
反応拡散方程式の縮約系とそれに関わる 漸近解析

(研究課題番号17540125)

平成17年度～平成19年度科学研究費補助金(基盤研究(C)(2))

研究成果報告書

平成**20**年3月

研究代表者 辻川 亨

(宮崎大学工学部)

はしがき

本報告書は平成17年度～平成19年度科学研究費補助金
基盤研究 (C) (2)

「反応拡散方程式の縮約系とそれに関わる漸近解析」

(研究課題番号17540125)

の研究成果報告書である。

本研究の研究組織及び研究経費は次の通りであった。

研究組織

研究代表者： 辻川 亨 (宮崎大学)

研究分担者： 仙葉 隆 (宮崎大学、九州工業大学)

壁谷 喜継 (宮崎大学、大阪府立大学)

矢崎 成俊 (宮崎大学)

八木 厚志 (大阪大学)

中木 達幸 (広島大学)

交付決定額（配分額）（金額単位：千円）

	直接経費	間接経費	合計
平成 17 年度	1,100	0	1,100
平成 18 年度	900	0	900
平成 19 年度	900	270	1,170
総計	2,900	270	3,170

第1部 研究課題報告

研究発表記録：

研究代表者：辻川 亨

講演及び発表記録：

1. “Interactive dynamics of two interfaces in a reaction diffusion system”、研究集会「非線形発展方程式と現象の数理解析」数理解析研究所、2007年10月23日
2. “Spatial patterns in reaction diffusion system with advection” Mini workshop on pattern formation in reaction-diffusion system with advection, Czech Technical University in Prague, Czech 2007年9月11日—9月12日
3. “Pattern formation in a chemotaxis-diffusion-growth model”, Seminar Mathematische modellierung biologischer systeme, Max Planck Institute for mathematics in the Science, 2007年3月19日
4. “Steady-state bifurcation in a chemotaxis-diffusion-growth model”, 第24回九州における偏微分方程式研究集会、九州大学国際ホール、2007年1月30日
5. “Stripe and hexagonal patterns in an advection-reaction-diffusion system,”研究集会“散逸系におけるパターン形成問題”、京都大学数理解析研究所、2006年10月17日
6. “Singular limit analysis to higher dimensional patterns of chemotaxis growth system”、研究集会“現象の数理解析モデルと発展方程式”数理解析研究所、2005年10月20日
7. “Singular limit approach to higher dimensional patterns in chemotaxis growth model”, 国際数理解析科学協会年会研究集会“物理・工学における非線形問題”、大阪大学、2005年9月8日
8. “Pattern dynamics of chemotaxis-growth model in 2 dimensional domain”, MSJ-IRI 2005, “Asymptotic Analysis and Singularity”, 仙台 2005年7月26日

論文：査読あり

1. Le Huy Chuan, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, Stationary solutions to forest kinematic model, to appear in Glasg. Math. J.
2. Kousuke Kuto and Tohru Tsujikawa, Pattern formation for adsorbate-induced phase transition model, RIMS Kokyuroku Bessatsu B3 43-58, 2007.
3. Tohru Tsujikawa, Interfacial analysis to a chemotaxis model equation with growth in three dimensions, Advanced Studies in Pure Mathematics 47-2, 785-805, 2007.
4. Ysaihiro Takei, Koichi Osaki, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, “Exponential attractor for an adsorbate-induced phase transition model with periodic boundary

- conditions”, eds. Y. J. Cho, J. K. Kim and S. S. Dragomir in “Differential Equations and Applications”, Vol. 4, Nova Sci. Pub. Inc., 113-132 (2007)
5. Le Huy Chuan, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, Asymptotic behaviour of solutions for forest kinematic model, *Funkcial. Ekvac*, 49 (3), 427-449, 2006.
 6. Mitsuo Funaki, Masayasu Mimura and Tohru Tsujikawa, Travelling front solutions arising in a chemotaxis-growth model, *Interfaces and Free Boundaries*, 8 (2), 223-245, 2006.
 7. Masashi Aida, Tohru Tsujikawa, Messoud Effendiev, Atsushi Yagi and Masayasu Mimura, Lower estimate of attractor dimension for chemotaxis growth system, *Journal of the London Mathematical Society*, 74 (2), 453-474, 2006.
 8. Yasuhiro Takei, Messoud Efendief, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, “Exponential attractor for an adsorbate-induced phase transition model in nonsmooth domain”, *Osaka J. Math*, 43 (1), 215-237, 2006.
 9. Masashi Aida, Koichi Osaki, Tohru Tsujikawa, Atsushi Yagi and Masayasu Mimura, “Chemotaxis and growth system with singular sensitivity function”, *J. Nonlinear Analysis, Real World Applications*, 6 (2), 323-336, 2005.
 10. Yasuhiro Takei, Tohru Tsujikawa and Atsushi Yagi, “Numerical computations and pattern formation for adsorbate-induced phase transition model”, *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 61 (3), 525-534, 2005.

