}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{u}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\boldsymbol{\tau}_s^{(2)}(z_1) \\ \boldsymbol{\tau}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

ここに、下添字 $s$ のついている変位と応力ベクトルは無限地盤における震源断層から放射される地震波によるものを示している。

また、同様に第3層に対しても式(2.1)の下段を書き換えると次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} -\boldsymbol{\tau}^{(3)}(z_2) \\ \boldsymbol{\tau}^{(3)}(z_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(3)} & \mathbf{K}_{12}^{(3)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(3)} & \mathbf{K}_{22}^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(3)}(z_2) \\ \mathbf{u}^{(3)}(z_3) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

さらに、第4層の半無限地盤では、式(2.2)は次式のように変位と応力成分に分けて表現できる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(4)}(z_3) \\ \boldsymbol{\tau}^{(4)}(z_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{11}^{(4)} & \mathbf{F}_{12}^{(4)} \\ \mathbf{F}_{21}^{(4)} & \mathbf{F}_{22}^{(4)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{out}^{(4)} \\ \mathbf{u}_{in}^{(4)} = \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

この式を解いて、第4層(半無限地盤)上面の応力ベクトル $(-\boldsymbol{\tau}^{(4)}(z_3))$ と変位ベクトル $(\mathbf{u}^{(4)}(z_3))$ の関係を次式のように導くことができる。

$$-\boldsymbol{\tau}^{(4)}(z_3) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}^{(4)}(z_3) \quad (2.14)$$

ここに、半無限地盤の剛性マトリックス  $\mathbf{K}_{Half}$  は、次式のように定義される。

$$\mathbf{K}_{Half} = -\mathbf{F}_{21}^{(4)} (\mathbf{F}_{11}^{(4)})^{-1} \quad (2.15)$$

以上の基礎式に対して、次式のような各層間の境界条件を考慮する。深さ  $z_n$  に作用する振動数-波数領域における外力（応力）ベクトルを  $\mathbf{q}(z_n)$  とすると、 $z_n$  における応力の釣り合い条件から次式が成立する。

$$\mathbf{q}(z_n) = \boldsymbol{\tau}^{(n)}(z_n) - \boldsymbol{\tau}^{(n+1)}(z_n) \quad (2.16)$$

また、 $z_n$  における変位を  $\mathbf{u}(z_n)$  と表すと、変位は連続であるため次式が成立する。

$$\mathbf{u}(z_n) = \mathbf{u}^{(n)}(z_n) = \mathbf{u}^{(n+1)}(z_n) \quad (2.17)$$

上式で表される各層間の境界条件を考慮し、第 1 層から第 4 層に対する剛性マトリックス表示の剛性方程式（式(2.8)、(2.10)、(2.12)、(2.14)）を足し合わせると、次式が導かれる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}(z_0) \\ \mathbf{q}(z_1) + \mathbf{q}_s(z_1) \\ \mathbf{q}(z_2) + \mathbf{q}_s(z_2) \\ \mathbf{q}(z_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{21}^{(2)} & \mathbf{K}_{22}^{(2)} + \mathbf{K}_{11}^{(3)} & \mathbf{K}_{12}^{(3)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{21}^{(3)} & \mathbf{K}_{22}^{(3)} + \mathbf{K}_{Half} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) \\ \mathbf{u}(z_2) \\ \mathbf{u}(z_3) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

上式で、各層に外力（応力）が作用せず、地震波のみによる自由地盤の応答の場合には、上式で  $\mathbf{q}(z_n) = \mathbf{0}$  とおいた次式から、地震波のみの自由地盤の応答が求められる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{q}_s(z_1) \\ \mathbf{q}_s(z_2) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{21}^{(2)} & \mathbf{K}_{22}^{(2)} + \mathbf{K}_{11}^{(3)} & \mathbf{K}_{12}^{(3)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{21}^{(3)} & \mathbf{K}_{22}^{(3)} + \mathbf{K}_{Half} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) \\ \mathbf{u}(z_2) \\ \mathbf{u}(z_3) \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

上式で与えられる剛性方程式を解いて、地表面変位  $\mathbf{u}(z_0)$  が求められる。以上の剛性マトリックスによる水平成層地盤の解析をまとめると、以下のような手順となる。

まず、各層の剛性マトリックスを直接重ね合わせの原理に基づいて重ね合わせて、全体地盤系の剛性マトリックスを作成する（式(2.19)の右辺第 1 因子）。次に、震源断層

を含む層の上面と下面に、震源の影響を表す外力（応力）ベクトル  $\mathbf{q}_s(z_1), \mathbf{q}_s(z_2)$  を作用させて式(2.19)の左辺の外力ベクトルを作成する。

