

---

# 移流項を含む反応拡散方程式による 集合パターンの漸近解析

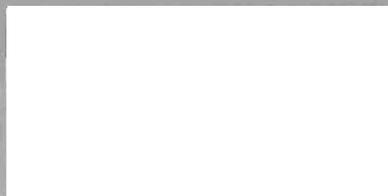
---

(研究課題番号 15540128)

平成 15 年度～平成 16 年度科学研究費補助金 (基盤研究 (C) (2))

研究成果報告書

平成 17 年 3 月



研究代表者 辻川 亨

(宮崎大学工学部)

## はしがき

本報告書は平成 15 年度～平成 16 年度科学研究費補助金  
基盤研究 (C) (2)

「移流項を含む反応拡散方程式による集合パターンの漸近解析」

(研究課題番号 15540128)

の研究成果報告書である。

本研究の研究組織及び研究経費は次の通りであった。

### 研究組織

研究代表者： 辻川 亨 (宮崎大学・工学部)

研究協力者： 仙葉 隆 (宮崎大学・工学部)

壁谷 喜継 (宮崎大学・工学部)

八木 厚志 (大阪大学大学院工学研究科)

中木 達幸 (九州大学大学院数理学研究院)

交付決定額 (配分額) (金額単位：千円)

	直接経費	間接経費	合計
平成 15 年度	1,900	0	1,900
平成 16 年度	1,000	0	1,000
総計	2,900	0	2,900

## 第 1 部 研究課題報告

## 研究課題

「移流項を含む反応拡散方程式による集合パターンの漸近解析」

## 研究概要

次の 2 つのモデル方程式の理論解析と数値シミュレーションを中心に最近研究してきました。1 つ目は、Budrene と Berg (Nature, 1991) が得たある種の細胞性粘菌の時間・空間パターンに刺激されて、三村と辻川が走化性を持つ生物が同じ時間スケールで増殖するモデル(CG モデルと呼ぶ) (有名な Keller-Segel モデルは増殖しない場合) として 1993 年に提唱したものである。次に、Mikhailov のグループが 1998 年に提唱したが金属触媒反応 ( $\text{CO} + \text{O} \rightarrow \text{CO}_2$ ) をモデル化した方程式 (AD モデルと呼ぶ) である。

### 1. 反応拡散方程式の定常解と安定性に関する研究：

CG モデル方程式は双安定な増殖項を持つことと拡散係数が十分小さいことから、適当な初期値に対して層分離が起こり界面を形成する。この界面を記述する (界面) 方程式を用いて、軸対称定常解、進行波解の存在と安定性を議論してきた。この方法を用いて、2 次元帯状領域で平面進行波解 (1 次元進行波解を一様に拡張した解) の安定性を示した。その場合に、安定性を決める (臨界) 固有値の (拡散係数に対応する) 十分小さいパラメータに関する漸近展開から、不安定な最大波長モードがパラメータの  $1/3$  乗に比例することも示した。

この問題についての数値シミュレーションから、理論結果の通り初期時間では界面付近で多数モードの不安定化が起こるが、次の時間スケールでモード選択により数本の棒状パターンが出現する。また、初期値と走化性の強さに依存して、先割れ現象が起こり、結果三叉交差を持つ進行波解の存在が示唆された。そこで、界面方程式を用いて進行波解の近似解を構成し、速度と走化性の強さを表す定数との関係が数値計算で得られたものと同じ性質を持つことを示した。

### 2. 反応拡散方程式の大域解と指数アトラクターに関する研究：

AD モデルについて、1 次元有界区間、周期境界条件の下で、大域解と指数アトラクターの存在を証明した。この場合、周期条件を満たす関数を含む関数空間の下で、ベキ作用の定義域を特徴付ける必要がある。また、2 次元平面全体、無限遠方で定数定常解に近づくという境界条件の下で、大域解の存在を示したが指数アトラクターの存在については未解決である。

2 次元有界領域の場合、境界が  $C^3$  の滑らかさを持つことを仮定してきたが、領域が凸又は境界が  $C^2$  の滑らかさを持つ場合にも、ノイマン境界条件の下で時間大域解の存在、一意性と指数アトラクターの存在を示した。これは Squeezing property の代わりに半群の compact smoothing property を用いることで証明した。

CD モデルについて、2 次元有界領域、ノイマン境界条件の下で、大域解と有限次元指数

アトラクターの存在を示した。この場合、増殖項は値が十分大きいところでは2乗ベキ、走化性を記述する感度関数は原点を含めて3階の連続微分可能関数を仮定した。一方、走化性のモデルとして扱われる感度関数の中には原点で特異性を持つものがある。この関数について、特異性のない関数の極限として扱うことにより大域解の存在を示すことが出来るが、指数アトラクターの存在を示すことは出来なかった。しかし、初期値があるノルムに関して小さい場合は零解に漸近し、そうでない場合は空でない $\omega$ 極限集合を持つことを示した。