査読なし（講究録を含む）

1. Tohru Tsujikawa, “Singular limit analysis to higher dimensional patterns of a chemotaxis growth system”, *Koukyuroku of RIMS* 1475, 139-148, 2006

投稿論文：

1. Tatsunari Sakurai, Tohru Tsujikawa, and Koichi Osaki, Kinematic model of propagating arc-like segments with feedback, Submitted to *Physica D*.
2. M. Bene, M. Kimura, P. Pau, D. Sevcovic, T. Tsujikawa, S. Yazaki, Application of a curvature adjusted method in image segmentation, Submitted to *Bulletin of the Institute of Mathematics, Academia Sinica New Series*.

研究分担者：仙葉 隆

講演及び発表記録：

1. 仙葉 隆、内藤 雄基、走化性方程式の自己相似解の性質について、日本数学会九州支部会年会、宮崎大学 教育文化学部、宮崎、2007年10月13日。

2. 仙葉 隆、ある放物型一楕円型方程式系の爆発解について、解析月曜セミナー（東北大理学部数学教室）、東北大学理学研究科数学専攻、仙台、2007年6月25日。
3. 仙葉 隆、走化性方程式系の解の爆発について、非線形数理 冬の学校「発展方程式系の解の挙動」-- 拡散方程式理論の最先端 --、東京工業大学、東京、2006年12月13日～15日。
4. Takasi Senba, Blowup of solutions to a parabolic-elliptic system related to biology, 2nd Euro-Japanese Workshop on Blow-up, El Escorial, Madrid, Spain, September 4-8, 2006.
5. 仙葉 隆、溝口 紀子、単純化された走化性方程式系の球対称な複数回爆発解の存在について、日本数学会年会、中央大学(東京)、2006年3月26日～29日。
6. 仙葉 隆、溝口 紀子、単純化された走化性方程式系の球対称な Type II 爆発解の存在について、日本数学会年会、中央大学(東京)、2006年3月26日～29日。
7. Takasi Senba, Blowup solutions to some systems related to biology "Asymptotic Analysis and Singularity", 仙台国際センター、2005年7月18日～27日。

論文：査読あり

1. T. Senba, Blowup solutions to Keller-Segel system and its simplified system, Banach Center Publications, Vol. 74 (2006), pp 199-203.
2. N. Mizoguchi and T. Senba, Type II Blowup Solutions to a Simplified chemotaxis system, Advances in Mathematics Sciences and Applications, 17 (2) (2007), 505-545.
3. T. Senba, Type II Blowup of Solutions to a Simplified Keller-Segel System in Two Dimensional Domains, Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications, 66 (2007), 1817-1839.
4. T. Senba, A fast blowup solution to an elliptic-parabolic system related to chemotaxis, Advances in Differential Equations, 11 (9) (2006), 981-1030.
5. T. Senba, Blowup behavior of radial solutions to Jäger-Luckhaus system in high dimensional domains, Funkcial. Ekvac., 48 (2) (2005), 247-71.

研究分担者：壁谷 喜継

講演及び発表記録：

1. Y. Kabeya, "Fundamental Properties of Bifurcation Diagrams Arising in Scalar-field Type Equations", International Conference on Nonlinear Analysis, Hsinchu, Taiwan, 2006年11月。

2. Y. Kabeya, "Imperfect Bifurcations arising in a nonlinear elliptic equation on a spherical cap", 数理解析研究所研究集会「非線形発展方程式と現象の数理」2007年10月.
3. Y. Kabeya "Decay estimates of the derivatives of the solutions of the heat equations and related topics", 数理解析研究所研究集会「変分法とその周辺」2006年6月.