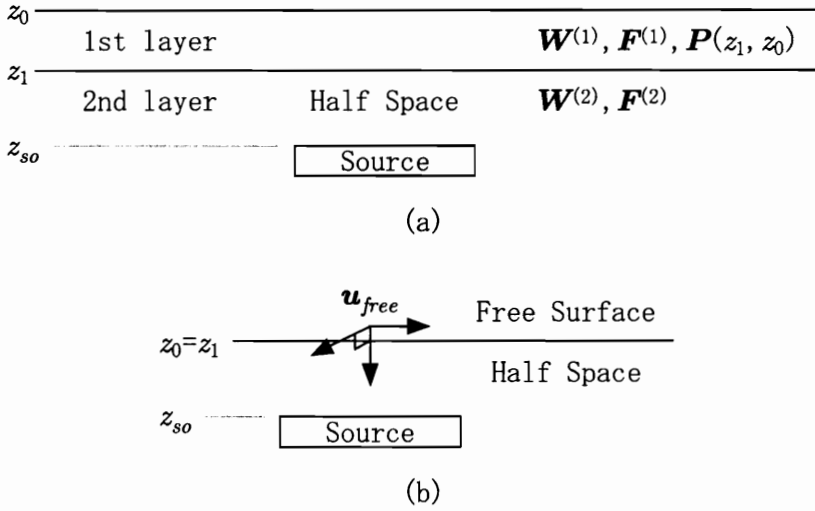


図2-3-1 半無限地盤に震源がある場合の水平成層地盤とその記号

### 2.3 断層を含む半無限地盤上の成層地盤における波動場の定式化

本章では、図2-3-1に示すような震源断層が半無限地盤中にある地盤モデルの解析を行う。この地盤モデルは前節の図2-2-1で第2層地盤が半無限地盤であるモデルに対応する。定式化は、前節と同じであるので、ここでは剛性マトリックスによる定式化のみを記述しておくこととする。

第1層の上面と下面の変位—応力ベクトルの関係は式(7a)で与えられるが、以下に再掲する。

$$\begin{pmatrix} -\boldsymbol{\tau}^{(1)}(z_0) \\ \boldsymbol{\tau}^{(1)}(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(1)}(z_0) \\ \mathbf{u}^{(1)}(z_1) \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

次に、震源を含む第2層（半無限地盤）に関する定式化を示す。半無限地盤上端  $z_1$  と震源断層上端より下方の任意の深さ  $z \geq z_{so}$  の間には、式(2.1)の中段のように、震源からの波動場を差し引いた波動場に対して伝達マトリックスが適用できるので、次式が成り立つ。

$$\mathbf{B}(z) - \mathbf{B}_s(z) = \mathbf{P}(z, z_1)[\mathbf{B}(z_1) - \mathbf{B}_s(z_1)] \quad (2.21)$$

また、式(2.2)のように変位—応力ベクトルは各層内での上昇波と下降波を用いて表現できるので、この表現を上式に適用すると、次式が得られる。

$$\mathbf{B}(z) - \mathbf{B}_s(z) = \mathbf{F}^{(2)}(z)(\mathbf{W}^{(2)} - \mathbf{W}_s^{(2)}) \quad (2.22)$$

ここに、

$$(\mathbf{W}^{(2)} - \mathbf{W}_s^{(2)}) = (\mathbf{u}_{out}^{(2)} - \mathbf{u}_{sout}^{(2)}, \mathbf{u}_{in}^{(2)} - \mathbf{u}_{sin}^{(2)})^T \quad (2.23)$$

上添字(2)は第2層(半無限地盤)の値であることを示し、下添字 $s$ は震源から放射される波動場を意味する。

いま、式(3.2)を変位と応力成分に分けて表現すると、次式のようになる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}^{(2)}(z_1) - \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) \\ \boldsymbol{\tau}^{(2)}(z_1) - \boldsymbol{\tau}_s^{(2)}(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{11}^{(2)}(z_1) & \mathbf{F}_{12}^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{F}_{21}^{(2)}(z_1) & \mathbf{F}_{22}^{(2)}(z_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{out}^{(2)} - \mathbf{u}_{sout}^{(2)} \\ \mathbf{u}_{in}^{(2)} - \mathbf{u}_{sin}^{(2)} = \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

上式において、震源より下方では入射波(上昇波)は存在しないという境界条件を考慮すると(これは式(3.4)の右辺に記述している)、上式から次式が得られる。

$$-\boldsymbol{\tau}^{(2)}(z_1) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}^{(2)}(z_1) - \mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) \quad (2.25)$$

ここに、

$$\mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) + \boldsymbol{\tau}_s^{(2)}(z_1) \quad (2.26)$$

$$\mathbf{K}_{Half} = -\mathbf{F}_{21}^{(2)}(z_1)(\mathbf{F}_{11}^{(2)}(z_1))^{-1} \quad (2.27)$$

$\mathbf{K}_{Half}$  は半無限地盤の剛性マトリックスを表す。

以上の基礎式に対して、次式のような各層間の境界条件を考慮する。すなわち、深さ $z_0$ と $z_1$ に作用する振動数-波数領域における外力(応力)ベクトルを $\mathbf{q}(z_0)$ 、 $\mathbf{q}(z_1)$ とすると、応力の釣り合い条件から次式が成立する。

