

摂動を加えることによるリン・カーニハン法による解の改良法

吉原郁夫¹⁾ 寺岡麻美²⁾ 黒田正文³⁾ 山森一人⁴⁾ 相川勝⁵⁾

Ikuo YOSHIHARA Asami TERAOKA Masahumi KURODA
Kunihito YAMAMORI Masaru AIKAWA

Abstract

Lin-Kernighan (LK) algorithm has been considered as one of the most effective heuristics to solve traveling salesman problem (TSP). However, LK does not have an ability to jump out of local minima, because it is substantially a greedy algorithm. This paper proposes a method to search for another local optimum, by slightly displacing the cities in the given problem just as perturbation. Benchmark tests validates usefulness of our method comparing with the original LK method and with so-called SA method.

Key Words:

Traveling salesman problem, Lin Kernighan algorithm, perturbation, local optimum

1 はじめに

巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem: TSP) とは, n 個の都市と各都市間の距離が与えられたとき, 全ての都市を一回だけ訪問して出発都市に戻る巡回路の中で移動距離が最小となる経路を求める問題である¹⁾.

都市数 n の TSP の解は $\frac{(n-1)!}{2}$ 通りである. 解の数は都市数 10 で 1.8×10^5 通り, 都市数 100 で 4.7×10^{155} 通り, 都市数 1000 で 2.0×10^{2564} 通りとなり, 解の数は都市数が増えるごとに爆発的に増加していく. TSP を多項式時間で解く解法は知られていない. しかし, 上記のように解の数が莫大であるため解を列挙して最適解を得ることはほとんど不可能である. そのため最適解を得るために様々な方法が考案されている.

TSP の解法には厳密解法と近似解法の二種類がある.

厳密解法は最適解を得ることができるが, 計算量が非常に多く長い時間がかかり, 都市数の多い問題を解くのは事実上不可能である.

一方近似解法は実用可能な時間で解が得られるが, 得られた解が最適解である保証はない. 近似解法の中では, ある方法で得られた解をヒューリスティクスを用いて改善していく逐次改善法が一般的であるが, 局所最適解に陥るとそこから脱出できないためそれ以上良い解を得ることが出来ない. そのためグローバルな最適解を得るために局所最適解に捕捉されずに解の探索を行う様々な方法 (シミュレーテッドアニーリング法, タブーサーチ等) が考えられている.

本研究では, 逐次改善法の一つである Lin-Kernighan 法 (LK 法) の改良を行う. LK 法はアルゴリズムは複雑だが, 良質な解が得られるためよく用いられている. LK 法は良い解を得ることが出来るが, 逐次改善法の欠点である局所最適解からの脱出の術を持たない. さらに良い解を発見するには局所最適解を脱出し, 探索を続ける必要がある. よって局所最適解に陥った後も探索を続けるため, LK 法に摂動の考えを使って一時的に都市の位置をずらす方法を併用することを提案する. この方法は昨年黒田らの研究報告³⁾において, 同じ逐次改善法である 2opt 法との併用で良い結果が得られたため, LK 法との併用でも良い結果が得られると考える.

¹⁾情報システム工学科教授

²⁾情報システム工学科学生

³⁾工学研究科修士一年

⁴⁾情報システム工学科准教授

⁵⁾工学部教育研究支援技術センター技術職員

局所最適解を得た後、都市の位置をずらすことで問題を変化させ、それを解くことで得られた新たな巡回路を元の問題に当てはめることで再び経路の改善を可能にし、広い範囲の探索が出来、より良い解が求まる可能性が高まると考える。既存の方法との比較によってその有効性を示す。

2 Lin-Kernighan 法

LK 法は経路を繋ぎかえを繰り返し巡回路を改善していく逐次改善法の一つである。一回の改善で繋ぎかえる経路の本数は固定していない²⁾。LK 法では、ある経路を繋ぎかえて得られた巡回路が現在の巡回路より短いものだったとしてもその場で経路の変更は行わず、ツアーを保存しさらに繋ぎかえを行い、最後に閉路を形成したとき短くなっていればそれを採用する。