論文：査読あり

1. Yoshitsugu Kabeya, "Perturbation of structures of radial solutions to elliptic equations", *Advanced Studies in Pure Mathematics*, 47 (2), 589-599, 2007.
2. Kazuhiro Ishige, Yoshitsugu Kabeya, "Decay rates of the derivatives of the solutions of the heat equations in the exterior domain of a ball", *Journal of Mathematical Society of Japan*, 59 (3), 861-898, 2007.
3. Yoshitsugu Kabeya, Hiroshi Morishita, "Multiplicity of positive radial solutions to a higher dimensional scalar-field equation involving the critical Sobolev exponent under the Robin condition", *Funkcialaj Ekvacioj*, 46 (3), 469-503, 2006.
4. Yoshitsugu Kabeya, "Multiplicity of solutions to a scalar-field equation involving the Sobolev critical exponent with the Robin condition", *Advances in Differential Equations*, 16 (1), 189-209, 2006.
5. Yoshitsugu Kabeya, "Behaviors of solutions to a scalar-field equation involving the critical Sobolev exponent with the Robin condition", *Discrete and Continuous Dynamical Systems*, 14 (1), 117-134, 2006.
6. Yoshitsugu Kabeya, "Multiplicity of solutions to a scalar-field equation involving the Sobolev critical exponent with the Robin condition", *Advances in Differential Equations*, 10 (10), 1111-1129, 2005.

研究分担者：矢崎 成俊

講演及び発表記録：

1. S. Yazaki, "Introduction to the Grayson's convexity theorem", the series of four lectures CTU in Prague, 2007年12月4, 6, 11, 13.
2. M. Benevs, M. Kimura and S. Yazaki, "Computational aspects on general area-preserving motion of polygonal curves in the crystalline setting", Slovak-Austrian Mathematical Congress at Podbanske, 2007年9月20日.
3. S. Yazaki, "Numerical computation on curvature flows and a Hele-Shaw flow", *Matematika na vysokychvskoach at Herbertov*, 2007年9月4日.
4. D. vSevcovic, S. Yazaki, "A redistribution method of points taking into account the

shape of curve by using the crystalline tangential velocity in curvature flow equations”, Equadiff 07, Minisymposia: PDE models of interface evolution and applications at Vienna University of Technology, 2007 年 8 月 10 日.

5. T. Ishiwata, S. Yazaki, “Application of an area-preserving crystalline curvature flow - modeling of the formation of negative ice crystals produced by freezing internal melt figures”, Weekly seminar on numerical methods for nonlinear PDEs at Slovak University of Technology, 2007 年 6 月 13 日.
6. T. Ishiwata and S. Yazaki, “On modelling the formation of negative ice crystals produced by freezing of internal melt figures”, Seminar of the Necas Center for Mathematical Modeling, 2007 年 5 月 30 日.
7. T. K. Ushijima, S. Yazaki, “Crystalline curvature flow equations I - mathematical aspects and a modelling perspective”, Part I talk in the series of two talks with Takeo K. USHIJIMA, East-Asia Workshop on Pattern Formations and Reaction-Diffusion Systems at Chinese University of Hong Kong, 2006 年 12 月 15 日.
8. T. Ishiwata, S. Yazaki, “Towards modelling the formation of negative ice crystals or vapor figures produced by freezing of internal melt figures”, Symposium on Mathematical Models of Phenomena and Evolution Equations, 京都大学数理解析研究所, 2006 年 10 月 18 日.
9. S. Yazaki, “Asymptotic behavior of solutions to an area-preserving motion by crystalline curvature”, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics 2006 at FNSPE CTU in Prague, 2006 年 9 月.
10. S. Yazaki, “On the tangential velocity arising in a crystalline approximation of evolving plane curves”, First Slovak-Japan workshop on Computational Mathematics at Bratislava and Kocovce chateau, Slovakia, 2006 年 9 月.
11. S. Yazaki, “Introduction to an area-preserving crystalline curvature flow equation”, the series of two lectures CTU in Prague, 2006 年 9 月 4, 6 日.
12. S. Yazaki, “Numerical simulation of an area-preserving crystalline curvature flow”, The First CJK Joint Conference on Num. Math. at Sapporo Convention Center, 2006 年 8 月 3 日.
13. S. Yazaki, “Talk on various kinds of “easy” experimentation, and towards modelling the motion of rising air bubbles in a Hele-Shaw cell”, Autumn School of Applied Analysis Seminar 2005 at Kusatsu Seminar House, 2005 年 10 月 15 日.
14. M. Kawaguchi, T. K. Ushijima, S. Yazaki, “Towards modelling the motion of rising air bubbles in a Hele-Shaw cell”, The 2nd Czech-Japanese Seminar in Appl. Math. at Kuju Training Center, 2005 年 9 月 15 日.