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(z_0) &= -\boldsymbol{\tau}^{(1)}(z_0) \\ \mathbf{q}(z_1) &= \boldsymbol{\tau}^{(1)}(z_1) - \boldsymbol{\tau}^{(2)}(z_1) \end{aligned} \quad (2.28)$$

また、変位の連続条件から次式が成立する。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(z_0) &= \mathbf{u}^{(1)}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) &= \mathbf{u}^{(1)}(z_1) = \mathbf{u}^{(2)}(z_1) \end{aligned} \quad (2.29)$$

上式で与えられる境界条件を考慮し、第1層と第2層(半無限地盤)の剛性マトリックス表示の剛性方程式(式(3.0)と式(3.6))を足し合わせると、次式が導かれる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}(z_0) \\ \mathbf{q}(z_1) + \mathbf{q}_s(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{Half} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

上式で、各層に外力が作用せず、地震波のみによる自由地盤の応答の場合には、次式から応答が計算される。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{q}_s(z_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{Half} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

ここで、式(3.7)で与えられる $\mathbf{q}_s^{(2)}(z_1)$ の別表現として、断層を含む半無限地盤の地表面が露頭する場合（第1層の厚さが零）の地表面変位 $\mathbf{u}_{free}$ を用いた記述を示す。このような半無限地盤モデルでは、式(3.5)における境界条件は次式ようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{(2)}(z_1) &= \mathbf{u}_{free} \\ \boldsymbol{\tau}^{(2)}(z_1) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{u}_{in}^{(2)} - \mathbf{u}_{sin}^{(2)} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.32)$$

この境界条件を考慮すると、式(2.26)から次式が導かれる。

$$\mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) + \boldsymbol{\tau}_s^{(2)}(z_1) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_{free} \quad (2.33)$$

したがって、

$$\mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) + \boldsymbol{\tau}_s^{(2)}(z_1) = \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_{free} \quad (2.34)$$

上式の表現を用いると、式(3.12)は、次式のようにも表される。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{Half} \mathbf{u}_{free} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{Half} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}(z_0) \\ \mathbf{u}(z_1) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

この剛性方程式によると、各層の剛性マトリックスと半無限地盤の剛性マトリックスおよび、震源断層を含む半無限地盤地表面が露頭する場合の変位が与えられると、地盤の地震応答変位が求められることになる。この式は、論文[3]で取り扱った計算式と同じものである。

## 2.4 具体的計算式

ここでは、2.2節に示した震源の影響を表す外力(応力)ベクトル $\mathbf{q}_s^{(2)}(z_1), \mathbf{q}_s^{(2)}(z_2)$ を求めるための計算式を記述しておく[3]。断層に関する記号は、図2-4-1のように定めるものとし、図2-4-2に示すような4つのすべりタイプを想定している。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}_s^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{q}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(2)} & \mathbf{K}_{22}^{(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_s^{(2)}(z_1) \\ \mathbf{u}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\boldsymbol{\tau}_s^{(2)}(z_1) \\ \boldsymbol{\tau}_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} \quad (2.36)$$



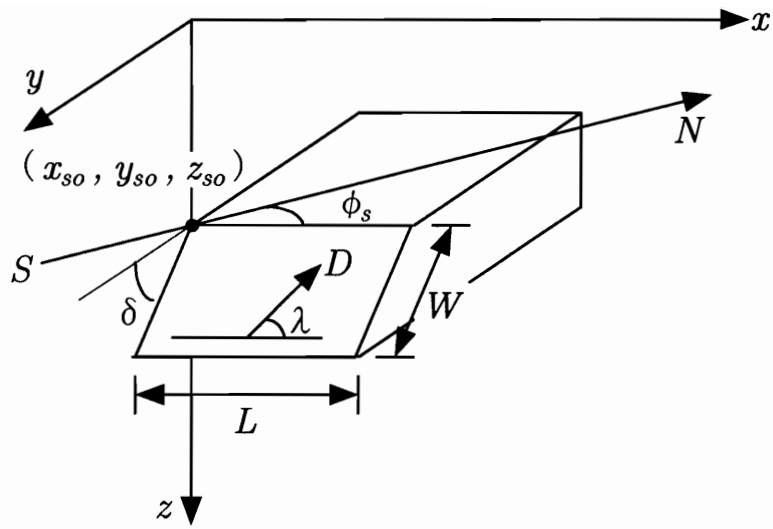
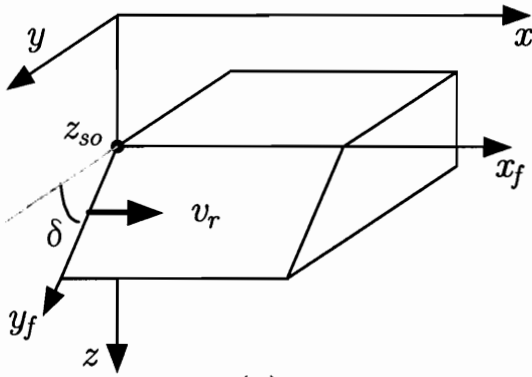
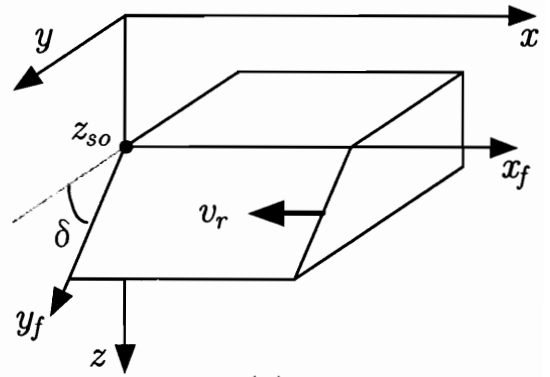


