

Chapter 2

運動学的断層モデルによる地震動の波形作成

2.1 運動学的断層モデルによる地震動の波形作成の要約

2.1.1 まえがき—長周期パルスを有する強震動波形の合成—

1930年代になって、米国において強震動の加速度時刻歴が記録され始めた。1940年インペリアル地震（M7.1）の際、米国カリフォルニアのエルセントロの街で記録されたいわゆるエルセントロ地震波（最大加速度326ガル）は、当初から地盤加速度波形の試金石として多くの構造物の耐震設計に利用されてきた。その後、世界各国で強震計の開発と設置により多くの加速度時刻歴が蓄積されてきている。このような加速度時刻歴の蓄積とともに、最大加速度が300ガルを越える記録が多いことや1000ガルを越える記録も少なくないことが明らかになってきた。これと同時に、構造物の耐震設計は実際に構造物が受けたよりももっと小さな加速度に基づいているにもかかわらずなぜ被害が生じないのかという難問が浮き上がってきている。しかし、この構造物被害と地震動強さに関わる難問に対する十分な回答は未だ得られていないのである。したがって、地震動の特性を抜かりなく観察しておかなければならない。

観測記録の豊富な遠距離地震による強震動予測に比べ、記録の希薄な断層近傍における強震動予測では、経験的方法のみでは誤りや見逃しをする確率が大きいと考えられる。また、観測記録が豊富といっても加速度時刻歴が記録され始めてから65年程度の歴史であり、大被害地震による加速度時刻歴の記録は極めて少ないのである。したがって、経験的方法のみに頼るのは危険である。このため、理論的方法を援用して、どのような揺れが起こりえるのかをシミュレーションで確認しながら、抜かりなく揺れの特徴を把握しておかなければならない。

記録が希薄といえども、横ずれ断層による強震動記録は蓄積されてきている。これらの記録から、断層直交方向の揺れに大きな長周期パルス（約1秒以上）が、特に断層破壊伝播方向の断層近傍において発達することがわかってきている。1995年兵庫県南部地震による揺れの特徴も同じであり、また、Bouchon(1980)による理論的検討結果を合わせて考えると、このような揺れは、横ずれ断層による揺れの普遍的特徴であるといえるのかもしれない。

したがって、観測記録が希薄であっても、理論的方法を援用することで実務設計における入力地震動の特徴を把握することが可能であると思われる。ある活断層が動いたときの揺れを前もって完全に予測することは、現時点では不可能であるが、揺れの特徴などの概略的把握は可能であろう。揺れの概略的把握であっても設計地震荷重の評価には十分に有用である。なぜならば、1995年兵庫県南部地震による1G近くの大加速度を持つ長周期（1-2秒）パルスの揺れに耐震工学を専門とする多くの技術者が驚かされたことから推察されるように、このような揺れの概略的把握はこれまでの耐震工学の分野ではなされていなかったからである。理論的方法には、難解な数式が現れ、それらには多くのモデルパラメータが介在するため、最終的に求められる地震動波形の信頼性が実務では問題視されがちであるが、この点を解決するにはこれを利用してそれなりに方法の特性を理解するしか方法はないし、解析事例の蓄積によってモデルパラメータの推定も容易になっていく。

理論的方法の利点を示すために、ここでは、周期1秒までの長周期地震動を運動学的断層モデルから作成し、周期0.1秒から1秒までの短周期地震動を半経験的な確率論的モデルから作り、これらをたし合わせて1996年パークフィールド地震（約M5.5）による断層近傍の地震動記録を再現した例を掲載しておく。なお、2章の内容をまとめると以下のようになりこれを2.1で述べる。2.2以降は補足的な内容である。

地震学の分野で発展してきた運動学的断層モデルを工学分野に適用するために、本研究では、Bouchon(1979)の研究を拡張して、半無限地盤の地震波動場に関する解析解を導びく。半無限地盤上の表層地盤の地震動への影響は、表層地盤を水平成層地盤と仮定して剛性マトリックス法によって取り扱う。数値計算の安定性と容易性を実現するために、水平成層地盤の各層に対応する要素剛性マトリックスの解析解を示す。本研究によって提案した定式化の妥当性を既往の厳密解や既往の数値計算結果との比較によって確認する。