論文：査読あり

1. S. Yazaki, "On the tangential velocity arising in a crystalline approximation of evolving plane curves", To appear in *Kybernetika* (2007).
2. S. Yazaki, "An area-preserving motion by crystalline curvature", To appear in *Kybernetika* (2007).
3. C. Hirota, T. Ishiwata, S. Yazaki, "Numerical study and examples on singularities of solutions to anisotropic crystalline curvature flows of nonconvex polygonal curves", *Proceedings of MSJ-IRI 2005 "Asymptotic Analysis and Singularity"* (Sendai, 2005); To appear in *Advanced Studies in Pure Mathematics (ASPM)*.
4. S. Yazaki, "Motion of nonadmissible convex polygons by crystalline curvature", *Publications of Research Institute for Mathematical Sciences*, 43, 155-170, 2007.

論文：査読なし

1. T. Ishiwata, S. Yazaki, "Towards modelling the formation of negative ice crystals or vapor figures", *Symposium on Mathematical Models of Phenomena and Evolution Equations, Koukyuroku of RIMS 1542*, 1-11, 2007.
2. T. K. Ushijima, S. Yazaki, "Towards modelling the motion of rising air bubbles in a Hele-Shaw cell", *Proceedings of Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics 2005*, 146-152, COE Lect. Note 3, Kyushu Univ. The 21 Century COE Program, Fukuoka (2006). C. Hirota, T. Ishiwata, S. Yazaki, "Note on the asymptotic behavior of solutions to an anisotropic crystalline curvature flow", *Recent Advances on Elliptic and Parabolic Issues (Editors: Michel Chipot and Hirokazu Ninomiya)*, *Proceedings of the 2004 Swiss-Japan Seminar*, World Scientific (2006) 129-143.
3. C. Hirota, T. Ishiwata, S. Yazaki, "Some results on singularities of solutions to an anisotropic crystalline curvature flow", *Proceedings of the Third Polish-Japanese Days (Chiba, 2004)*, *GAKUTO Internat. Ser. Math. Sci. Appl.* 23, 119-128, 学校図書, 2005.
4. 牛島健夫、矢崎成俊, "Hele-Shaw セル中を浮上する一つの泡のダイナミクスのシミュレーション", *Koukyuroku of RIMS 1453*, 73-84, 2005.

研究分担者：八木厚志

講演及び発表記録：

1. A. Yagi, Mathematical structure for forest kinematic model, Meeting on "Direct, Inverse and Control Problems for PDE's", Rome, June 25-28, 2007.

2. 八木厚志・Gianluca Mola, メモリー効果を含む森林動態モデルの力学系構成, 京都大学数理解析研究所研究集会「非線形発展方程式と現象の数理」, 10月22-24日, 2007年.
3. A. Yagi, Free boundary problem in forest model, International Conference "Free Boundary Problems in Chiba 2007", Chiba, November 26-30, 2007.
4. A. Yagi, Exponential attractor for Lotka-Volterra competitive system with cross diffusion, 6th International Conference AIMS "Dynamical Systems, Differential Equations and Applications", Poitiers, June 25-28, 2006.
5. A. Yagi, H_infinity functional calculus and characterization of the domains of fractional powers for linear operators, 7th International Workshop "Operator Theory and Applications", Seoul, July 31-August 3, 2006.
6. 八木厚志, 交差拡散棲分けモデルの力学系, 京都大学数理解析研究所研究集会「生物数学の理論とその応用」, 12月4-7日, 2006年.
7. 八木厚志, 走化性・増殖モデルの不安定多様体と指数アトラクタ, 京都大学数理解析研究所研究集会「生物数学の理論とその応用」, 11月21-25日, 2005年.

