

第2章 部分解析法

2-1 はじめに

基礎を含む構造物の地震時機能を維持し、確保するためのハード、ソフト対策等の的確な工学的対策を講じるためには、基礎・構造物系の地震時挙動の正確な予測が必要である。

従来の耐震工学の研究や実務においては、特定の設計入力地震動が与えられることを前提として、この与えられた入力地震動を基礎・構造物系に入力して応答挙動を調べる方法が一般的である。しかし、地震時の基礎・構造物系の応答は、震源から発生した地震波が地殻や表層地盤中を伝播して基礎・構造物系に入射される物理過程であるため、地震波発生・地震波伝播・基礎・構造物系の応答という一連の物理過程を定式化し、これに基づいて、どのような物理量を用いて基礎・構造物系の応答挙動を予測するのかを明確にしておく必要がある。このような一連の地震波発生から構造物応答の物理過程の定式化から、従来の基礎・構造物系の応答解析法を整理し、震源断層特性や地殻・表層地盤特性等を考慮した適切な基礎・構造物系の応答挙動の評価が可能となる。特に、直下地震による重要社会基盤施設の地震対策では、震源域の断層破壊伝播特性などの影響が大きいので、震源断層特性や地殻・表層地盤特性等を考慮した適切な基礎・構造物系の応答挙動の評価が不可欠となる。本章では、このための定式化を示す。

具体的には、図2-1に示すように震源断層を含む地盤・基礎・構造物の全体系を基礎周辺地盤を境に2つの部分領域に分けて解析する部分解析法の基礎式を示す。この2つに分けた部分領域のうち、境界付近は線形応答をするものと仮定できるよう2つに分ける境界は設定するものとする。しかし、境界付近以外の基礎周辺地盤・基礎・構造物系は非線形応答をするものとして扱うことができる。ここで示す部分解析法の定式化は、震源断層を含む自然地盤の地震波応答問題を少容量の計算機環境によって解析するために開発された部分解析法^{1),2)}を、非線形応答をする基礎周辺地盤・基礎・構造物系を含むものに適用できるよう拡張したものである。

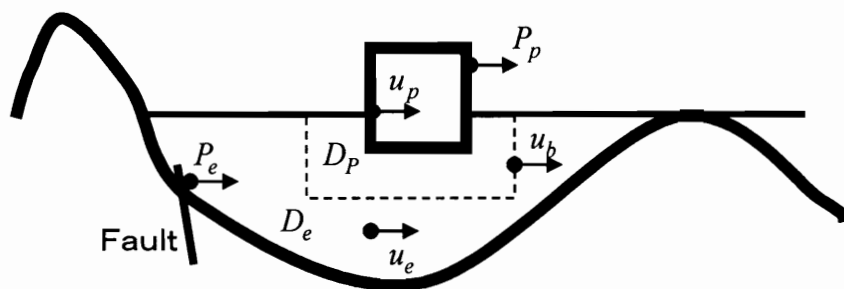


図2-1 震源断層・地盤・基礎・構造物全体系とその記号

(領域 D_P : 弾塑性領域 (Plastic Domain), 領域 D_e : 弾性領域 (Elastic Domain), 境界 B 周辺 : 弾性領域)

2-2 運動方程式の記述方法

2つの部分領域に分けた場合、震源断層を含む地盤系の方は線形系応答を仮定するので、時間領域と振動数領域の2つの定式化が可能であるが、非線形応答には振動数領域の解析法は使えない。時間領域と振動数領域の定式化における記号の簡単化のために、以下のように運動方程式を記述するものとする。

本定式化は、復元力が非線形であるような連続体を離散化した次式のマトリックス形式の運動方程式からスタートする。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) - \mathbf{Q}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (2-2.1a)$$

ここに、 $\ddot{\mathbf{u}}(t), \dot{\mathbf{u}}(t)$ は節点変位ベクトル $\mathbf{u}(t)$ の時間に関する2階と1階微分を、 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ は質量行列、減衰行列、剛性行列を表す。 $\mathbf{Q}(t)$ は次式のように線形復元力と非線形復元力 $\mathbf{R}(t)$ の残差復元力ベクトルとして定義される。また、 $\mathbf{P}(t)$ は節点外力を表す。

$$\mathbf{Q}(t) = \mathbf{K}\mathbf{u}(t) - \mathbf{R}(t) \quad (2-2.1b)$$

ここで、上の運動方程式を以下のように表現するものとする。

$$\mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) - \mathbf{Q}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (2-2.2a)$$