工学的応用として、振動数約1Hz以下の長周期領域に対して本研究で提案した解析解とその数値計算プログラムを用いて、Parkfield地震による変位波形、速度波形、加速度波形を計算する。振動数1Hz以上の短周期領域に対しては、地震断層を考慮した確率論

的モデル（3章）によって計算する。これらを合成し、観測記録と比較する。

2.1.2 地震波動場の定式化と検証

半無限地盤の地表面変位 $u(\mathbf{x}, z_0, t)$ は、波数-振動数領域での変位を次式のフーリエ変換によって計算される。

$$u(\mathbf{x}, z_0, t) = \frac{1}{8\pi^3} \iiint u(\boldsymbol{\kappa}, z_0, \omega) e^{i[\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x} - \omega t]} d\boldsymbol{\kappa} d\omega \quad (2.1-2.1)$$

ここに、 $u(\boldsymbol{\kappa}, z_0, \omega)$ は波数-振動数領域での地震動変位を表わす。 $\boldsymbol{\kappa} = (\kappa_x, \kappa_y)$ は x 軸、 y 軸方向の波数を、 ω は振動数を表わす。水平成層地盤の地表面変位は、剛性マトリックス法によって波数-振動数領域での変位を計算し、式(2.1-2.1)のようにそのフーリエ変換から地表面変位の時刻歴を計算する。剛成マトリックスと $u(\boldsymbol{\kappa}, z_0, \omega)$ の解析解は、2.2以降に示す。

Bouchon(1980)は、半無限地盤上に1層の表層地盤がのったときの表層地盤の地表面変位を計算しているのので、これらと比較して、本研究の定式化と計算機プログラムとを検証する。地点 $(x, y) = (28260, 3925)$ での断層直角方向変位を図2.1-1に示す。ただし、変位は断層の変位量で基準化している。