論文：査読あり

1. Y. Takei, K. Osaki, T. Tsujikawa and A. Yagi, Exponential attractor for an adsorbate-induced phase transition model with periodic boundary conditions, "Differential Equations and Applications, Vol. 4", eds Y. J. Cho, J. K. Kim and S. S. Dragomir, Nova Science, 2007, 113-132.
2. T. Shirai, L. H. Chuan and A. Yagi, Dynamical system for forest kinematic model under Dirichlet conditions, *Sci. Math. Jpn.* 66(2)(2007), 275-288.
3. T. Shirai, L. H. Chuan and A. Yagi, Asymptotic behavior of solutions for forest kinematic model under Dirichlet conditions, *Sci. Math. Jpn.* 66(2)(2007), 289-301.
4. Y. Takei, M. Efendiev, T. Tsujikawa and A. Yagi, Exponential attractor for an adsorbate-induced phase transition model in non smooth domain, *Osaka J. Math.*, 43(1)(2006), 215-237.
5. A. Favini, R. Labbas, S. Maingot, H. Tanabe and A. Yagi, Study of elliptic differential equations in UMD spaces, "Differential Equations, Inverse and Direct Problems", eds A. Favini and A. Lorenzi, Chapman & Hall/CRC, 2006, 73-89.
6. A. Favini, A. Lorenzi and A. Yagi, Exponential attractors for semiconductor equations, "Differential Equations, Inverse and Direct Problems", eds A. Favini and A. Lorenzi, Chapman & Hall/CRC, 2006, 111-130.
7. Y. Takei and A. Yagi, Fixed point of contraction and exponential attractors, *Sci. Math. Jpn.* 64(1)(2006), 543-550.

8. A. Favini, R. Labbas, S. Maingot H. Tanabe and A. Yagi, Complete abstract differential equations of elliptic type in UMD spaces, *Funkcial. Ekvac.* 49(2) (2006), 193-214.
9. Aida, T. Tsujikawa, M. Efendiev, A. Yagi and M. Mimura, Lower estimate of attractor dimension for chemotaxis growth system, *J. London Math. Soc.* 74(2) (2006), 453-474.
10. L. H. Chuan and A. Yagi, Dynamical system for forest kinematic model, *Adv. Math. Sci. Appl.* 16(2) (2006), 393-409.
11. L. H. Chuan, T. Tsujikawa and A. Yagi, Asymptotic behavior of solutions for forest kinematic model, *Funkcial. Ekvac.* 49(3)(2006), 427-449.
12. M. Aida, K. Osaki, T. Tsujikawa, A. Yagi and M. Mimura, Chemotaxis and growth system with singular sensitivity function, *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 6(2)(2005), 323-336.
13. M. Efendiev and A. Yagi, Continuous dependence on a parameter of exponential attractors for chemotaxis-growth system, *J. Math. Soc. Japan* 57(1)(2005), 167-181.
14. M. Aida, M. Efendiev and A. Yagi, Quasilinear abstract evolution equations and exponential attractors, *Osaka J. Math.* 42(1)(2005), 101-132.
15. Y. Takei, T. Tsujikawa and A. Yagi, Numerical computations and pattern formation for adsorbate-induced phase transition model, *Sci. Math. Jpn.* 61(3) (2005), 525-534.
16. A. Favini, A. Lorenzi, H. Tanabe and A. Yagi, An L_p approach to singular linear parabolic equations in bounded domains, *Osaka J. Math.* 42(2)(2005), 385-406.
17. S.-U. Ryu and A. Yagi, Optimal control for an adsorbate-induced phase transition model, *Applied Math. Comput.* 171(2005), 420-432.