ここに、 $\mathbf{D}(t)$ は次式のように定義し、時間微分作用行列と呼ぶものとする。

$$\mathbf{D}(t) = \mathbf{M} \frac{d^2}{dt^2} + \mathbf{C} \frac{d}{dt} + \mathbf{K} \quad (2-2.2b)$$

上式の運動方程式は、復元力が線形である場合、残差復元力ベクトルは零となるので、次式のようなになる。

$$\mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (2-2.3)$$

復元力が線形である場合、時間領域と振動数領域の2つの解析法が適用できる。振動数領域の解析では、振動数 ω の複素調和振動($e^{i\omega t}$)に対して、時間微分作用行列は振動数作用行列に変わり、次のような運動方程式となる。

$$\mathbf{D}(\omega)\mathbf{u}(\omega) = \mathbf{P}(\omega) \quad (2-2.4a)$$

ここに、

$$\mathbf{D}(\omega) = -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K} \quad (2-2.4b)$$

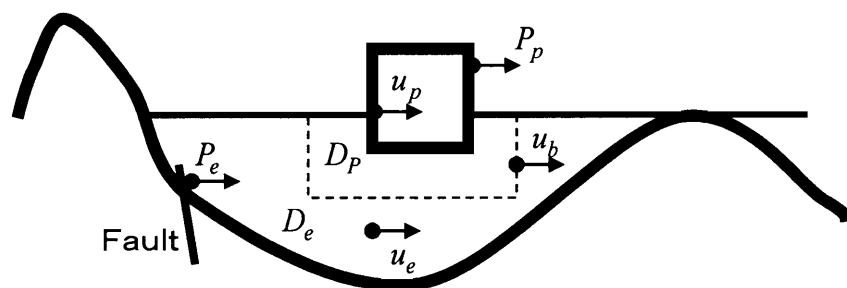
以上の運動方程式の表現方法をまとめると以下ようになる。復元力が非線形である場合、残差復元力ベクトルが運動方程式に現れること、そして、復元力が線形である場合には、時間領域と振動数領域の解析が可能であることの2つのことを合わせると、時間領域または振動数領域の運動方程式かを区別するために用いた時間変数と振動数変数を省略して次式のように表現しても混乱は生じないことがわかる。

$$\mathbf{D}\mathbf{u} - \mathbf{Q} = \mathbf{P} \quad (2-2.4)$$

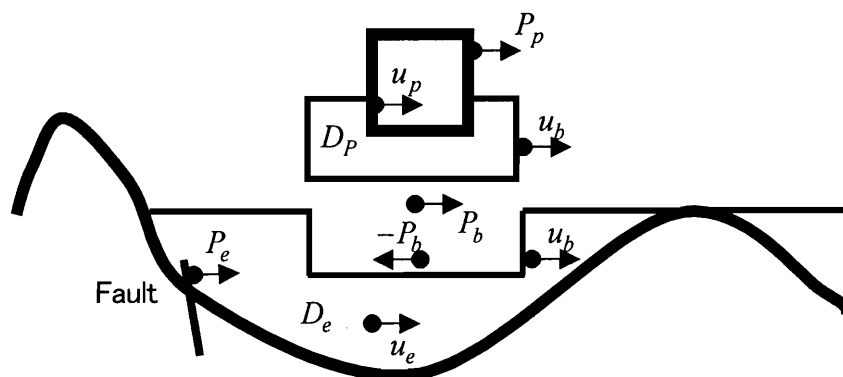
復元力が線形の場合

$$\mathbf{D}\mathbf{u} = \mathbf{P} \quad (2-2.5)$$

以下の定式化では、記号の簡単化のために、この2つの運動方程式の表現方法を用いる。



(a) 全体系と記号



(b) 2つの部分領域と記号

図2—2 震源断層・地盤・基礎・構造物全体系とその記号

(領域 D_p : 弾塑性領域 (Plastic Domain), 領域 D_e : 弾性領域 (Elastic Domain), 境界 B 周辺: 弾性領域)