次のような手順で改善を行う。

step1 ランダムな巡回路を生成する。

step2 $G^*=0$ (G^* は改善された経路長の最大), $i=1$ とする。任意の都市 t_1 と接続する枝 x_1 を選ぶ。 x_1 に隣接するもう一つの都市を t_2 とする。

step3 t_2 から近い順に $g_1 = x_1 - y_1 > 0$ となるような都市 t_3 , 枝 y_1 を選ぶ。もしそのような y_1 が予め定めた回数だけ探しても見つからなければ, t_1 に接続するもう一つの枝を x_1 とし, 同じ操作を行う。それもなければ step2 に戻り新しい t_1 を選択する。

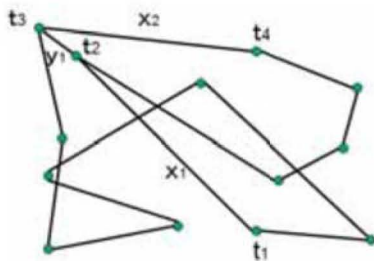


図.1 5zwstep3

step4 $i = i + 1$ とし以下のような x_i (現在 t_{2i-1} と t_{2i} はつながっている) と y_i を選ぶ。

(a) t_{2i} と t_1 を繋いだとき、巡回路になるような x_i をえらぶ。 ($y_i - 1$ が与えられたとき x_i は一意的にきまる。これは $i \geq 2$

のときに, t_{2i} と t_1 を繋いだら巡回路になることを保証する)。

- (b) t_{2i} と t_1 をツアーにして以前より経路が短くなるかを調べる。 t_{2i} と t_1 を繋いだ辺を y_i^* としたとき, $g_i^* = x_i - y_i^*$ を計算する。もし, $G_{i-1} + g_i^* > G^*$ ならば, $G^* = G_{i-1} + g_i^*$ に設定し, を保存する。 (G^* は現在最も短くなった経路長で, 比較の基準となる。 G^* は常に $G^* \geq 0$ で減少することはない。)
- (c) t_{2i} から近い順に (d) の条件を満たすような t_{2i+1} を選び, t_{2i} と t_{2i+1} を接続し枝を y_i とする。 t_{2i+1} は事前に定めた回数だけ選ばれる。その際, (c), (e) の条件を満たさなければならぬ。もし y_i が存在しなければ step5 を実行する。
- (d) $G_i = \sum g_i > 0$ (経路が短くなったか判定) である。 ($g_i = x_i - y_i$)
- (e) $i+1$ で (a) を満足するために, y_i を繋いだら x_{i+1} を切断しなければならぬ。
- (f) 以前に繋いだ y_i を切断したり, 切断した x_i を繋いではいけない。

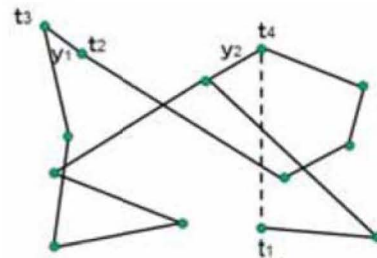


図.2 step4 (i=2)

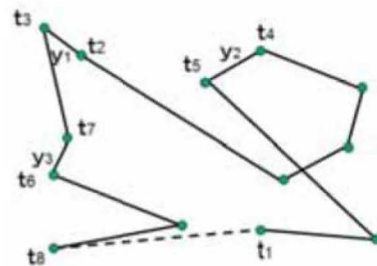


図.3 step4 (i=4)

step5 x_i, y_i どちらも step4(d)~(f) を満たさない場合や, $G_i \leq G^*$ のときは step2 から step4 までの (x_i と y_i に関する) 手続きを終了する。

step6 もし $G^* = 0$ ならば, 以下の操作が行われる。

- (a) 長さが短い順に y_2 を選び, それが $g_1 + g_2 > 0$ のあいだ, step4 と step5 を繰り返す. (もし改善が見つかったら step2 へ戻る)
- (b) もし step4(c) で選んだすべての y_2 で改善なしならば, step4(a)に戻り, 別の x_2 を選択する.
- (c) それでも改善できなければ step3 に戻り, t_3, y_1 を選び直す.
- (d) もし, すべての y_1 で巡回路が短くならなければ, step2 に戻りもう一方の x_1 を選択する.
- (e) それでも改善できなければ新たな t_1 を選択し, step2 から繰り返す.

step7 n 個すべての t_1 が利益なしで調べられたら, 手順を終了する.

