

フラクタル次元を用いた企業行動の実証研究

伊藤孝夫¹⁾・坂本真人²⁾・松野成悟³⁾

A Research on Corporate Behaviors using Fractal Dimension

Takao Ito¹⁾, Makoto Sakamoto²⁾, Seigo Matsuno³⁾

Abstract

This is a research on corporate behaviors of the Japanese car-makers using the index of fractal dimension. The authors notice that all of corporate behaviors are not linear. Then the authors collect the data from typical car-makers, and measure their different fractal dimensions. Furthermore, the authors discuss the implications based upon their measurement from the viewpoint of Hurst index. This research provides a new measurement for corporate analysis.

Key Words:

correlation dimension, fractal dimension, corporate behaviors, Hurst index

1. はじめに

組織的挙動の分類は、多変量解析から組織心理学にわたって様々なアプローチがなされている。しかしながら、これらの分析手法では各要素の関係は互いに独立という前提の下で展開されているため、必ずしも現実とフィットしたものであるとはいえない。そのため、企業の挙動を解明するために、より適切なアプローチが求められている。近年、多くの非線形的なアプローチが開発され、自然現象ばかりでなく、経済現象などへの応用も盛んに行われるようになった。特に、1983年にGPアルゴリズム(Grassberger-Procaccia algorithm)が開発され、

フラクタルの性質を有する現象が研究されるようになった[1]。GPアルゴリズムとは、P. GrassbergerとI. Procacciaが提案し、彼ら二人の頭文字をとって名づけられた相関積分法の測定方法である。この手法を使えば、相関積分と呼ばれる量を計算することにより、フラクタル次元の一つの尺度である相関次元を求めることができる。

本研究では、GPアルゴリズムを用いたフラクタル次元の測定方法を取り上げ、株価のデータを用いて、企業という組織的挙動を測定し、これらの研究結果を用いて、組織的挙動の短期予測をも明らかにすることを目的としている。

2. 予備的考察

2.1 自己相似性について

自己相似性とは、図形の一部を拡大すると、

-
- 1) 宇部工業高等専門学校経営情報学科, 教授
 - 2) 宮崎大学工学部情報システム工学, 准教授
 - 3) 宇部工業高等専門学校経営情報学科, 准教授

他の部分、または全体と形が一致または近似する状態をいう。自己相似な図形は大きく2つに分けることができる。第1は、一定の形を一定の比率で大きくしながらもとの形に付加していくと成長の結果ができてくるものである。第2は図形のどの部分をとっても、細部を拡大すると全体と同じ形になり、一様な自己相似性を持つものである。これはフラクタル(fractal)と呼ばれている。自己相似性の研究事例としては海岸線や人間の脳波や脈波などがある[2]。

2.2 フラクタルの概念

1975年にマンデルブロ(Benoit Mandelbrot)が「砕けた石」という意味のラテン語から、非整数次元を持った図形や構造をフラクタルと命名した。この非整数次元はフラクタル次元と呼ばれている。

フラクタル次元は次のように定義されている。 S を R_n の部分空間とすると、任意の $\varepsilon (> 0)$ に対して、辺の長さ ε の n 次元の箱で覆うために必要な箱の個数を $N(\varepsilon)$ としたとき、次の容量次元の極限が存在し、それが非整数であるとき S はフラクタル次元を持つという。

$$\dim S = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}$$

このフラクタル次元の概念は、従来の次元概念との整合性を持つ。典型的なフラクタル図形として、カントール集合やシェルピンスキーのギャスケットなどがある。

3. フラクタル次元とその測定方法

3.1 位相空間と埋め込み次元

本研究では、企業の時系列データを用いる。このような時系列データを解析する方法として、計測されたデータの高次元空間におけるアトラ

クタの軌道を再構成することによって次元を測定することが考えられる。この解析方法で用いられる一定の時間遅れ毎の差分による時間遅れ座標系への変換の有効性も D. Ruelle と N. Packard らによって証明されている。