2-3 全体解析と部分解析の運動方程式

図2-2に示すように非線形応答を考える基礎周辺地盤・基礎・構造物系の領域を D_p (Plastic Domain)、線形系としての解析を仮定する震源断層を含む地盤系の領域を D_e (Elastic Domain) とする。また、震源断層の運動と等価な外力ベクトルを P_e とする。2つの領域の境界付近は線形系の応答をするものとし、境界を B とする。境界上の節点変位ベクトルと節点力ベクトルには下添字 b をつけるものとする。

領域 D_p の運動方程式は、境界 B とそれ以外の節点に分割して表現すると、次式のようになる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_{pp} & \mathbf{D}_{pb} \\ \mathbf{D}_{bp} & \mathbf{D}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_p \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_p \\ \mathbf{P}_b \end{pmatrix} \quad (2-3.1)$$

ここに、境界付近は線形応答をするものとし、上式では、 $\mathbf{Q}_b = \mathbf{0}$ としている。

一方、領域 D_e の運動方程式は、次式のように表される。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_{bb} & \mathbf{D}_{be} \\ \mathbf{D}_{eb} & \mathbf{D}_{ee} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{P}_b \\ \mathbf{P}_e \end{pmatrix} \quad (2-3.2)$$

上の2つの式を加え合わせると、次式のような全体系の運動方程式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_{pp} & \mathbf{D}_{pb} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{bp} & \mathbf{D}_{bb}^* & \mathbf{D}_{be} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{eb} & \mathbf{D}_{ee} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_e \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_p \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_p \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_e \end{pmatrix} \quad (2-3.3)$$

ここに、 \mathbf{D}_{bb}^* は2つの領域の境界の行列要素を加え合わせたものを意味する。

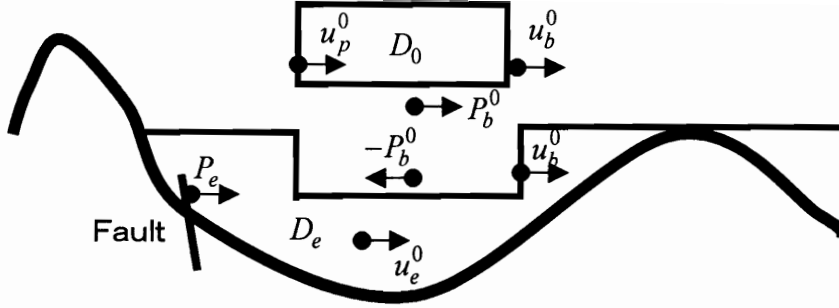


図 2-3 震源断層を含む自然地盤の地震波応答問題

(領域 D_e は図 2-2 と同じであるが、領域 D_0 は、基礎・構造物系を取り除いた地盤系とする)

ここで、図 2-3 に示すように図 2-2 と同じ震源断層・地盤系で、基礎・構造物が存在しない自然地盤の地震波応答問題を考える。図 2-3 においても、2つの領域 D_e と D_0 に分割し、震源断層を含む地盤領域 D_e は、図 2-2 とまったく同じ地盤系で線形応答をする。一方の地盤領域 D_0 は基礎・構造物が存在しない地盤系で、図 2-2 の領域 D_0 とは異なる。

したがって、図 2-3 の自然地盤系の地震波応答問題において、震源断層を含む地盤領域 D_e の運動方程式は次式のようにになる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_{bb} & \mathbf{D}_{be} \\ \mathbf{D}_{eb} & \mathbf{D}_{ee} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_b^0 \\ \mathbf{u}_e^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{P}_b^0 \\ \mathbf{P}_e \end{pmatrix} \quad (2-3.4)$$

ここに、 $\mathbf{u}_b^0, \mathbf{u}_e^0, \mathbf{P}_b^0$ は、図 2-3 の自然地盤系における境界 B と領域 D_e での節点変位ベクトルと境界に作用する節点力ベクトルを表す。

ここで、図 2-2 と図 2-3 の震源断層を含む地盤領域 D_e は同じ地盤系であるので、式(2-3.2)から式(2-3.4)を差し引くと、次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_{bb} & \mathbf{D}_{be} \\ \mathbf{D}_{eb} & \mathbf{D}_{ee} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_b - \mathbf{u}_b^0 \\ \mathbf{u}_e - \mathbf{u}_e^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{P}_b + \mathbf{P}_b^0 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2-3.5)$$