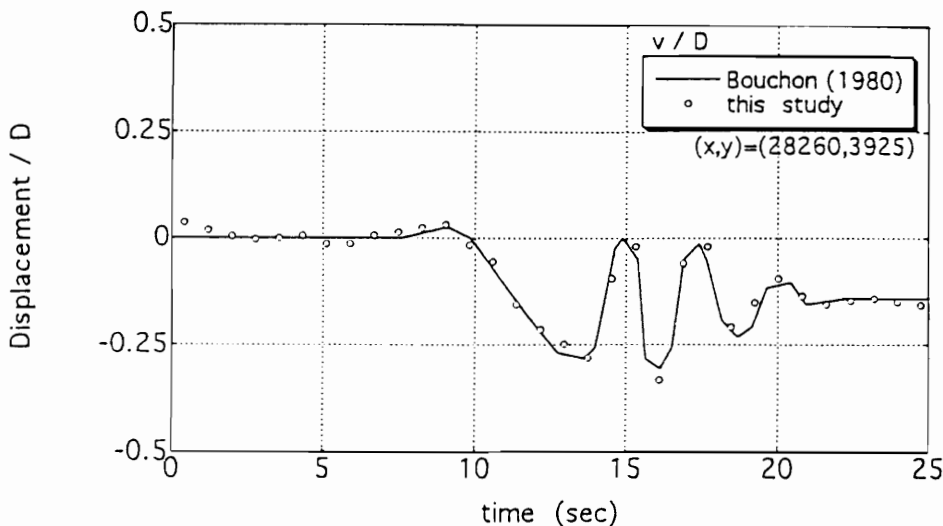


Fig.2.1-1 Bouchon(1980)の結果との比較（断層直交方向基準化変位）

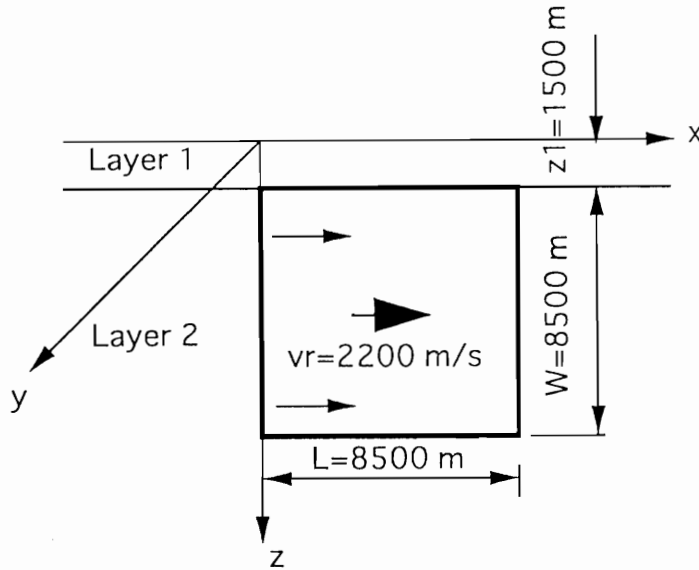


Fig.2.1-2 Parkfield 地震の断層の大きさ と地盤構造 (Bouchon, 1979)

2.1.3 Parkfield 地震

図 2.1-2 に示すように半無限地盤上にある 1 層の表層地盤を考慮した場合の地表面変位、地表面速度、地表面加速度を求める ($0\sim 1.25\text{ Hz}$ を対象とする)。

1966 年 Parkfield 地震の際に断層の破壊終了付近の断層直角方向の約 80m 地点において、断層直角方向の加速度波形が観測されている。この加速度波形と、この加速度波形を積分して求めた速度、変位波形を図 2.1-3 に示す (Housner and Trifunac, 1967)。

図 2.1-4 には、断層モデルから計算で求めた地点 $(x, y) = (7065, 785)$ での直角方向の加速度波形、速度波形、変位波形を示す。

図 2.1-5 は、1Hz 以上の短周期地震波を断層を考慮した確率論的モデル (3 章) で計算し、これを図 2.1-3 の波形と合成したものである。

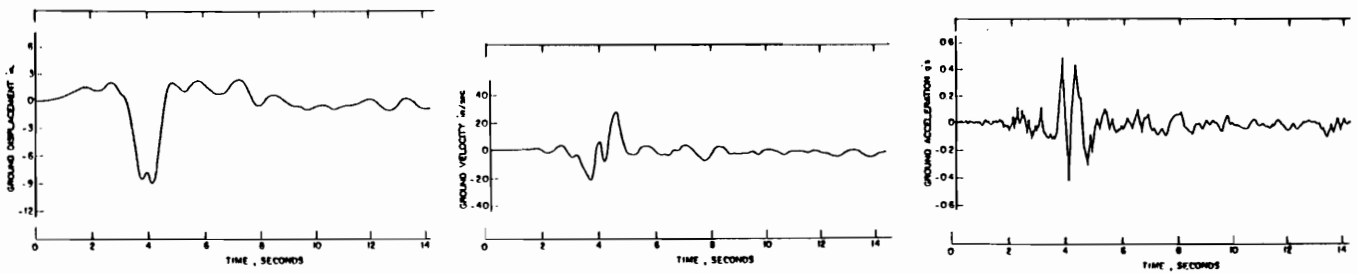


図 2.1-3 Parkfield 地震による観測波形 (Housner and Trifunac, 1967)

(左:変位、中央:速度、右:加速度)

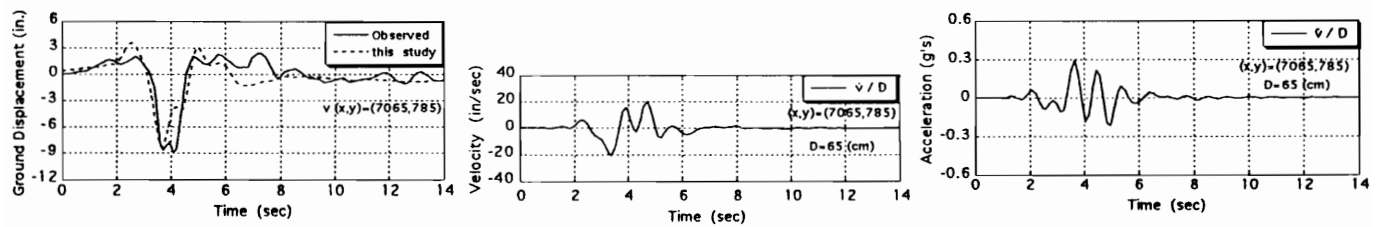


図 2.1-4 運動学的断層モデルによる計算波形

(左:変位、中央:速度、右:加速度) (0~1.25 Hz)