研究分担者：中木 達幸

講演及び発表記録：

1. 中木 達幸、多孔質媒体中の 2 相問題における移動境界の数値計算、応用数学合同研究集会、龍谷大学、滋賀（平成 19 年 12 月 17 日-19 日）
2. T. Nakaki, Numerical computations to moving boundaries in oil reservoir problems, 2007 Taiwan-Japan Joint workshop on Numerical Analysis and Scientific Computation, Academia Sinica, Taipei, Taiwan (Nov. 30-Dec. 2, 2007).
3. 中木 達幸、石油問題に現れる移動境界の数値解法とそのシミュレーション、流れ問題のための高品質数値解法と精度保証計算、島根県民会館、島根（平成 19 年 11 月 19～21 日）

4. T. Nakaki, Relaxation oscillation of point vortices with a center vortex, Equadiff 2007, Vienna University of Technology, Wien, Austria (August 5-11, 2007)
5. T. Nakaki, Numerical computations to moving boundaries in some flow problems, International Conference on Recent Developments of Numerical Schemes for Flow Problems, Kyushu University Nishijin Plaza, Fukuoka (June 27-29, 2007)
6. 中木達幸、7個の渦点における緩和振動、第56回理論応用力学講演会、日本学術会議、東京(2007年3月7~9日)
7. T. Nakaki, Numerical Simulations to Moving Boundaries Using Singular Reaction-Diffusion Systems, Workshop on Reaction-Diffusion: Theory and Applications, National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan (December 1-2, 2006)
8. 中木 達幸、Numerical computations to relaxation oscillation of seven point vortices in a plane、流れ問題の数値解析と精度保証付き数値計算、ブケ東海、静岡(平成18年11月20-22日)
9. T. Nakaki, Relaxation oscillation of seven point vortices, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics 2006,
10. T. Nakaki, Collision of five point vortices in a plane, First Slovak - Japan workshop on Computational Mathematics, Kocovce chateau, Slovakia (September 9 - 13, 2006). Czech Technical University in Prague, Prague, Czech (September 14-16, 2006).
11. 中木達幸、緩和振動を伴う渦点の数値解について、第55回理論応用力学講演会、京大会館、京都、(2006年1月24~26日)
12. T. Nakaki, Numerical and mathematical analysis to motion of some five point vortices, Workshop on Numerical Analysis of Flow Problems and Validated Computations, Nagasaki Washington Hotel, Nagasaki (November 20-22, 2005).
13. T. Nakaki, A numerical scheme to some point vortex problems by using projections, The Second Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics, Kuju Training Center for the Joint Use of National Universities in Kyushu, Oita, Japan (September 15-18, 2005).
14. T. Nakaki, Relaxation oscillation in assemblies of point vortices, Workshop on Applied Mathematics, Czech Technical University in Prague, Prague, Czech (July 30-August 2, 2005).
15. T. Nakaki and Hideki Murakawa, Approximations for some diffusion and interface problems using singular limit technique, Equadiff 11, Comenius University, Bratislava, Slovakia (July 25-29, 2005).

論文：査読あり

1. 友枝謙二、中木達幸、ある非線形拡散方程式におけるサポートの分離現象に関する数値的、数学的考察、日本応用数学会論文誌、Vol. 17, 2007, 291-300.
2. 中木達幸、7個の渦点における緩和振動、第56回理論応用力学講演会講演論文集、2007、265-266.
3. 中木達幸、緩和振動を伴う渦点の数値解について、第55回理論応用力学講演会講演論文集、2006、381-382.
4. T. Nakaki, Computation on relaxation oscillation of five point vortices, *Advances in Scientific Computations and Advanced Applications* (eds. Y. Lu, W. Sun and T. Tang), Science Press, 2004, 314-320.
5. T. Nagai and T. Nakaki, Stability of constant steady states and existence of unbounded solutions in time to a reaction-diffusion equation modelling chemotaxis, *Nonlinear Analysis*, 58 (2004), 657-681.
6. T. Nakaki, Relaxation oscillations of point vortices in a plane, *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, 53 (2004), 95-102.