2.1 提案手法

逐次改善法である LK 法は改善方向にしか遷移しない為, 局所最適解に陥るとそこから抜け出すことができない. しかし, 広域の最適解を得るためには局所最適解から脱出し, さらに広く探索を続ける必要がある. 局所最適解から脱出し, 探索を続けるため都市の位置を一時的にずらす. 一度 LK 法によって局所最適解を得た後, 都市の位置をずらし, その問題に対して LK 法を適用する. このとき得られた巡回路は最初に得られた局所最適解とは違う巡回路になっており, 元の問題に当てはめると LK 法で再び改善が出来るようになっている. このように局所最適解から脱出し, 広く探索を行うことで通常の LK 法では見つけにくい経路を発見しより良質な解を得る可能性が高まると考える.

提案手法を具体的に説明する.

step1 ランダムな初期解に対して, LK 法を用いて巡最適解を得る.

step2 都市に摂動を加える. 都市すべての座標をずらし, 新しくできた問題に再び LK 法を適用する.

都市間の平均距離を D とする. $\pm D\alpha$ の一様乱数だけ都市座標をずらす. α は, 摂動の大き

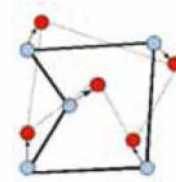


図. 4 都市に摂動を加える

さを定めるパラメータであり, $0 < \alpha \leq 0.1$ 程度の範囲で定める.

step3 加えた摂動の β ($0 < \beta < 1$) 倍だけ都市を元の位置に近づけ, LK 法を適用する.

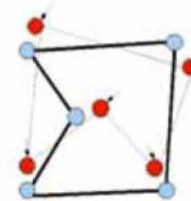


図. 5 元の場所に近づける

この操作をもう一度行う. β は, 摂動を加えた都市を元の位置に戻す

step4 都市を元の位置に戻し, LK 法を適用する.

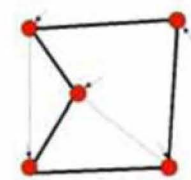


図. 6 元の位置に戻る

α を δ 倍し, 新たな α とする. $0 < \delta \leq 1$ であり, 摂動の大きさを摂動の回数を追うごとに徐々に減らしていく.

step2~4 を γ 回繰り返す. γ は摂動を加える回数である.

3 実験

3.1 ベンチマーク

以下のベンチマーク問題は TSPLIB⁷⁾ より, 問題を用いる. これらは, 既に最適解が分かっている問題である.

- nrw1379 (1379 都市)
- fnl4461 (4461 都市)
- usa13509 (13509 都市)

3.2 LK法による実験

提案手法の性能を示すためまず、ベンチマーク問題に対してLK法の場合の実験を行う。表1にそれぞれの問題でのLK法による結果をあらわす。

3.3 提案手法による実験

パラメータ α , β , γ , δ の適切な値は問題の規模や都市配置によって変わるものである。より良質な解を得るために、 α , β , γ , δ を以下の範囲についてパラメータ・サーベイを行った。

- α は, 0.1, 0.05, 0.01, 0.005, 0.001.
- β は, 0.5 に固定する。加えた摂動は $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{4}$ 倍されることになる。
- γ は, 5 に固定し, 一回ごとにコストを保存し最もコストの低いものを解とする。
- δ は, 0.625, 0.75, 0.825, 1.0.

一組の α , δ に対して, 20 回試行する。

3.4 提案手法の結果

得られた解の平均, 最良, 最悪, をLK法の場合と比較する。次の表に, 提案手法による実験の結果とLK法の場合の結果を表2に表す。括弧の中は最適解との乖離率(%)である。

LK法の場合よりも経路長の短い解が求まっているのがわかる。

3.5 提案手法の評価

3.5.1 比較実験

提案手法の性能を測るため, 比較対象としてシミュレーテッドアニーリング法(SA法)を用いる⁴⁾⁶⁾。SA法とは, 高温に熱した固体を徐々に冷却し, 物質のエネルギーを最小化するアニーリングという手続きにヒントを得たメタヒューリスティクス的一种で, 現在でもよく用いられる。

