

磁気浮上系に関する実験的考察

高橋 伸弥¹⁾ · 榎原 博史²⁾ · 河野 通夫³⁾

Experimental Study on a Magnetic Levitation System

Nobuya TAKAHASHI¹⁾, Hiroshi KASHIWARA²⁾, Michio KONO³⁾

Abstract

In a magnetic levitation system, undesirable offset and vibration appear. The purpose of this paper is to remove them. They are due to eddy current, linearization error and secular change. By applying a guaranteed cost control law, it succeeded in reducing the offset, but on the vibration, expected effect was not obtained.

Key Words:

Linear Control, Magnet Levitation System, Parameter Identification, Guaranteed-Cost Control

1 はじめに

磁気浮上装置を用いた銅球の吸引制御実験を行う場合、銅球の位置に関して振動や定常誤差が発生する。これは渦電流の影響、A/D、D/A 変換ボードおよびマグアンプの入出力特性、モデリングの際に生じる線形化誤差などのさまざまな外乱の要因が考えられる。また、使用するパラメータに関しても公称値を用いる場合、装置の特性の変化による影響も挙げられる。

今回の実験では、パラメータ同定、線形化誤差を考慮するためのギャランティードコスト設計を行い公称値における制御との比較検討を行った。実験装置にはジャパン・イー・エム社製の磁気浮上装置(1995年製)を使用する。

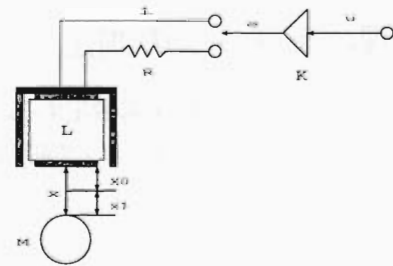


図1 制御対象

2 制御系設計

2.1 制御対象

制御対象を下図で示す。また、制御対象の物理モデルを以下に示す。

$$M\ddot{x} = Mg + \frac{1}{2}i^2 \frac{\partial L}{\partial x} \quad (1)$$

$$e = Ri + \frac{d}{dt}(Li) \quad (2)$$

コイルのインダクタンスは次のように計算できる。

$$L(x) = \frac{Q}{X_\infty + x} + L_\infty \quad (3)$$

ここで M は銅球の重量 [kg], g は重力加速度 [m/sec²], x は銅球とコイルのギャップ [m], i はコイルを流れる電流 [A], e はコイル間の電圧 [V], R はコイルの抵抗 [Ω], L はコイルのインダクタンス [H], Q, X_∞, L_∞ はコイル、鉄心、銅球より決定される係数, u は A/D, D/A 変換ボードからアンプへの入力電圧 [V], k は u から e への変換係数である。

2.2 数式モデル

x, i, e, u の平衡点での値 X_0, I_0, E_0, u_0 を平衡点からのずれ x_1, i_1, e_1, u_1 により, $x = X_0 + x_1, i = I_0 +$

¹⁾情報システム工学科助手

²⁾情報工学科学生

³⁾情報システム工学科教授

$i_1, e = E_0 + e_1, u = u_0 + u_1$ と表す。

状態変数 \bar{x} を、

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 & \dot{x}_1 & i_1 \end{bmatrix}^T$$

入力変数 \bar{u} を平衡点からのずれ u_1 とすると、式(1), (2), (3)により線形制御系は以下ようになる。

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} \\ y = C\bar{x} \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{QI_0^2}{MX_C^3} & 0 & -\frac{QI_0}{MX_C^2} \\ 0 & \frac{QI_0}{HX_C} & -\frac{RX_C}{H} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{X_C k}{H} \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ただし $X_C = X_\infty + X_0, H = Q + L_\infty X_C$ とする。

3 物理パラメータの測定

平衡ギャップ X_0 は 0.006[m] に設定する。銅球の重さ M の実測値は 0.54[kg], 基準ギャップ電圧は 3.09[V] と得られた。

3.1 アンプ電圧変換係数 k

D/A コンバータからコイル間電圧への変換係数を測定する。

入力電圧が 3, 4, 5, 6 [V] の時のコイル間電圧を測定した結果、次のグラフが得られた。直線の傾きがアンプ電圧変換係数 k となる。横軸が入力電圧、縦軸が

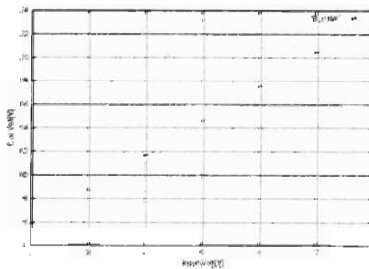


図2 アンプ電圧変換係数

入力に対するコイル間電圧である。ここで得られた数値を使用し、最小二乗法で傾きを出すと $k = 2.925229$ となる。

3.2 平衡電圧 E_0 , 平衡電流 I_0

平衡電流, 電圧とは平衡状態におけるそれぞれの値である。厚さ 0.003[m] のアクリル製の板2枚をコイルの下に取り付け, ギャップを 0.006[m] に設定する。入力電圧を 10V から徐々に減らしていき銅球が落ちる時点での入力電圧, 電流が E_0, I_0 として得られる。今回の測定では $I_0 = 1.146589, E_0 = 4.130000$ と得られた。