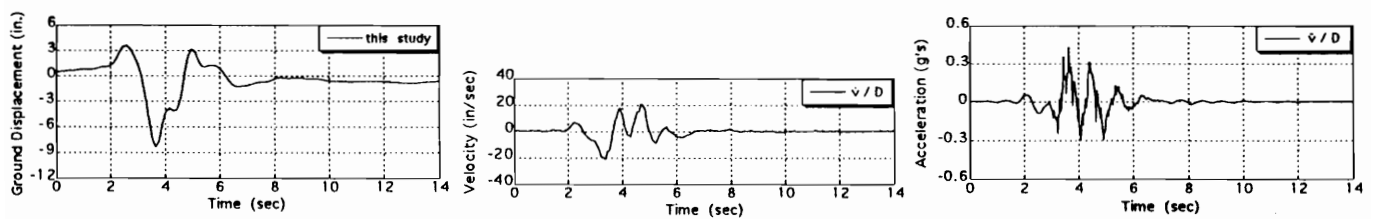


図 2.1-5 運動学的断層モデルにと確率論的モデルの合成波形

(左:変位、中央:速度、右:加速度) (0~10 Hz)

2.1.4 まとめ

- (1) 既往の厳密解や数値計算結果と比較して、本研究の定式化とその計算機プログラムの妥当性を確認した。
- (2) 横ずれ断層である Parkfield 地震 (M5.5) における観測点以外での計算結果から、表層地盤の有無にかかわらず断層の直角方向の揺れが卓越し、断層の破壊伝播方向に位置している点での揺れが強くなること、断層に平行な約 5 km 以内での揺れが強くなることがわかった。
- (3) 加速度においては、断層から S 波が伝わった時間に約 1 秒という周期で非常に大きな振幅を示すことがわかった。
- (4) これらの特徴は 1995 年兵庫県南部地震による地震動の特徴でもあったことより、横ずれ断層による地震動の普遍的特徴であるといえる。
- (5) 約 1Hz 以上の短周期地震動を考慮するために、断層を考慮した確率論的モデルによる波形を運動学的断層モデルによる波形 (0~1.25Hz) にたし合わせて Parkfield 地震の波形と比較した。観測点が断層近のため、この例では、運動学的断層モデルの波形の方が卓越していた。

2.1.5 参考文献

- 1) Aki, K. (1968), Seismic displacements near a fault, *J. Geophys. Res.*, Vol.73, pp.5359-5375.
- 2) Bouchon, M. (1979), Predictability of ground displacement and velocity near an earthquake fault: An example: The Parkfield Earthquake of 1966, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 84, No.B11, pp.6149-6156.
- 3) Bouchon, M. (1980), The motion of the ground during an earthquake, 1. The case of a strike slip fault, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 85, No.B1, pp.356-375.
- 4) Housner, G.W. and Trifunac, M.D. (1967), Analysis of accelerograms-Parkfield Earthquake, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 57, No.6, pp.1193-1220.

2.2 運動学的断層モデルによる半無限地盤の地表面変位に対する振動数・波数領域での解析解

断層を含む半無限地盤上にある水平成層地盤の地表面変位の計算手順と計算式をまとめておく。

(手順1) : 次式によって、半無限地盤の地表面変位 $u_0(z_0)$, $w_0(z_0)$, $v_0(z_0)$ を計算する。

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} u_0(z_0) \\ w_0(z_0) \end{pmatrix} \\ &= \frac{iM_o F(\omega)}{\Delta} 2\nu\gamma \left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2 \cdot \begin{pmatrix} 2\kappa e^{-i\nu(z_0 - z_{so})} & -\frac{1}{\nu} \left(2\kappa^2 - \frac{\omega^2}{C_s^2}\right) e^{-i\gamma(z_0 - z_{so})} \\ \frac{1}{\gamma} \left(2\kappa^2 - \frac{\omega^2}{C_s^2}\right) e^{-i\nu(z_0 - z_{so})} & 2\kappa e^{-i\gamma(z_0 - z_{so})} \end{pmatrix} \\ & \quad \cdot \begin{pmatrix} R_P S_{pm} \\ R_{SV} S_{sm} \end{pmatrix} e^{i(\kappa x' - \omega t)} \end{aligned} \quad (2.2-1)$$