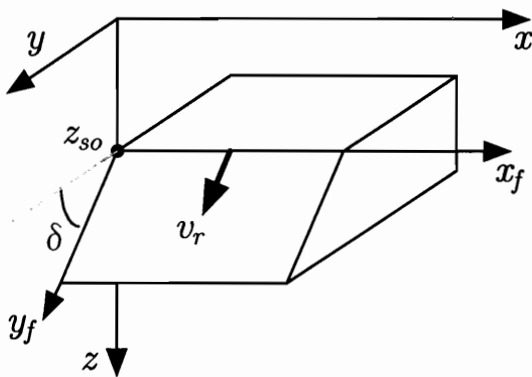
図2-4-1 断層パラメータの定義



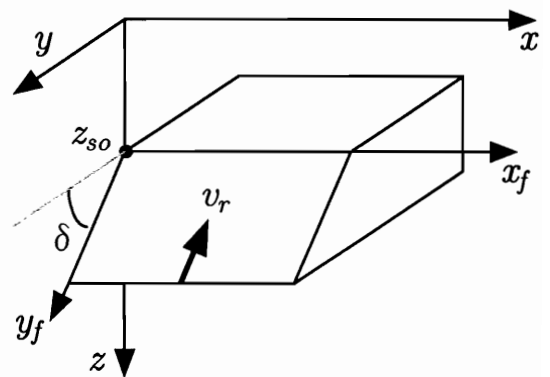
(a) Type1



(b) Type2



(c) Type3



(d) Type4

図2-4-2 本研究で仮定した断層すべりに関する4つのタイプ

## (1) SH 波の場合

SH 波における剛性マトリックスは、次式で与えられる。

$$\mathbf{K}_{SH} = \frac{\mu\gamma}{\sin \gamma h} \begin{pmatrix} \cos \gamma h & -1 \\ -1 & \cos \gamma h \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

無限地盤中の断層から発生した地震波の SH 波による変位は次式で与えられる。ただし、下添字  $in, out$  は、それぞれ上昇波、下降波を表す。

$$\begin{aligned} v_s^{(2)}(z_1) &= v_{0in}(\kappa, z_1, \omega) = M_0(\omega) [iR_{SHin} S_{Smin} e^{-i\gamma(z_1 - z_{so})}] \\ v_s^{(2)}(z_2) &= v_{0out}(\kappa, z_2, \omega) = M_0(\omega) [iR_{SHout} S_{Smout} e^{i\gamma(z_2 - z_{so})}] \end{aligned} \quad (2.38)$$

$R_{SHin}$ 、 $R_{SHout}$ 、 $S_{Smin}$ 、 $S_{Smout}$  は、次節(2) P-SV 波の場合の中で示す。したがって、SH 波に関する外力(応力)ベクトル  $q_{sv}^{(2)}(z_1)$ 、 $q_{sv}^{(2)}(z_2)$  は次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} q_{sv}^{(2)}(z_1) \\ q_{sv}^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} = \frac{\mu\gamma}{\sin \gamma h} \begin{pmatrix} \cos \gamma h & -1 \\ -1 & \cos \gamma h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_s^{(2)}(z_1) \\ v_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} - i\mu\gamma \begin{pmatrix} v_s^{(2)}(z_1) \\ v_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

## (2) P-SV 波の場合

P-SV 波における剛性マトリックスは次式で与えられる。ただし、P-SV 波における剛性マトリックスは、対称マトリックスとなるように、 $z$  軸方向の外力と変位に虚数単位( $i$ )を乗じる必要がある。

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ iR_1 \\ P_2 \\ iR_2 \end{pmatrix} = \frac{1 + \frac{\gamma^2}{\kappa^2}}{\Delta} \mu\kappa \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ iw_1 \\ u_2 \\ iw_2 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