研究課題

「反応拡散方程式の縮約系とそれに関わる漸近解析」

研究代表者：辻川 亨

研究概要

次の3つのモデル方程式の理論解析と数値シミュレーションを中心に研究しました。1つ目は、Budrene と Berg (Nature, 1991) の実験を契機にある種の細胞性粘菌の時間・空間パターンを記述するモデル (CG モデルと呼ぶ) として三村と辻川により 1993 年に提唱されたものである。2つ目は、Mikhailov のグループが 1998 年に提唱した金属表面上での触媒反応 ($\text{CO} + \text{O} \rightarrow \text{CO}_2$) をモデル化した方程式 (AD モデルと呼ぶ) とその拡張である EAD モデルである。この2つのモデルは移流項を含む偏微分方程式である。次に Kuznetsov たちが提唱した単一植物が形成する森林モデルである。このモデルは3変数系で、1つが偏微分方程式他の2つが常微分方程式で記述されている。

1. 反応拡散方程式の大域解と漸近挙動に関する研究：

● CD モデルについて、2次元有界領域で境界が C^3 クラスの滑らかさでノイマン境界条件の下、増殖項が2次の減衰オーダーを持つ場合、走化性の効果を強めることで共存解が不安定化して、ストライプ、ミシン目など複雑なパターンが出現することを数値的に示した。この結果を理論的に説明するため、平衡解の局所不安定多様体を構成することで指数アトラクターの次元を下から評価して、この場合に次元が無限大に増大することを示した。「7」

また、同じ条件の下、感度関数が原点で特異性を持つ (対数関数など) 場合、原点を除いて3階までの導関数が有界であれば時間大域解を持つことを示した。この場合、指数アトラクターの存在は今後の課題である。しかし、解の漸近挙動として、2つの場合があることを示した。初期値を適当に制限するとき、空間一様な系でゼロ解が安定な場合発展解はゼロに収束する。一方、不安定な場合は H_1 ノルムが発散することを示した。「9」

● AD モデルについて、有界区間で周期境界条件の下、指数アトラクターの存在を示した。「4」

また、2次元有界領域の場合、境界の滑らかさを弱めた C^2 クラスまたは凸領域であるとき、ノイマン境界条件の下、非線形半群について compact smoothing property を用いて有限次元指数アトラクターの存在を示した。「8」

EAD モデルについても、領域が2次元凸でノイマン境界条件のとき、指数アトラクターが存在することを示した。また、数値計算によりストライプ、六角形、ドットパターンなどのいくつかの定常パターンの存在を示した。「10」

● 森林モデルについて、解の漸近挙動を考察するために3種類の互いに包含関係のある異なるトポロジーによる ω 極限集合を導入し、その性質を調べた。特に Lyapunov 関数の存在により、 L^2 トポロジーによる ω 極限集合は平衡点から構成されることを示した。

「5」

2. 反応拡散方程式の定常解に関する研究：

● CG モデルについて、拡散係数が十分小さい場合系が双安定であることから、縮約方程式を導出することができる。この方程式を用いて3次元領域での軸対称定常解の存在とその安定性を議論した。特に定常解の不安定モードに関するパラメーター依存性が2次元の場合と本質的に違いがないことも示した。「3」

● EAD モデルについて、論文「10」で数値的に求めたストライプ、六角形、ドットパターンの存在を分岐理論により理論的に示した。「2」

3. 反応拡散方程式の進行波解に関する研究：

● CG モデルについて、拡散係数が十分小さい場合に2次元帯状領域でノイマン境界条件と無限遠方で異なる定数定常解となる境界条件の下、フロント進行波解の存在を特異摂動法で、その安定性を特異極限法により示した。特に、安定性に重要な役割を果たす固有値の漸近展開の主要部が方程式の縮約方程式の進行波解のまわりでフーリエ展開することにより得られた線形常微分方程式の係数に等しいことを示した。また、不安定な最大波長モードがパラメーターの1/3乗に比例することも示した。一方、数値計算により伸張する2次元進行波解の存在とその速度が走化性の効果に比例しないことを示した。その他に3叉構造をもつ進行波解の存在と走化性効果の速度依存性も調べた。これら2つの進行波解の存在を理論的に示すことは今後の課題である。「6」

研究分担者：仙葉 隆

研究概要

生物学や物理学と関連するある放物型・楕円型方程式系の解の性質について考察した。特に、2次元以上のユークリッド空間、またはその中の領域における当該方程式系の解の爆発解に関して、爆発時刻・爆発点の近傍における解の形状・爆発の速さについての結果を得た。