上式の行列式を縮合し、次式が得られる。

$$\mathbf{K}_{ee} (\mathbf{u}_b - \mathbf{u}_b^0) = (-\mathbf{P}_b + \mathbf{P}_b^0) \quad (2-3.6a)$$

ここに、 \mathbf{K}_{ee} は、図 2-3 の境界 B に単位節点変位を与えるために必要な節点外力を表し、地盤の剛性行列と呼ぶことができ、次式のように与えられる。

$$\mathbf{K}_{ee} = \mathbf{D}_{bb} - \mathbf{D}_{be} \mathbf{D}_{ee}^{-1} \mathbf{D}_{eb} \quad (2-3.6b)$$

式 (2-3.6a) から、次式が得られる。

$$\mathbf{P}_b = \mathbf{K}_{ee} \mathbf{u}_b^0 + \mathbf{P}_b^0 - \mathbf{K}_{ee} \mathbf{u}_b \quad (2-3.7)$$

この式を式 (2-3.1) に代入すると、基礎周辺地盤・基礎・構造物系の領域 D_p の運動方程式が次式のように求められる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_{pp} & \mathbf{D}_{pb} \\ \mathbf{D}_{bp} & \mathbf{D}_{bb} + \mathbf{K}_{ee} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_p \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_p \\ \mathbf{K}_{ee} \mathbf{u}_b^0 + \mathbf{P}_b^0 \end{pmatrix} \quad (2-3.8)$$

この式が本章で求めようとした、震源断層を含む地盤・基礎・構造物系に対する部分解析法の一つの定式化である。これは、地盤と基礎の地震時相互作用を部分解析法によって定式化したもの³⁾を拡張したものとなっている。地盤と基礎の地震時相互作用の解析では、地盤と基礎の間に境界を設け地盤系の領域と基礎・構造物系の領域の2つに分ける方法を採用している。また、そこではどちらの領域も線形応答をするものとしている。したがって、地盤と基礎の地震時相互作用の解析では、上式の残差復元力ベクトルを $\mathbf{Q}_p = \mathbf{0}$ としたものとなっている。また、 \mathbf{K}_{ee} は地盤の複素剛性行列と呼ばれている。

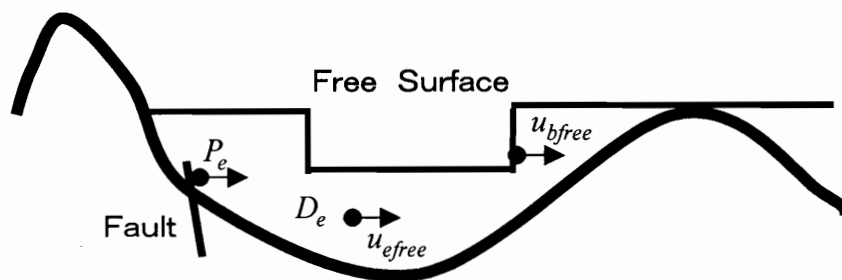


図 2-4 境界 B が自由地表面となるような自然地盤の地震波応答問題
(領域 D_e は弾性領域とする)

次に、震源断層を含む地盤・基礎・構造物系に対する部分解析法のもう一つの定式化を導く。このためには、図2-3に示す自然地盤の地震波応答問題の代わりに、図2-4のように地盤領域 D_0 を取り除き、境界 B が自由地盤面であるような地盤系を考え、境界 B の節点変位ベクトルを $\mathbf{u}_{b\text{free}}$ とする。この場合、境界 B の節点力ベクトルは零となるので、式(2-3.7)において、 \mathbf{u}_b^0 を $\mathbf{u}_{b\text{free}}$ に置き換え、 $\mathbf{P}_b^0 = \mathbf{0}$ とすることができる。したがって、図2-4のような地盤系の地震波応答問題を考える場合には、式(2-3.7)の境界力ベクトルは次式のようになる。

$$\mathbf{P}_b = \mathbf{K}_{cc}\mathbf{u}_{b\text{free}} - \mathbf{K}_{ce}\mathbf{u}_b \quad (2-3.9)$$