ここに、

$$\Delta = 2(1 - \cos \nu h \cos \gamma h) + \left( \frac{\kappa^2}{\nu\gamma} + \frac{\nu\gamma}{\kappa^2} \right) \sin \nu h \sin \gamma h \quad (2.41)$$

また、 $K_{ij} = K_{ji}$  であり、次式のように与えられる。

$$\begin{aligned}
K_{11} &= \frac{\nu}{\kappa} \left( \sin \nu h \cos \gamma h + \frac{\kappa^2}{\nu \gamma} \cos \nu h \sin \gamma h \right) \\
K_{12} &= (1 - 2A_0)(1 - \cos \nu h \cos \gamma h) + \left( B_0 \frac{\kappa^2}{\nu \gamma} - A_0 \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} \right) \sin \nu h \sin \gamma h \\
K_{13} &= -\frac{\nu}{\kappa} \left( \sin \nu h + \frac{\kappa^2}{\nu \gamma} \sin \gamma h \right) \\
K_{14} &= -(\cos \nu h - \cos \gamma h) \\
K_{22} &= \frac{\kappa}{\nu} \left( \sin \nu h \cos \gamma h + \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} \cos \nu h \sin \gamma h \right) \\
K_{23} &= (\cos \nu h - \cos \gamma h) \\
K_{24} &= -\frac{\kappa}{\nu} \left( \sin \nu h + \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} \sin \gamma h \right) \\
K_{33} &= \frac{\nu}{\kappa} \left( \sin \nu h \cos \gamma h + \frac{\kappa^2}{\nu \gamma} \cos \nu h \sin \gamma h \right) \\
K_{34} &= -(1 - 2A_0)(1 - \cos \nu h \cos \gamma h) - \left( B_0 \frac{\kappa^2}{\nu \gamma} - A_0 \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} \right) \sin \nu h \sin \gamma h \\
K_{44} &= \frac{\kappa}{\nu} \left( \sin \nu h \cos \gamma h + \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} \cos \nu h \sin \gamma h \right) \tag{2.42}
\end{aligned}$$

ここに、

$$A_0 = 2 \left( C_s \frac{\kappa}{\omega} \right)^2, \quad B_0 = 1 - A_0 = 1 - 2 \left( C_s \frac{\kappa}{\omega} \right)^2 \tag{2.43}$$

無限地盤中の断層から発生した地震波の P-SV 波による変位は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
u_s^{(2)}(z_1) &= u_{0in}(\kappa, z_1, \omega) \\
&= M_0(\omega) \left[ i\kappa R_{P_{in}} S_{P_{m in}} e^{-i\nu(z_1 - z_{s0})} + i\gamma R_{SV_{in}} S_{S_{m in}} e^{-i\gamma(z_1 - z_{s0})} \right] \tag{2.44}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w_s^{(2)}(z_1) &= w_{0in}(\kappa, z_1, \omega) \\
&= M_0(\omega) \left[ -i\nu R_{P_{in}} S_{P_{m in}} e^{-i\nu(z_1 - z_{s0})} + i\kappa R_{SV_{in}} S_{S_{m in}} e^{-i\gamma(z_1 - z_{s0})} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_s^{(2)}(z_2) &= u_{0out}(\kappa, z_2, \omega) \\
&= M_0(\omega) \left[ i\kappa R_{P_{out}} S_{P_{m out}} e^{i\nu(z_2 - z_{s0})} - i\gamma R_{SV_{out}} S_{S_{m out}} e^{i\gamma(z_2 - z_{s0})} \right] \tag{2.45}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w_s^{(2)}(z_2) &= w_{0out}(\kappa, z_2, \omega) \\
&= M_0(\omega) \left[ i\nu R_{P_{out}} S_{P_{m out}} e^{i\nu(z_2 - z_{s0})} + i\kappa R_{SV_{out}} S_{S_{m out}} e^{i\gamma(z_2 - z_{s0})} \right]
\end{aligned}$$

ここに、下添字  $in, out$  はそれぞれ上昇波、下降波を表す。

また、応力と変位は次式の関係が成立する。

$$\begin{aligned}\tau_{zx'} &= \mu \left( \frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial w_0}{\partial x'} \right) \\ \tau_{zz} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w_0}{\partial z} + \lambda \frac{\partial w_0}{\partial x'}\end{aligned}\quad (2.46)$$