研究分担者：壁谷 喜継

研究概要

1. 負のポテンシャル項の付いた線形熱方程式の外部問題を考え、解の導関数の時間減衰の評価を行った。空間に関する微分の階数を上げれば、時間に関する減衰がよくなると思われがちであるが、一般には、空間の微分の回数を増やしても、時間減衰は改善されないことを示した。また、改善される場合は、非常に特殊な状況の場合のみ起こることを明確に示した。

2. 4次元以上の単位球での Sobolev の臨界指数のスカラーフィールド型非線形楕円型方程式を第三種境界条件の下で考え、解の存在・非存在、解の多重性について議論を行った。

第三種境界条件の係数の臨界値を見いだした。また、解の存在・非存在・多重性に関しては、3次元の場合と異なることを明確にした。

3. 2で扱ったのと同じ方程式であるが、線形項の符号を逆にした問題を考え、解の一意存在範囲を明らかにした。こちらの場合も、3次元の場合と解構造がことなることを明確にした。

4. 前論文で、解の最大値が発散する場合があることを明確にしたが、その爆発のオーダーと、スケーリングして解の形状がどうなるかを解明した。スケーリングによりグリーン関数に近づくことを明らかにした。

5. 3次元の場合の臨界 Sobolev 指数を持つスカラーフィールド型非線形楕円型方程式の第三種境界値問題を考え、解の一意存在範囲と多重存在範囲を明確に示した。また、多重存在範囲において、パラメータの極限をとると最大値が発散することも解明した。

研究分担者：矢崎 成俊

研究概要

1. 曲率運動の数値解析： 時間発展する曲線を Lagrangian 的に近似をする際、追跡する分点の極端な疎密化がおき、数値的不安定性を生ずる。その不安定性を解消するために 10 数年前より一様配置が提案されてきた。これにより安定な数値スキームが得られたが、曲線の近似という観点からは、必ずしも最適でない。そこで、著者は D. Sevcovic 氏と共同で、曲率の大きさに依存して分点を再配置する安定なスキームを提案した。このスキームは、通常の曲率運動の近似のみならず、画像処理（画像輪郭抽出）においてもその効果が発揮された。このスキームのアイデアはクリスタライン運動の解析に端を発している。

2. クリスタライン運動の数学解析、数値解析： 数学解析については、特に面積保存系の場合にはほぼ最終的と思われる結果が得られた。また、数値計算を援用しながら、爆発の特異性の分類と具体例の構成をおこなった。

3. 負結晶成長のモデリング： 単結晶氷の内部融解の後の再凝固過程において現れる空像（負結晶）のクリスタライン運動を適用したモデリングをおこない、その数学解析、数値解析をおこなった。温度の効果を抜きにした、第一次近似モデルとしては最良の結果と思われる。

4. ヘレ・ショウセル中を浮上する単一気泡のモデリング： 水で満たされた縦置きヘレ・ショウセル中を浮上する単一気泡の運動の解析を目標にモデリングしている。第一次近似モデルとしてヘレ・ショウモデルを応用したモデリングを提案し、数値計算の観点からは一定の成果が得られた。

研究分担者：中木 達幸

研究概要

主として、渦の挙動と移動境界問題に関して研究し、次の結果を得た。

渦問題に関しては、有限時間で衝突（解が爆発）する5つの渦の例を構成した。衝突する渦群として self-similar になるものがいくつか知られている。しかし、今回構成した例は self-similar でないことに注意する。また、緩和振動を起こす渦群の例がすでに知られているが、今回、7個の場合でも緩和振動を起こすことを示した。9個以上の奇数個の場合に拡張が期待できるが、これは今後の課題として残された。さらに、動きが微妙な渦群の数値計算法として、projection を併用するものを開発研究し、この有効性を数値実験で確かめた。移動境界問題に関しては、特異反応項をもつ反応拡散系近似の方法を研究した。この方法は、数値計算を行う際、空間多次元問題での移動境界が低い計算コストで計算できるという大きな特徴があり、今後の研究進展が期待できる問題である。この方法を、Stefan 問題、porous medium 方程式、石油問題へ適用する研究を行い、数値実験により有効性を確かめた。また、別の問題として、損失を伴う porous medium 方程式の台（移動境界で囲まれる領域）の分離現象につけて、研究を行い、ある種の分離するための条件の導出に成功した。