したがって、基礎周辺地盤・基礎・構造物系の領域 D_p の運動方程式が次式のように求められる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_{pp} & \mathbf{D}_{pb} \\ \mathbf{D}_{bp} & \mathbf{D}_{bb} + \mathbf{K}_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_p \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_p \\ \mathbf{K}_{ce}\mathbf{u}_{b\text{free}} \end{pmatrix} \quad (2-3.10)$$

この式も、残差復元力ベクトルを除くと、地盤と基礎の地震時相互作用を部分解析法によって定式化したもの^{3),4)}や震源断層を含む不整形地盤や水平成層地盤系の地震波応答問題における部分解析法^{1),2,5)}の基礎式を拡張したものとなっている。

2-4 非線形 Winkler モデル

前節までの運動方程式が震源から構造物に至る全体系の厳密な運動方程式である。しかし、近似式として、基礎と地盤の間の相対変位による地盤反力と、自然地盤の変位と基礎・構造物系の力の釣り合い式として求められる、いわゆる Winkler モデルの運動方程式も有用なので、ここに、前節の運動方程式の記述方法に従って記述し、両者を比較しておく。

ここでは、境界変位は基礎と地盤の接触面とするものとする。したがって、 \mathbf{u}_p と \mathbf{u}_b は上部構造物と基礎の絶対変位を表す。ここで、以下のように、自然地盤の基礎下端の1地点の地盤変位 \mathbf{u}_g^0 に対する相対変位を導入して、絶対変位を次式のように表す。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_g^0 \\ \mathbf{u}_g^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{u}_p^* \\ \mathbf{u}_b^* \end{pmatrix}, \mathbf{u}_b^0 = \mathbf{u}_g^0 + \mathbf{u}_b^* \quad (2-4.1)$$

簡単のため減衰行列(速度に比例する力)を無視すると、自然地盤の変位を受ける非線形 Winkler モデルの力の釣り合い式は、次式のようになる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{pp} & \mathbf{M}_{pb} \\ \mathbf{M}_{bp} & \mathbf{M}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_p \\ \ddot{\mathbf{u}}_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{R}_p(t) \\ \mathbf{R}_b(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_p(t) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2-4.2)$$

ここに、左辺第1項は、慣性力を表す。左辺第2項は非線形復元力を表す。右辺は外力項で、基礎に作用する外力は零としている。

ここで、2-2節のように、非線形復元力を剛性行列と残差復元力ベクトルを用いて表すものとする、以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{R}_p(t) \\ \mathbf{R}_b(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{pp} & \mathbf{K}_{pb} \\ \mathbf{K}_{bp} & \mathbf{K}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{K}^*(\mathbf{u}_b - \mathbf{u}_b^0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_p \\ \mathbf{Q}_b \end{pmatrix} \quad (2-4.3)$$

ここに、 \mathbf{K}^* は、基礎と地盤の間の相対変位による地盤反力を線形モデルでモデル化した場合の地盤剛性（地盤ばね）を表す。

この式(2-4.3)を式(2-4.2)に代入し、前節までの運動方程式の記述方法に書きかえると、次式のような非線形 Winkler モデルの運動方程式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_{pp} & \mathbf{D}_{pb} \\ \mathbf{D}_{bp} & \mathbf{D}_{bb} + \mathbf{K}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_p \\ \mathbf{Q}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_p \\ \mathbf{K}^* \mathbf{u}_b^0 \end{pmatrix} \quad (2-4.4)$$

この式は、式(2-3.8)とよく似ているが、地盤の復元力の残差復元力ベクトルが加わっている。また、自然地盤の応力ベクトルが無視されていることがわかる。もしも、地盤反力が線形モデルである場合の厳密な運動方程式と比べると、線形 Winkler モデルでは、自然地盤の応力ベクトルが無視されていることになる。