#### 研究発表

研究代表者：辻川 亨（宮崎大学・工学部）

#### 論文：

- Yasuhiro Takei, Messoud Efendief, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, Exponential attractor for an adsorbate-induced phase transition model in nonsmooth domain, submitted to Osaka J. Math.
- Masashi Aida, Koichi Osaki, Tohru Tsujikawa, Atsushi Yagi and Masayasu Mimura, Chemotaxis and growth system with singular sensitivity function, J. Nonlinear Analysis, Series B, 6, 323-336, 2004
- Yasuhiro Takei, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, Numerical computations and pattern formation for adsorbate-induced phase transition model, Scientiae Mathematicae Japonicae, 2004
- Yasuhiro Takei, Koichi Osaki and Tohru Tsujikawa, “Global solution to a reaction diffusion phase transition system in  $R^2$ ”, Adv. Math. Sci. Appl. 14, 2004
- Yasuhiro Takei, Koichi Osaki, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, “Exponential attractor for an adsorbate-induced phase transition model with periodic boundary conditions”, to appear in “Differential equations and applications”, Vol. 4, Nova Sci. Pub. Inc. (2004)
- Tohru Tsujikawa, “Singular limit analysis of aggregating patterns in chemotaxis-growth model”, Koukyuroku of RIMS 1330, 149-160, 2003

#### 口頭発表：

- 走化性モデルの2次元パターンとその界面運動について”富山大学理学部談話会、2005年2月15日
- “光制御されたBZ反応系における進行波解について”,Kuju Workshop on Applied and Numerical Analysis, 2004年5月28日
- “Global solution to a reaction diffusion phase transition system in  $R^2$ ”, 日本数学会年会、2004年3月31日
- “Pattern selection in a reaction diffusion system with advection”, Hakozaiki

Workshop on applied and numerical analysis, 2004 年 1 月 21 日

- “Mathematical modeling of pattern formation in bacterial populations”,  
Strukturbildung in Chemie und Biophysik”, Salzwedel in Germany, 2003 年 9 月 29  
日

“特異性のある感度関数を含む走化性モデル方程式の大域解について”、研究集会“材料科学  
におけるパターン形成の数理”、広島大学学士会館、2003 年 8 月 27 日

研究分担者：

仙葉 隆（宮崎大学・工学部）

論文：

- Takasi Senba and Takashi Suzuki, Chemotactic collapse of radial solutions to  
 $J^{\alpha}$ -Luckhaus system, *Advances in Mathematics Sciences and Applications*, 14,  
241-250, 2004
- Takasi Senba and Takashi Suzuki, Blowup behavior of solutions to the rescaled  
 $J^{\alpha}$ -Luckhaus system, *Advances in Differential Equations*, 8, 787-820, 2003

著作：

- Takasi Senba and Takashi Suzuki, *Applied Analysis*, 2004, Imperial College Press

壁谷 喜継（宮崎大学・工学部）

論文：

- Yoshitugu Kabeya and Eiji Yanagida, Uniqueness and profile of solutions to a  
superlinear elliptic equation, *Adv. Differential Equations*, 9, 771-796, 2004
- Yoshitugu Kabeya, Asymptotic behaviors of least-energy solutions to Matukuma  
type equations with an inverse square potential, *Hiroshima Math. J.* 33, 87-111,  
2003

八木 厚志（大阪大学大学院工学研究科）

論文：

- Yasuhiro Takei, Messoud Efendief, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, Exponential  
attractor for an adsorbate-induced phase transition model in nonsmooth domain,  
submitted to *Osaka J. Math.*
- Masashi Aida and Atsushi Yagi, Global stability of approximation for exponential  
attractor, *Funkcial. Ekvac.* 2004
- Messoud Efendief and Atsushi Yagi, Quasilinear abstract parabolic evolution  
equations and exponential attractor, *Osaka J. Math* 2005
- Masashi Aida, Koichi Osaki, Tohru Tsujikawa, Atsushi Yagi and Masayasu Mimura,

Chemotaxis and growth system with singular sensitivity function, *J. Nonlinear Analysis, Series B*, 6, 323-336, 2004

- Yasuhiro Takei, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, Numerical computations and pattern formation for adsorbate-induced phase transition model, *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 2004
- Yasuhiro Takei, Koichi Osaki, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, “Exponential attractor for an adsorbate-induced phase transition model with periodic boundary conditions”, to appear in “Differential equations and applications”, Vol. 4, Nova Sci. Pub. Inc. (2004)

中木 達幸 (九州大学大学院数理学研究院)

論文：

- Toshitaka Nagai and Tatsuyuki Nakaki, Stability of constant steady states and existence of unbounded solutions in time to a reaction-diffusion equation modelling chemotaxis, *Nonlinear Analysis*, 58, 657-681, 2004
- Hideki Murakawa and Tatsuyuki Nakaki, A singular limit method for the Stefan problem, in “Numerical Mathematics and Advanced Applications, Proceedings of the 5th European Conference on Numerical Mathematics and Advanced Applications, 651-657, 2004, Springer-Verlag
- Hideki Murakawa and Tatsuyuki Nakaki, A singular limit approach to moving boundary problems and its applications, *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, 52, 255—260, 2003