逐次改善法は経路長が短くなる場合にのみ巡回路を変化させるが, SA法では局所最適解に捕捉されるのを避けるため, 確率的に経路長が長くなる場合の巡回路の変更も許すようにする。改悪の遷移確率は温度と呼ばれるパラメータで制御され, 温度が高いときは改悪の遷移を採択しやすく探索が進むにつれ徐々に温度を下げていくと採択されにくくなる。適切な温度管理をおこなえば十分な

時間をかけることで最適解を得る確率が1に収束することが知られている。

SA法は現在でも様々な方法と組み合わせて用いられている強力な手法であり, 高い性能を示すと考えられるため提案手法の有効性を示すのに最適な比較対象である。今回の実験では以下のように遷移確率を定義する⁵⁾。

$$p = \begin{cases} 1 & (\Delta E \geq 0) \\ \frac{2}{1+e^{\frac{\Delta E}{kT}}} & (\Delta E < 0) \end{cases}$$

$\Delta E =$ 現在のコスト - 遷移後のコスト, $\frac{1}{kT} = \frac{\log i}{C}$ であり, i は全都市に対してLK法による探索を行った回数である。

SA法をLK法に組み込むことで局所最適解に陥ることなく探索を続けられ, より経路の短い巡回路を発見する可能性が高まる。

Cの最適な値は問題によって異なるため, 問題ごとにそれぞれパラメータ・サーベイを行う必要がある。

性能の比較のため摂動法の計算時間を事前に計っておき, 同程度の時間が経過したところで計算を打ち切る。以下の値でパラメータ, サーベイを行った。

- nrw1379 C = 5, 10, 15, 20, 25
- fnl4461 C = 5, 10, 20, 30, 40
- usa13509 C = 100, 200, 300, 400, 500

3.5.2 結果

得られた解の平均, 最良, 最悪, をLK法の場合と比較する。以下の表に, LK法のみ, SA法+LK法の実験結果を表3に表す。括弧の中は最適解との乖離率(%)である。

LK法の場合よりも経路長の短い解が求まっているのがわかる。

3.5.3 比較評価

提案手法の有効性の評価のため, LK法のみ, 摂動法を併用したLK法, SA法を併用したLK法の3種類の手法について得られた解の経路長の平均, 最良, 最悪を比較する。

それぞれの手法で得られた経路長の平均, 最良, 最悪を表4に表にあらわす。SA法, 摂動法は, パラメータ・サーベイを行った中で最も良い解が得られた値での結果である。

表. 1 LK 法の実験結果

都市	方法	ave	best	worst
nrw1379	LK のみ	57570(+1.65%)	57297(+1.16%)	57848(+2.14%)
fnl4461	LK のみ	185837(+1.79%)	185256(1.47%)	186153(1.95%)
usa13509	LK のみ	20389313(+2.03%)	20332300(+1.75%)	20454500(+2.36%)

表. 2 提案手法の実験結果

都市	方法	ave	best	worst
nrw1379	LK のみ	57570(+1.65%)	57297(+1.16%)	57848(+2.14%)
	LK+摂動	57332(+1.23%)	57069(+0.76%)	57624(+1.74%)
fnl4461	LK のみ	185837(+1.79%)	185256(1.47%)	186153(1.95%)
	LK+摂動	185155(+1.42%)	184962(+1.31%)	185553(+1.64%)
usa13509	LK のみ	20389313(+2.03%)	20332300(+1.75%)	20454500(+2.36%)
	LK+摂動	20345452(+1.81%)	20278085(+1.47%)	20373784(+1.95%)

括弧の中は最適解との乖離率 (%) である。

平均は SA 法を併用した方が良い結果が出ているが、最良解は nrw1379, usa13509 で提案手法の方がよい解を得ることができた。

実験の結果、二つの問題について SA 法を併用した場合より経路の短い巡回路が見つかったことから摂動法は SA 法より良い解が求まる方法であると考えられる。

パラメータサーベイを行った中で、最もよい解が得られた組み合わせは、

摂動法では

- nrw1379 $\alpha=0.01, \delta=0.825$
- fnl4461 $\alpha=0.005, \delta=0.825$
- usa13509 $\alpha=0.001, \delta=0.75$