$$\begin{aligned} v_0(z_0) &= iM_o F(\omega) \left\{ -2\kappa R_{S3} - 2\gamma \left(\frac{\kappa_y}{\kappa} R_{S2} + \frac{\kappa_x}{\kappa} R_{S1} \right) \right\} e^{-i\gamma(z_0 - z_{so})} S_{sm} e^{i(\kappa x' - \omega t)} \\ &= M_o F(\omega) 2v_{SH} S_{sm} e^{i(\kappa x' - \omega t)} \end{aligned} \quad (2.2-2)$$

また、

$$\begin{cases} R_{SV} = \frac{\kappa_x}{\kappa} R_{S2} - \frac{\kappa_y}{\kappa} R_{S1} \\ v_{SH} = -i \left\{ \kappa R_{S3} + \gamma \left(\frac{\kappa_y}{\kappa} R_{S2} + \frac{\kappa_x}{\kappa} R_{S1} \right) \right\} e^{-i\gamma(z_0 - z_{so})} \end{cases} \quad (2.2-3)$$

ここに、

$$R_P = i \frac{1}{2\mu \left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[\left\{ -2 \frac{\kappa_x \kappa_y}{\nu} \sin \delta - 2\kappa_x \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ 2\kappa_y \cos 2\delta + \left(\frac{\kappa_y^2 - \nu^2}{\nu} \right) \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right] \quad (2.2-4a)$$

$$R_{S1} = i \frac{1}{2\mu \left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[\left\{ \kappa_x \sin \delta - \frac{\kappa_x \kappa_y}{\gamma} \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ \left(\frac{\kappa_y^2 - \gamma^2}{\gamma} \right) \cos 2\delta - 2\kappa_y \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right] \quad (2.2-4b)$$

$$R_{S2} = i \frac{1}{2\mu \left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[\left\{ -\kappa_y \sin \delta + \left(\frac{\kappa_x^2 - \gamma^2}{\gamma} \right) \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ -\frac{\kappa_x \kappa_y}{\gamma} \cos 2\delta + \kappa_x \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right] \quad (2.2-4c)$$

$$R_{S3} = i \frac{1}{2\mu \left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2} \left[\left\{ \frac{(\kappa_x^2 - \kappa_y^2)}{\gamma} \sin \delta - \kappa_y \cos \delta \right\} \cos \lambda + \left\{ -\kappa_x \cos 2\delta - \frac{\kappa_x \kappa_y}{\gamma} \sin 2\delta \right\} \sin \lambda \right] \quad (2.2-4d)$$

本解析解では、図 2.2-1 に示す 4 つの断層破壊の形式を考えている。

Type1 のすべりに対して：

$$S_{p1} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i(\kappa_x - \frac{\omega}{v_r})L} - 1)(e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \nu \sin \delta)W} - 1)}{(\frac{\omega}{v_r} - \kappa_x)(\kappa_y \cos \delta - \nu \sin \delta)} \quad (2.2 - 5a)$$

$$S_{s1} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i(\kappa_x - \frac{\omega}{v_r})L} - 1)(e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \gamma \sin \delta)W} - 1)}{(\frac{\omega}{v_r} - \kappa_x)(\kappa_y \cos \delta - \gamma \sin \delta)} \quad (2.2 - 5b)$$

Type2 のすべりに対して：

$$S_{p2} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - e^{i\frac{\omega L}{v_r}})(e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \nu \sin \delta)W} - 1)}{(\frac{\omega}{v_r} + \kappa_x)(\nu \sin \delta - \kappa_y \cos \delta)} \quad (2.2 - 5c)$$

$$S_{s2} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - e^{i\frac{\omega L}{v_r}})(e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \gamma \sin \delta)W} - 1)}{(\frac{\omega}{v_r} + \kappa_x)(\gamma \sin \delta - \kappa_y \cos \delta)} \quad (2.2 - 5d)$$