したがって、応力は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\tau_{sxz'}^{(2)}(z_1) &= \tau_{zx'}^{in}(z_1) \\ &= \mu M_0(\omega) \left[ 2\kappa\nu R_{Pin} S_{Pmin} e^{-i\nu(z_1-z_{s0})} - \left\{ 2\kappa^2 - \left( \frac{\omega}{C_s} \right)^2 \right\} R_{SVin} S_{Smin} e^{-i\gamma(z_1-z_{s0})} \right] \\ \tau_{szz}^{(2)}(z_1) &= \tau_{zz}^{in}(z_1) \\ &= \mu M_0(\omega) \left[ \left\{ 2\kappa^2 - \left( \frac{\omega}{C_s} \right)^2 \right\} R_{Pin} S_{Pmin} e^{-i\nu(z_1-z_{s0})} + 2\kappa\gamma R_{SVin} S_{Smin} e^{-i\gamma(z_1-z_{s0})} \right]\end{aligned}\quad (2.47)$$

$$\begin{aligned}\tau_{sxz'}^{(2)}(z_2) &= \tau_{zx'}^{out}(z_2) \\ &= \mu M_0(\omega) \left[ -2\kappa\nu R_{Pout} S_{Pmout} e^{i\nu(z_2-z_{s0})} - \left\{ 2\kappa^2 - \left( \frac{\omega}{C_s} \right)^2 \right\} R_{SVout} S_{Smout} e^{i\gamma(z_2-z_{s0})} \right] \\ \tau_{szz}^{(2)}(z_2) &= \tau_{zz}^{out}(z_2) \\ &= \mu M_0(\omega) \left[ \left\{ 2\kappa^2 - \left( \frac{\omega}{C_s} \right)^2 \right\} R_{Pout} S_{Pmout} e^{i\nu(z_2-z_{s0})} - 2\kappa\gamma R_{SVout} S_{Smout} e^{i\gamma(z_2-z_{s0})} \right]\end{aligned}\quad (2.48)$$

結局、P-SV 波に関する外力(応力)ベクトル  $q_{su}^{(2)}(z_1)$ ,  $iq_{sw}^{(2)}(z_1)$ ,  $q_{su}^{(2)}(z_2)$ ,  $iq_{sw}^{(2)}(z_2)$  は次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} q_{su}^{(2)}(z_1) \\ iq_{sw}^{(2)}(z_1) \\ q_{su}^{(2)}(z_2) \\ iq_{sw}^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} = \frac{1 + \frac{\gamma^2}{\kappa^2}}{\Delta} \mu \kappa \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_s^{(2)}(z_1) \\ iw_s^{(2)}(z_1) \\ u_s^{(2)}(z_2) \\ iw_s^{(2)}(z_2) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\tau_{sxz'}^{(2)}(z_1) \\ -i\tau_{szz}^{(2)}(z_1) \\ \tau_{sxz'}^{(2)}(z_2) \\ i\tau_{szz}^{(2)}(z_2) \end{pmatrix}\quad (2.49)$$

ここで、上昇波の  $R_{SVin}$ ,  $R_{SHin}$  と  $R_{Pin}$  については、次式で示す。

$$\begin{aligned}R_{SVin} &= \frac{\kappa_x}{\kappa} R_{s2in} - \frac{\kappa_y}{\kappa} R_{s1in} \\ R_{SHin} &= -\left[ \kappa R_{s3in} + \gamma \left( \frac{\kappa_x}{\kappa} R_{s1in} + \frac{\kappa_y}{\kappa} R_{s2in} \right) \right] \\ R_{Pin} &= \frac{i}{2\mu \left( \frac{\omega}{C_s} \right)^2} \left[ \left\{ -2 \frac{\kappa_x \kappa_y}{\nu} \sin \delta - 2\kappa_x \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ 2\kappa_y \cos 2\delta + \left( \frac{\kappa_y^2 - \nu^2}{\nu} \right) \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right]\end{aligned}\quad (2.50)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 R_{s1in} &= \frac{i}{2\mu\left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[ \left\{ \kappa_x \sin \delta - \frac{\kappa_x \kappa_y}{\gamma} \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ \left( \frac{\kappa_y^2 - \gamma^2}{\gamma} \right) \cos 2\delta - 2\kappa_y \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right] \\
 R_{s2in} &= \frac{i}{2\mu\left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[ \left\{ -\kappa_y \sin \delta + \left( \frac{\kappa_x^2 - \gamma^2}{\gamma} \right) \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ -\frac{\kappa_x \kappa_y}{\gamma} \cos 2\delta + \kappa_x \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right] \\
 R_{s3in} &= \frac{i}{2\mu\left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[ \left\{ \left( \frac{\kappa_x^2 - \kappa_y^2}{\gamma} \right) \sin \delta - \kappa_y \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ -\kappa_x \cos 2\delta - \frac{\kappa_x \kappa_y}{\gamma} \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right]
 \end{aligned}
 \tag{2.51}$$