3.3 X_∞, Q, L_∞

ステップ応答より, X_∞, Q, L_∞ を求める。

3.3.1 手法1

手法1では, マニュアルで指定された手順を用いる。ギャップ 0, 0.006, 銅球を置かない状態 (∞) の3点での測定を行う。得られたデータより電流についてのグラフは次のようになる。グラフは立ち上がりの早い順

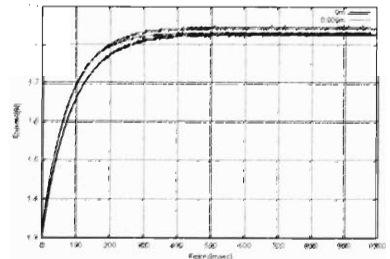


図3 平衡電圧, 平衡電流

にギャップが $\infty, 0.006, 0$ の時のステップ応答となっている。定常値は 500 から 1000 ポイントの平均値とし, 時定数は定常値の 63% の値における時刻とする。ステップ入力信号として 7[V] を印加したとき, コイル間電圧 E は 20.481598[V] となる。また定常値は以下の通り。

測定点	定常値
$X_0 = 0$	$y_0 = 1.830440$
$X_6 = 0.006$	$y_6 = 1.846955$
X_∞	$y_\infty = 1.832777$

抵抗は $R = E/y_\infty$ より, $R = 11.175172$ と算出できる。インダクタンス L は時定数 T , 抵抗 R から $L = TR$ より求める。

時定数	インダクタンス
$T_0 = 88$	$L_0 = 0.983415$
$T_6 = 80$	$L_6 = 0.894014$
$T_\infty = 73$	$L_\infty = 0.821375$

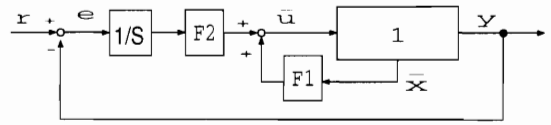


図4 制御系の構成

定数 X_∞ の計算は次の式で算出する。

$$X_\infty = \frac{L_\infty - L_6}{L_6 - L_0} X_6 = 0.004875$$

定数 Q は以下の式より算出する。

$$Q = (L_0 - L_\infty) X_\infty = 0.000790$$

3.3.2 手法2

手法2では測定点 ($x_i[m]$) を 0.00, 0.002, 0.003, 0.004, 0.005, 0.006, 0.007, 0.008, ∞ として、それぞれの定常値 ($y_i[A]$), 時定数 ($T_i[msec]$) よりインダクタンス ($L[H]$) を算出する。 $L(x_i) = L_i$, $Q = a$, $X_\infty = b$, $L_\infty = l$, ($i = 1, 2, \dots, n$) を次式に代入し、連立方程式を解く

$$b = \frac{-S_1 + lS_2 + \frac{S_2 S_l}{n} - \frac{lS_x S_l}{n}}{S_l - \frac{1}{n}(S_l)^2} \quad (7)$$

$$a = \frac{1}{n}(S_2 - lS_x + bS_l - nlb) \quad (8)$$

ただし、 $S_1 = \sum x_i L_i^2$, $S_2 = \sum x_i L_i$, $S_l = \sum L_i$, $S_x = \sum x_i$ である。このとき $b = X_\infty$, $a = Q$ より $X_\infty = 0.005289$, $Q = 0.000847$ となる。

4 数式モデルの数値化と比較

以上の測定より得られた結果を用いた場合、および公称値を (4) に代入して得られたシステムの安定性を調べた結果、すべて不安定系となる。また全ての可制御性行列フルランクとなり、すべて可制御となることがわかる。

4.1 設計

制御系を下図のように構成する。 s はラプラス演算子、1 は磁気浮上装置である。制御則は $\bar{u} = F_1 \bar{x} + F_2 \int e$, $e = r - y$ の2式で表される。ただしフィードバックゲインを $F_1 \in R^{1 \times 3}$, $F_2 \in R^{1 \times 1}$ 。 e, r をそれぞれ偏差、目標値とする。

4.1.1 拡大系の定義

拡大系の状態変数 x_E と入力 u_E を次のようにする。拡大系の状態変数

$$x_E = [\dot{x} \quad e]^T$$

入力を $u_E = \dot{u}$ としシステムを $\dot{x}_E = A_E x_E + B_E u_E$, $e = C_E x_E$ で表わす。ただし、各行列は次のようになる。

$$\begin{aligned} A_E &= \begin{bmatrix} A & 0_{3 \times 1} \\ -C & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \\ B_E &= [B \quad 0]^T \\ C_E &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1] \end{aligned} \quad (9)$$