Type3 のすべりに対して：

$$S_{p3} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1)(e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \nu \sin \delta - \frac{\omega}{v_r})W} - 1)}{\kappa_x(\nu \sin \delta - \kappa_y \cos \delta + \frac{\omega}{v_r})} \quad (2.2 - 5e)$$

$$S_{s3} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1)(e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \gamma \sin \delta - \frac{\omega}{v_r})W} - 1)}{\kappa_x(\gamma \sin \delta - \kappa_y \cos \delta + \frac{\omega}{v_r})} \quad (2.2 - 5f)$$

Type4 のすべりに対して：

$$S_{p4} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1)(e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \nu \sin \delta)W} - e^{i\frac{\omega W}{v_r}})}{\kappa_x(\nu \sin \delta - \kappa_y \cos \delta - \frac{\omega}{v_r})} \quad (2.2 - 5g)$$

$$S_{s4} = \frac{1}{LW} \frac{(e^{-i\kappa_x L} - 1)(e^{-i(\kappa_y \cos \delta - \gamma \sin \delta)W} - e^{i\frac{\omega W}{v_r}})}{\kappa_x(\gamma \sin \delta - \kappa_y \cos \delta - \frac{\omega}{v_r})} \quad (2.2 - 5h)$$

ここに、

$$M_o(\omega) = M_o F(\omega) \quad (2.2-6)$$

$$F(\omega) = \begin{cases} \frac{e^{i\omega\tau} - 1}{\omega^2\tau} + \pi\delta(\omega) & \text{傾斜関数モデル} \\ \frac{1}{\omega^2\tau} \frac{(i\omega\tau - \omega^2\tau^2)}{(2 + \omega^2\tau^2)} + \pi\delta(\omega) & \text{指数関数モデル} \end{cases} \quad (2.2-7)$$

$$M_o = \mu L W D_o \quad (2.2-8)$$

(手順2) : 半無限地盤上にある水平成層地盤の地表面変位を計算する場合には、(手順4) に飛ぶ。半無限地盤の地表面変位 $u(z_0)$, $v(z_0)$, $w(z_0)$ は、次式から計算する。

$$\begin{cases} u(z_0) = \frac{\kappa_x}{\kappa} u_0(z_0) - \frac{\kappa_y}{\kappa} v_0(z_0) \\ v(z_0) = \frac{\kappa_y}{\kappa} u_0(z_0) + \frac{\kappa_x}{\kappa} v_0(z_0) \\ w(z_0) = w_0(z_0) \end{cases} \quad (2.2-9)$$

(手順3) : 半無限地盤の地表面変位 $u(\mathbf{x}, z_0, t)$, $v(\mathbf{x}, z_0, t)$, $w(\mathbf{x}, z_0, t)$ は、手順2 で求めた変位を次式のフーリエ変換によって計算する。

$$u(\mathbf{x}, z_0, t) = \frac{1}{8\pi^3} \int \int \int u(\boldsymbol{\kappa}, z_0, \omega) e^{i[\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x} - \omega t]} d\boldsymbol{\kappa} d\omega \quad (2.2-10a)$$

$$v(\mathbf{x}, z_0, t) = \frac{1}{8\pi^3} \int \int \int v(\boldsymbol{\kappa}, z_0, \omega) e^{i[\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x} - \omega t]} d\boldsymbol{\kappa} d\omega \quad (2.2-10b)$$

$$w(\mathbf{x}, z_0, t) = \frac{1}{8\pi^3} \int \int \int w(\boldsymbol{\kappa}, z_0, \omega) e^{i[\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x} - \omega t]} d\boldsymbol{\kappa} d\omega \quad (2.2-10c)$$

(手順4) : 水平成層地盤の地表面変位は、2.3 節で示す剛性マトリックス法によって計算し、手順3 のようにそのフーリエ変換から地表面変位の時刻歴を計算する。

なお、上式において、 ω は円振動数 (rad/sec)、 κ_x, κ_y は、 x 軸、 y 軸方向の波数 (rad/m) を表わす。 ν, γ は、次式で与えられる z 軸方向の複素波数 (rad/m) を表わす。

$$\nu = \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_p}\right)^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2} \quad I_m \nu \geq 0 \quad (2.2-11a)$$