下降波の  $R_{SHout}$ ,  $R_{SVout}$  と  $R_{Pout}$  については、次式で表される。

$$\begin{aligned}
 R_{SVout} &= \frac{\kappa_x}{\kappa} R_{s2out} - \frac{\kappa_y}{\kappa} R_{s1out} \\
 R_{SHout} &= -\left[ \kappa R_{s3out} - \gamma \left( \frac{\kappa_x}{\kappa} R_{s1out} + \frac{\kappa_y}{\kappa} R_{s2out} \right) \right] \\
 R_{Pout} &= \frac{i}{2\mu\left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[ \left\{ -2\frac{\kappa_x \kappa_y}{\nu} \sin \delta + 2\kappa_x \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ -2\kappa_y \cos 2\delta + \left( \frac{\kappa_y^2 - \nu^2}{\nu} \right) \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right]
 \end{aligned}
 \tag{2.52}$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 R_{s1out} &= \frac{i}{2\mu\left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[ \left\{ -\kappa_x \sin \delta - \frac{\kappa_x \kappa_y}{\gamma} \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ \left( \frac{\kappa_y^2 - \gamma^2}{\gamma} \right) \cos 2\delta + 2\kappa_y \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right] \\
 R_{s2out} &= \frac{i}{2\mu\left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[ \left\{ \kappa_y \sin \delta + \left( \frac{\kappa_x^2 - \gamma^2}{\gamma} \right) \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ -\frac{\kappa_x \kappa_y}{\gamma} \cos 2\delta - \kappa_x \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right] \\
 R_{s3out} &= \frac{i}{2\mu\left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[ \left\{ \left( \frac{\kappa_x^2 - \kappa_y^2}{\gamma} \right) \sin \delta + \kappa_y \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ \kappa_x \cos 2\delta - \frac{\kappa_x \kappa_y}{\gamma} \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right]
 \end{aligned}
 \tag{2.53}$$

また、図2-4-2に示す断層の4つのすべりタイプの場合では、 $S_{Pmin}$ ,  $S_{Sm in}$  と

$S_{Pm out}$ ,  $S_{Sm out}$  ( $m = 1 \sim 4$ ) は次式のように表せる。

Type1 のすべりに対して：

$$S_{P1in} = \frac{1}{LW} \frac{\left( e^{-i\left(\kappa_x - \frac{\omega}{v_r}\right)L} - 1 \right) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \nu \sin \delta)W} - 1 \right)}{\left( \frac{\omega}{v_r} - \kappa_x \right) (\kappa_y \cos \delta - \nu \sin \delta)}$$
(2.54)

$$S_{S1in} = \frac{1}{LW} \frac{\left( e^{-i\left(\kappa_x - \frac{\omega}{v_r}\right)L} - 1 \right) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \gamma \sin \delta)W} - 1 \right)}{\left( \frac{\omega}{v_r} - \kappa_x \right) (\kappa_y \cos \delta - \gamma \sin \delta)}$$

$$S_{P1out} = \frac{1}{LW} \frac{\left( e^{-i\left(\kappa_x - \frac{\omega}{v_r}\right)L} - 1 \right) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta + \nu \sin \delta)W} - 1 \right)}{\left( \frac{\omega}{v_r} - \kappa_x \right) (\kappa_y \cos \delta + \nu \sin \delta)}$$
(2.55)

$$S_{S1out} = \frac{1}{LW} \frac{\left( e^{-i\left(\kappa_x - \frac{\omega}{v_r}\right)L} - 1 \right) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta + \gamma \sin \delta)W} - 1 \right)}{\left( \frac{\omega}{v_r} - \kappa_x \right) (\kappa_y \cos \delta + \gamma \sin \delta)}$$

Type2 のすべりに対して：

$$S_{P2in} = \frac{1}{LW} \frac{\left( e^{-i\kappa_x L} - e^{i\frac{\omega}{v_r}L} \right) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \nu \sin \delta)W} - 1 \right)}{\left( \frac{\omega}{v_r} + \kappa_x \right) (\nu \sin \delta - \kappa_y \cos \delta)}$$
(2.56)

$$S_{S2in} = \frac{1}{LW} \frac{\left( e^{-i\kappa_x L} - e^{i\frac{\omega}{v_r}L} \right) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \gamma \sin \delta)W} - 1 \right)}{\left( \frac{\omega}{v_r} + \kappa_x \right) (\gamma \sin \delta - \kappa_y \cos \delta)}$$

$$S_{P2out} = \frac{1}{LW} \frac{\left( e^{-i\kappa_x L} - e^{i\frac{\omega}{v_r}L} \right) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta + \nu \sin \delta)W} - 1 \right)}{\left( \frac{\omega}{v_r} + \kappa_x \right) (\nu \sin \delta - \kappa_y \cos \delta)}$$
(2.57)

$$S_{S2out} = \frac{1}{LW} \frac{\left( e^{-i\kappa_x L} - e^{i\frac{\omega}{v_r}L} \right) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta + \gamma \sin \delta)W} - 1 \right)}{\left( \frac{\omega}{v_r} + \kappa_x \right) (-\gamma \sin \delta - \kappa_y \cos \delta)}$$