4.1.2 設計

式 (9) で表される拡大系に対して最適レギュレータ問題を解くことにより、この系を安定化させるサーボ系のフィードバックゲイン F_1, F_2 を求める。拡大系に対し次の2次形式の評価関数を考える。

$$J = \int_0^\infty \{x_E^T Q_E x_E + u_E^T R_E u_E\} dt \quad (10)$$

式 (10) の設計パラメータを次のように与え、求めたフィードバックゲインは以下の通り。

$$Q_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}, R_E = 1$$

フィードバックゲイン
公称値

$$F_1 = \begin{bmatrix} -4525.3 & -87.5 & 28 \end{bmatrix}$$

実測値 (手法1)

$$F_1 = \begin{bmatrix} -3250.6 & -81.4805 & 23.0498 \end{bmatrix}$$

実測値 (手法2)

$$F_1 = \begin{bmatrix} -3081.6 & -78.9349 & 22.5835 \end{bmatrix}$$

F_2 についてはすべての条件で $F_2 = 10$ と計算される。

4.2 ギャランティードコスト法による設計

ここで線形化誤差を考慮するためにギャランティードコスト設計⁽¹⁾を行う。

平衡点周りで銅球と電流の変動する範囲を $|x_1| \leq 0.0006$, $|i_1| \leq 0.25$ とし, 不確かさの範囲を, $\Delta x = x_1/X_C$, $\Delta i = i_1/I_0$ とすると, 行列 A_{E1} , A_{E2} , B_{E1} , B_{E2} は次のようになる。

$$A_{E1} = \Delta x \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{3QI_0^2}{2MX_C^3} & 0 & \frac{3QI_0}{2MX_C^2} & 0 \\ 0 & \frac{QI_0L_\infty}{H^2} & -\frac{RQX_C}{H^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{E1} = \Delta x \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{kQX_C}{H^2} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$A_{E2} =$$

$$\Delta i \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{QI_0^2}{2MX_C^3} & 0 & -\frac{QI_0}{2MX_C^2} & 0 \\ 0 & \frac{QI_0}{HX_C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{E2} = \Delta i \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

文献1)より, A_{E1} , A_{E2} , B_{E1} , B_{E2} が許容される不確かさであるならば次式の解はロバスト性を保証する。ただし, $U(P)$ は固有値型上界関数である。

$$-\frac{dP}{dt} = A_E^T P + P A_E - P B_E R_E^{-1} B_E^T P + Q_E + U(P)$$

その解 P を利用して, フィードバックゲイン $K = R_E^{-1} B_E^T P$ を出す。フィードバックゲイン $K = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 \end{bmatrix}$ として, 手法1より得られたフィードバックゲインは

$$F_1 = \begin{bmatrix} -4172.2 & -112.9213 & 30.7224 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = 13.0205$$

手法2で得られたフィードバックゲインは

$$F_1 = \begin{bmatrix} -3941.9 & -109.0021 & 35.0166 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = 13.0141$$

4.3 制御

ここで, 上記の結果を以下の条件とする。条件1:公称値で得られたフィードバックゲインを用いて制御。条件2:手法1で求めた X_∞ , Q とその他の実測値を使用して制御する。条件3:手法2で求めた X_∞ , Q とそ

他の実測値を使用して制御する。条件4:条件2にギャランティードコスト法で線形化誤差を考慮した制御をする。条件5:条件3にギャランティードコスト法で線形化誤差を考慮した制御をする。それぞれ平衡点からのずれの平均は次の表ようになる。

表1 測定結果

条件	平均ずれ [m]
条件1	$-1.285209e-03$
条件2	$4.168781e-04$
条件3	$3.596937e-04$
条件4	$3.499511e-04$
条件5	$-2.849950e-05$

5 結論

磁気浮上装置の制御実験において, 銅球の振動および位置の定常誤差を低減化するために, 装置の諸量を再測定し, 最小二乗法を用いてより正確なパラメータ X_∞ , Q を求めた。それらのパラメータを使用して制御モデルを設計した場合, 線形化近似誤差を考慮するためにギャランティードコスト制御法で設計した場合およびマニュアルの手順通りの公称値を用いた場合に関しての実験結果の比較を行った。

定常誤差に関しては, 公称値による場合と比較して, 条件2の場合67.56%程度, 条件3の場合72.01%程度, 条件4の場合72.77%程度, 条件5の場合97.78%程度低減化できている。ギャランティードコスト設計法による制御系設計においては, 不確かさを考慮しない場合よりも定常誤差が低減された。

ただし, 振動に関してはどの条件でも低減化することができず, 線形化誤差を考慮した場合でも低減化できないことを考えると, 原因として検出したギャップの量子化誤差などが考えられる。今後の課題として量子化誤差を考慮した制御モデルを設計することが挙げられる。

参考文献

- 1) 高橋伸弥, 河野通夫, 佐藤治, 山本崇広: ギャランティードコスト法の新しい解法と磁気浮上系への応用, 日本機械学会宮崎地方講演会 (1998)
- 2) 楊子江, 皆嶋正行: 磁気浮上実験装置の物理パラメータの同定, 第18回 SICE 九州支部学術講演会, 249/250 (1999)