力学系における運動状態を記述するためには、その運動状態を記述するのに必要な変数(状態変数)を考えることが必要である。この状態変数によって形成された空間を状態空間または相空間と呼ぶ。位相空間の構成方法は次のとおりである。まず、1つの変数 $x(t)$ を測定する。 τ 時間後の変数は $x(t+\tau)$ をとれば、 $(x(t), x(t+\tau))$ の二次元の相平面が形成され、 $(x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau))$ は3次元の相空間が形成される。さらに $(x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau), \dots, x(t+(m-1)\tau))$ の場合、 m 次元の相空間が形成される。この作業をアトラクタの再構成と呼び、これにより相平面上の軌跡を描くことができる。再構成の典型的な事例としてローレンツ方程式のアトラクタがある。

F. Takens は再構成状態空間の次元 m が $2d+1$ 以上であれば、観測時系列から再構成状態空間への変換が埋め込みであることを証明した[4]。つまり、 $2d+1$ 次元空間内でそれらしいアトラクタがみえさえすれば、もともと m 次元のアトラクタであると思ってもよい。

この作業はその軌跡を m 次元の空間に埋め込むことを意味することから m は埋め込み次元と呼ばれている。

自己相似性をもつ非整数次元には、主にフラクタル次元、ハウスドルフ次元、ボックスカウント次元、相似次元に分けられ、各々の測定方法は異なる。このように次元の測定方法は現在までに多くの学者によって改良され進化してきた。本研究ではGPアルゴリズムを用いて、フラクタル次元を測定する。

3.2 フラクタル次元の測定手順

GPアルゴリズムを用いてフラクタル次元を

測定する方法は次の通りである。

1) 時系列データの収集

本研究で用いるデータは、日本自動車産業の完成車メーカーの株価を取り上げている。完成車メーカーを取り上げる理由は、国民経済における自動車産業重要性と完成車メーカーの組織的挙動が企業の経営業績に与える影響の大きさである。

2) データの正規化

相関次元を計算する前に、まずデータを正規化する必要がある。正規化とは、データの範囲が0から1までの値に変換することであり、その計算は次の通りである。

$$z(t) = \frac{Min(x) - x(t)}{Min(x) - Max(x)}$$

3) 埋め込み次元の作成

埋め込み次元を作り出す際には、その時間の差 τ を設定する必要がある。本研究では τ を1営業日とする。

4) 埋め込み次元におけるデータ間距離の計算と比較

埋め込み次元におけるデータ間の距離を求めて、計算された二点間の距離 $|\vec{X}_i - \vec{X}_j|$ と任意の値 r の比較を行う。比較基準はヘービサイド関数を用いる。つまり、二点間の距離が r より大きければ、ヘービサイド関数の結果が0に、そうでなければ1になるとの判定をおこなう。なお、2点間の距離はユークリッドの概念を用いて計算する。

5) 相関積分 $C(r)$ の計算

判定の結果をカウントし、次の式に従って、相関積分 $C(r)$ を計算する。

$$C(r) = \lim \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \theta(r - |\vec{X}_i - \vec{X}_j|)$$

$C(r)$ 相関積分

$\theta(x)$ ヘービサイド関数

N データの数

r 任意の値

X 時系列データ

6) 相関次元の測定

最後に、上記の計算結果に基づいて、 $\ln C(r) - \ln r$ のグラフを作成し、その傾きが飽和すると、相関次元が求められる。相関次元はその傾きが飽和時の値である。

3.3 測定の結果

企業の株価を図で示すと、自己相似性を有することが明らかである。つまり、任意の一部を取り出しても、他の部分またはその全体と一致または近似する性質をもつ。従って、各企業のフラクタル次元を求めることによって企業の組織的挙動を計量的に測定することが可能であると考えている。