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_s}\right)^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2} \quad I_m \gamma \geq 0 \quad (2.2-11b)$$

複素波数 ν, γ の虚数部が正という条件式 ($I_m \nu \geq 0, I_m \gamma \geq 0$) は、 $z \rightarrow \pm\infty$ において波の振幅が零となるための条件式である。

ここで、媒質の材料減衰特性を導入する。このためには、P波、S波の速度は、次式のような複素速度で表わすものとする。

$$C_p = C_{po}(1 - iD) \tag{2.2-12a}$$

$$C_s = C_{so}(1 - iD) \tag{2.2-12b}$$

$$D = \frac{1}{2Q} \tag{2.2-12c}$$

ここに、 C_{po}, C_{so} は弾性体におけるP波、S波の速度を表す。 D は媒質の材料減衰定数で、複素せん断剛性 μ と弾性せん断剛性 μ_0 との間に次式の関係が成立する。

$$\mu = \mu_0(1 - i2D) \tag{2.2-12d}$$

式(2.2-12C)の Q は、波動の減衰因子を表わす。式(2.2-12)において、 $-iD$ の負の記号は、時間項 $-i\omega t$ の負の記号に対応しており、時間項を $+i\omega t$ とする場合には、 $+iD$ に変更しなければならない。

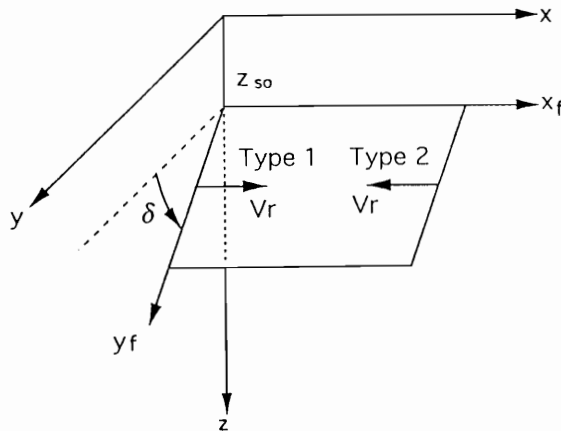


Fig.2.2-1a 断層のすべりの定義 (Type 1 and 2)

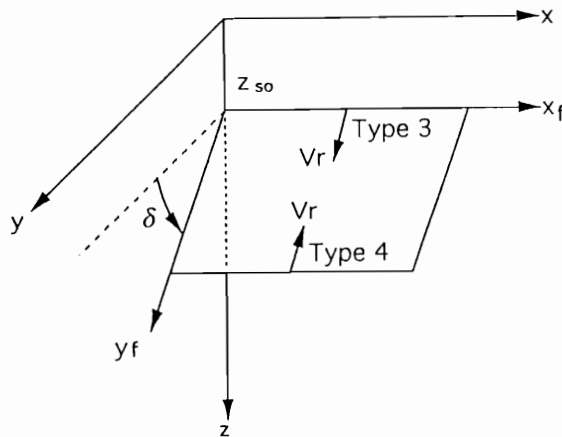


Fig.2.2-1b 断層のすべりの定義 (Type 3 and 4)

SH 波の要素剛性マトリックス :

$$\begin{pmatrix} -\tau_{zy'}(z_m) \\ \tau_{zy'}(z_{m+1}) \end{pmatrix} = [\mathbf{K}_{SH}] \begin{pmatrix} v_0(z_m) \\ v_0(z_{m+1}) \end{pmatrix} \quad (2.3-2a)$$

ここに、

$$\mathbf{K}_{SH} = \frac{\mu\gamma}{\sin \gamma h} \begin{pmatrix} \cos \gamma h & -1 \\ -1 & \cos \gamma h \end{pmatrix} \quad (2.3-2b)$$

SH 波における半無限地盤の剛性マトリックス :

$$\mathbf{K}_{SH}^{Half} = -i\mu\gamma \quad (2.3-2c)$$

P-SV 波における剛性マトリックスは、対象とするために z 軸方向の外力と変位に虚数単位 (i) を乗じ、次式のように定義する。

$$\begin{pmatrix} P_1(z_m) \\ iR_1(z_m) \\ P_2(z_{m+1}) \\ iR_2(z_{m+1}) \end{pmatrix} = \frac{1 + \frac{\gamma^2}{\kappa^2}}{\Delta} \mu\kappa \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(z_m) \\ iw_1(z_m) \\ u_2(z_{m+1}) \\ iw_2(z_{m+1}) \end{pmatrix} \quad (2.3-3a)$$