Type3のすべりに対して：

$$S_{P3in} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \nu \sin \delta - \frac{\omega}{v_r})} - 1 \right)}{\kappa_x \left( \nu \sin \delta - \kappa_y \cos \delta + \frac{\omega}{v_r} \right)} \quad (2.58)$$

$$S_{S3in} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \gamma \sin \delta - \frac{\omega}{v_r})} - 1 \right)}{\kappa_x \left( \gamma \sin \delta - \kappa_y \cos \delta + \frac{\omega}{v_r} \right)}$$

$$S_{P3out} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta + \nu \sin \delta - \frac{\omega}{v_r})} - 1 \right)}{\kappa_x \left( -\nu \sin \delta - \kappa_y \cos \delta + \frac{\omega}{v_r} \right)} \quad (2.59)$$

$$S_{S3out} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta + \gamma \sin \delta - \frac{\omega}{v_r})} - 1 \right)}{\kappa_x \left( -\gamma \sin \delta - \kappa_y \cos \delta + \frac{\omega}{v_r} \right)}$$

Type4のすべりに対して：

$$S_{P4in} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \nu \sin \delta)W} - e^{i\frac{\omega}{v_r}W} \right)}{\kappa_x \left( \nu \sin \delta - \kappa_y \cos \delta - \frac{\omega}{v_r} \right)} \quad (2.60)$$

$$S_{S4in} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \gamma \sin \delta)W} - e^{i\frac{\omega}{v_r}W} \right)}{\kappa_x \left( \gamma \sin \delta - \kappa_y \cos \delta - \frac{\omega}{v_r} \right)}$$

$$S_{P4out} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta + \nu \sin \delta)W} - e^{i\frac{\omega}{v_r}W} \right)}{\kappa_x \left( -\nu \sin \delta - \kappa_y \cos \delta - \frac{\omega}{v_r} \right)} \quad (2.61)$$

$$S_{S4out} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1) \left( e^{-i(\kappa_y \cos \delta + \gamma \sin \delta)W} - e^{i\frac{\omega}{v_r}W} \right)}{\kappa_x \left( -\gamma \sin \delta - \kappa_y \cos \delta - \frac{\omega}{v_r} \right)}$$

ここに、地震モーメントについては、次式のように定義される。

$$M(\omega) = \mu L W D_0 F(\omega) \quad (2.62)$$

$\mu$ は震源のせん断剛性、 $L$ と $W$ は断層の長さおよび幅を表す。 $F(\omega)$ は、震源時間関数 $F(t)$ のフーリエ変換を表し、断層のすべり時間関数の振動数特性を表す。 $D_0$ は断層のすべり量である。

### (3) 振動数一波数領域における地震動変位の計算式

先ず、(1)と(2)で示したSH波、P-SV波の場合の具体式を式(2.19)の剛性方程式に代入し、この方程式を解いて、SH波、P-SV波の場合の変位 $v_0(z)$ 、 $u_0(z)$ 、 $w_0(z)$ を求める。 $(z = z_0)$ の場合は地表面変位、 $(z = z_1)$ の場合は第1層の変位等)。

次に、次式より、 $x - y - z$ 座標(図2-4-1)における変位を計算する。

$$\begin{aligned} u(z) &= \frac{\kappa_x}{\kappa} u_0(z) - \frac{\kappa_y}{\kappa} v_0(z) \\ v(z) &= \frac{\kappa_y}{\kappa} u_0(z) + \frac{\kappa_x}{\kappa} v_0(z) \\ w(z) &= w_0(z) \end{aligned} \quad (2.63)$$

ここに、 $\mathbf{u}(z) = \mathbf{u}(\kappa_x, \kappa_y, z, \omega)$



## 参考論文

- (1) 額瀨一起,竹中博士(1989),近地地震波の伝播に関する理論,地震第2号,第42巻, pp.391-403.
- (2) Chouet,B. (1987), Representation of an extended seismic source in a propagator-based formalism, Bulletin of the Seismological Society of America,Vol. 77, No.1, pp.14-27.
- (3) 原田隆典,大角恒雄,奥倉英世, (1999), 3次元直交座標系における波動場の解析解とその地震動波形作成への応用,土木学会論文集, No.612/I-46,pp.99-108.
- (4) Kausel,E. and Roesset,J.M. (1981), Stiffness matrices forlayered soils, Bulletin of the Seismological Society of America,Vol. 71, No.6,pp.1743-1761.
- (5) Harada,T. and Ohsumi,T. (2000), Stiffness matrices based formalism of ground motion synthesis and differential ground motions, Proceedings of World Conference of Earthquake Engineering}, Paper No. 603/4/R.
- (6) Kennett,B.L.N. and Kerry,N.J. (1979), Seismicwaves in a stratified half space, Geophys. J.R. astr. Society, Vol.57,pp.557-583.
- (7) Aki,K. and Richards,P.G. (1980), Quantitative Seismology,Theory and Methods,W.H.Freeman and Company.
- (8) 原田隆典、野中哲也、(2001), 横ずれ断層近傍の連続高架橋の地震応答特性、構造工学論文集,Vol.47A,pp.843-849.