SA 法では

- nrw1379 $C = 15$
- fnl4461 $C = 20$
- usa13509 $C = 300$

である。

都市数が増えるにつれて良い解を得るための摂動の大きさは小さくなっていることが分かる。摂動は問題全体にかけるため、大都市に対してはわずかの座標の変化でも LK 法で解いた時の経路の違いが大きく現れると考える。また、摂動は回数を追うごとに少しずつその大きさを縮めることでより効果があがる。

C の値の違いは遷移確率の式に改悪された経路長の値がそのまま使われているため都市数よりも都市間の距離による影響が大きいと考えられる。

4 おわりに

本研究では、LK 法の欠点の一つである局所最適解へ陥ることを避けるための改良を提案した。具体的には、一時的に都市の位置をずらす摂動を与えることにより、局所最適解から脱出する方法を提案し、その有効性を示すため比較実験を行った。摂動法では都市に摂動を加えることによって一度陥った局所最適解から脱出し、探索範囲を一時的に広げ、探索を続けることで、より経路の短い解が求まる可能性が高まる。

実験の結果、摂動法を併用した LK 法は、LK 法の場合よりも、良い解が得られることがわかった。SA 法を併用した LK 法と比較すると、平均値は SA 法を併用した場合の方が良い結果が出ている。しかし、最良解は摂動法を併用した方が良い結果が得られたことから摂動法は SA 法よりも最適解を得やすい手法であると考えられる。

今後の課題としてはさらに大規模な問題への適用や HGA への組み込み等があげられる。

表. 3 SA法+LK法の実験結果

都市	方法	ave	best	worst
nrw1379	LKのみ	57570(+1.65%)	57297(+1.16%)	57848(+2.14%)
	LK+SA	57268(+1.11%)	57092(+0.80%)	57677(+1.83%)
fnl4461	LKのみ	185837(+1.79%)	185256(1.47%)	186153(1.95%)
	LK+SA	185108(+1.39%)	184835(+1.24%)	185367(+1.53%)
usa13509	LKのみ	20389313(+2.03%)	20332300(+1.75%)	20454500(+2.36%)
	LK+SA	20314970(+1.66%)	20280135(+1.49%)	20352932(+1.85%)

表. 4 すべての実験結果

都市	方法	ave	best	worst
nrw1379	LKのみ	57570(+1.65%)	57297(+1.16%)	57848(+2.14%)
	LK+SA	57268(+1.11%)	57092(+0.80%)	57677(+1.83%)
	LK+摂動	57332(+1.23%)	57069(+0.76%)	57624(+1.74%)
fnl4461	LKのみ	185837(+1.79%)	185256(1.47%)	186153(1.95%)
	LK+SA	185108(+1.39%)	184835(+1.24%)	185367(+1.53%)
	LK+摂動	185155(+1.42%)	184962(+1.31%)	185553(+1.64%)
usa13509	LKのみ	20389313(+2.03%)	20332300(+1.75%)	20454500(+2.36%)
	LK+SA	20314970(+1.66%)	20280135(+1.49%)	20352932(+1.85%)
	LK+摂動	20345452(+1.81%)	20278085(+1.47%)	20373784(+1.95%)

参考文献

- [1] 山本芳嗣, 久保幹夫, “巡回セールスマン問題への招待”, 朝倉書店, 1997
- [2] S.Lin and B.W.Kernighan. An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem. Operations Research, Vol.21, No.2, pp.498-516, (1973).
- [3] 黒田正文, 岩切淳一, 山森一人, 吉原郁夫, “摂動法を併用した TSP の準最適解生成法”, 電子情報通信学会 2008 総合大会講演論文集, D-1-2(CD-ROM), 2008
- [4] 福島雅夫, “数理計画入門”, 朝倉書店, 1996
- [5] 仙石浩明, 吉原郁夫, “遺伝的アルゴリズムの最適解探索能力に関する評価”, 社団法人情報処理学会の全国大会講演論文集, 第 47 回平成 5 年後期, No.2 pp. 233-234 (1993)
- [6] Sadiq M. Sait (著), Habib Youssef (著), 白石 洋一 (翻訳), “組合せ最適化アルゴリズムの最新手法—基礎から工学応用まで”, 丸善, 2002
- [7] “TSPLIB”<http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/>