ここに、

$$\Delta = 2(1 - \cos \nu h \cos \gamma h) + \left(\frac{\kappa^2}{\nu\gamma} + \frac{\nu\gamma}{\kappa^2} \right) \sin \nu h \sin \gamma h \quad (2.3-3b)$$

$$K_{11} = \frac{\nu}{\kappa} \left(\sin \nu h \cos \gamma h + \frac{\kappa^2}{\nu\gamma} \cos \nu h \sin \gamma h \right)$$

$$K_{12} = (1 - 2A_0)(1 - \cos \nu h \cos \gamma h) + \left(B_0 \frac{\kappa^2}{\nu\gamma} - A_0 \frac{\nu\gamma}{\kappa^2} \right) \sin \nu h \sin \gamma h$$

$$K_{13} = -\frac{\nu}{\kappa} \left(\sin \nu h + \frac{\kappa^2}{\nu\gamma} \sin \gamma h \right)$$

$$K_{14} = -(\cos \nu h - \cos \gamma h)$$

$$K_{21} = K_{12} = (1 - 2A_0)(1 - \cos \nu h \cos \gamma h) + \left(B_0 \frac{\kappa^2}{\nu\gamma} - A_0 \frac{\nu\gamma}{\kappa^2} \right) \sin \nu h \sin \gamma h$$

$$K_{22} = \frac{\kappa}{\nu} \left(\sin \nu h \cos \gamma h + \frac{\nu\gamma}{\kappa^2} \cos \nu h \sin \gamma h \right)$$

$$K_{23} = (\cos \nu h - \cos \gamma h)$$

$$K_{24} = -\frac{\kappa}{\nu} \left(\sin \nu h + \frac{\nu\gamma}{\kappa^2} \sin \gamma h \right)$$

$$K_{31} = K_{13} = -\frac{\nu}{\kappa} \left(\sin \nu h + \frac{\kappa^2}{\nu\gamma} \sin \gamma h \right)$$

$$\begin{aligned}
K_{32} &= K_{23} = (\cos \nu h - \cos \gamma h) \\
K_{33} &= \frac{\nu}{\kappa} \left(\sin \nu h \cos \gamma h + \frac{\kappa^2}{\nu \gamma} \cos \nu h \sin \gamma h \right) \\
K_{34} &= -(1 - 2A_0)(1 - \cos \nu h \cos \gamma h) - \left(B_0 \frac{\kappa^2}{\nu \gamma} - A_0 \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} \right) \sin \nu h \sin \gamma h \\
K_{41} &= K_{14} = -(\cos \nu h - \cos \gamma h) \\
K_{42} &= K_{24} = -\frac{\kappa}{\nu} \left(\sin \nu h + \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} \sin \gamma h \right) \\
K_{43} &= K_{34} = -(1 - 2A_0)(1 - \cos \nu h \cos \gamma h) - \left(B_0 \frac{\kappa^2}{\nu \gamma} - A_0 \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} \right) \sin \nu h \sin \gamma h \\
K_{44} &= \frac{\kappa}{\nu} \left(\sin \nu h \cos \gamma h + \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} \cos \nu h \sin \gamma h \right) \quad (2.3 - 3c)
\end{aligned}$$

P-SV 波における半無限地盤の剛性マトリックスは、この場合も対象とするために z 軸方向の外力と変位に虚数単位 (i) を乗じ、次式のように定義する。

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ iR_1 \end{pmatrix} = \frac{1 + \frac{\gamma^2}{\kappa^2}}{1 + \frac{\nu \gamma}{\kappa^2}} \mu \kappa \begin{pmatrix} -i \frac{\nu}{\kappa} & B_0 - A_0 \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} \\ B_0 - A_0 \frac{\nu \gamma}{\kappa^2} & -i \frac{\gamma}{\kappa} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ iw_1 \end{pmatrix} \quad (2.3 - 3d)$$