ここで、式(2-4.1)で表される絶対変位と相対変位の関係を式(2-4.4)の運動方程式に代入すると、次式のような相対変位に関する運動方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{pp} & \mathbf{M}_{pb} \\ \mathbf{M}_{bp} & \mathbf{M}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_p^* \\ \ddot{\mathbf{u}}_b^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{pp} & \mathbf{K}_{pb} \\ \mathbf{K}_{bp} & \mathbf{K}_{bb} + \mathbf{K}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_p^* \\ \mathbf{u}_b^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_p \\ \mathbf{Q}_b \end{pmatrix} \\ & = - \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{pp} & \mathbf{M}_{pb} \\ \mathbf{M}_{bp} & \mathbf{M}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_g^0 + \begin{pmatrix} \mathbf{P}_p \\ \mathbf{K}^* \mathbf{u}_b^0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2-4.5a)$$

ここに、上式では、速度に比例する減衰項を省略して、質量と剛性項を用いて表現している。また、地盤復元力の残差復元力ベクトルは、次式のように基礎と自然地盤の間の相対変位に関する関数として与えられる。

$$\mathbf{Q}_b = \mathbf{Q}_b(\mathbf{u}_b^* - \mathbf{u}_b^0) \quad (2-4.5b)$$

上式の相対変位に関する運動方程式は、自然地盤における基礎下端の1地点の地盤加速度 $\ddot{\mathbf{u}}_g^0$ と自然地盤の相対変位 \mathbf{u}_b^0 と地盤復元力の非線形特性を与えて、解くことができる。

2-5 まとめ

震源断層からの地震波発生・伝播特性を考慮した地盤・基礎・構造物系の非線形地震応答の厳密解は、式(2-3.8)または式(2-3.10)である。この厳密な非線形地震応答解析に必要な物理量としては、基礎・構造物系の質量や剛性から決められる $\mathbf{D}_{pp}, \mathbf{Q}_p$ 等の他に以下の物理量が必要となる。

$$\mathbf{u}_b^0, \mathbf{P}_b^0, \mathbf{K}_{ee} \text{ または } \mathbf{u}_{bfree}, \mathbf{K}_{ee}$$

これらは、図2-3のような震源断層を含む自然地盤系、または図2-4のような境界 B が自由地表面であるような地盤系の地震波応答問題を解いて求めることができる。

また、近似式として多用される非線形 Winkler モデルの運動方程式を整理した。厳密な運動方程式との比較は、あまり意味が無いが、両者を同じ記述方法で表現した。

一般に、図2-3または図2-4のような震源断層を含む地盤系の地震波応答問題の解析領域は広大となるため、この解析には大容量の計算機環境が必要となる。これらの解析は、線形系として取り扱うことができ、現在では、有限要素法、差分法、境界要素法などの数値計算法や、水平成層地盤を仮定する場合には半解析的方法が適用できる。数値計算法を使う場合には、大容量の計算機を必要とするが、本定式化で示した全体系を2つに分割して解析する部分解析法を多段階に使うと、多数の部分領域に分ける方法²⁾を使うと、少ない容量の計算機によって必要な地震波応答問題を解くことができる。また、有限要素法を用いた解析領域縮小方法(DRM)⁶⁾を使っても少ない容量の計算機によって必要な地震波応答問題を解くことができる。

参考文献

- 1) 原田隆典, 松尾聡一郎, (1999), 震源から地表地盤に至る地震波伝播計算における部分解析法の応用, 応用力学論文集, Vol. 2, pp. 495-502.
- 2) 原田隆典, 小林正樹, 岡田洋輔, 王宏沢, (2004), 境界要素法に部分解析法を用いた不整形地盤系の効率的な地震応答解析, 応用力学論文集, Vol. 7, pp. 833-839.
- 3) Ad Hoc Group on Soil-Structure Interaction of the Committee on Nuclear Structures and Materials of the Structural Division of ASCE, (1980), Analyses for soil-structure interaction effects for nuclear plants, ASCE.
- 4) 原田隆典, 久保慶三郎, 片山恒雄, (1983), 地中埋設剛体構造物の地震応答解析モデルの考え方, 土木学会論文報告集, 第334, pp. 173-176.
- 5) 原田隆典, 王宏沢, (2005), 剛性マトリックスによる水平成層地盤の波動解析, 地震 第2, 第57巻, pp. 387-392.
- 6) Bielak, J., Loukakis, K., Hisada, Y., and Yoshimura, C., (2003), Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions, Part I: Theory, BSSA, Vol. 93, No. 2, pp. 817-824.