日産自動車の場合の株価の時系列と相関次元の結果を図で示すと図1と図2の通りである。

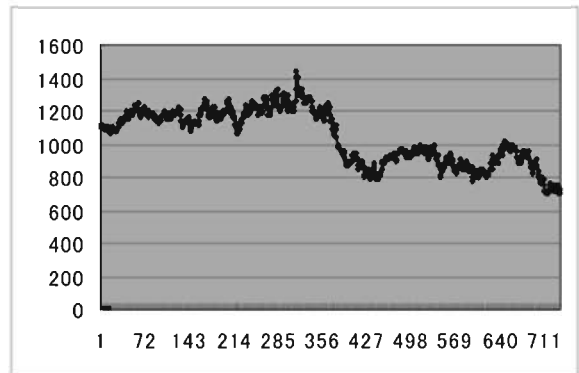


図1 日産自動車の株価の時系列データ

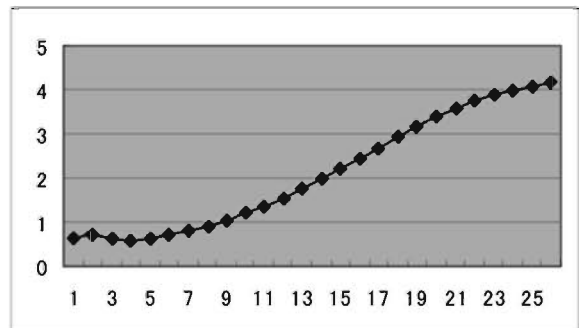


図2 日産自動車の相関次元

図2からわかるように、日産自動車の相関次元が4.2のときに飽和する傾向を見せていることから、そのフラクタル次元は4.2であるといえよう。本稿では、日産をはじめ、トヨタ、ホンダ、三菱、マツダ、ダイハツ、スズキの株価を収集し、それぞれのフラクタル次元を測定した。その結果は次の通りである。

表1 各完成車メーカーのフラクタル次元

企業名	フラクタル次元	データ期間
トヨタ	3.86	2002.1.5-2004.12.21
日産	4.2	2002.1.5-2004.12.21
三菱工業	2.6	2002.1.5-2004.12.21
マツダ	3.5	2002.1.5-2004.12.21
富士重工業	3.1	2002.1.5-2004.12.21
本田技研	1.47	2009.1.5-2009.12.21
スズキ	1.46	2009.1.5-2009.12.21
ダイハツ	1.47	2009.1.5-2009.12.21

4. 考察

そもそも次元の数とはその現象を説明する独立した要因の個数を意味する。フラクタルの研究によると、人に共通の基本構造の上に、個人に特有の構造を持ち、心身の状態や病気によって変化がもたらされている。心理や生理状態が不安定になり、病気になると、アトラクタの全体構造が単純化になり、また健康な状態では全体の構造が複雑な構造になる。

本研究の結果からわかるように、自動車メーカーの日産、トヨタ、マツダ、富士重工業、三菱工業、ダイハツ、本田技研、スズキの順となっている。ここで、本田技研、スズキ、およびダイハツのデータ期間が他の企業のデータ期間とは異なっていることを見逃してはならない。日産のフラクタル次元がトヨタのそれよりも高い理由は、2001年にカルロスゴーンの改革によるものではないかと思われる。

また、フラクタル次元はハースト指数の逆数であることはマンデルによって証明されている。ハーストの研究によると、ハースト指数が0.5の場合、時系列の現在は、将来に影響を及ぼさない。ハースト指数が0.5より小さい場合は現在の状況と反転する傾向を持ち、0.5と1.0の間の場合、現在の状況を持続する傾向を持つ。従って、日産、トヨタ、マツダ、富士重工業、三菱工業の5社は反転する傾向を、ダイハツ、本田技研、スズキの3社は現在の状況を持続する傾向を持つと予測できよう。

5. おわりに

本稿では、GPアルゴリズムを用いて、完成車メーカーのフラクタル次元を測定した。また、測定の結果に基づいて、その経営的願意を考察し、求められた各企業のフラクタル次元を使って、今後の短期予測を行った。しかし、企業の組織的挙動は株価という一元的なデータにのみ反映されるものではないので、株価のほかに、自動車の生産台数や販売台数などのデータを収集し、それぞれのフラクタル次元を測定する必要がある。また、各完成車メーカーのデータの期間が異なっているため、完全な比較ができていない。これらの問題を今後の研究課題として引き続き研究していく必要がある。

参考文献

- [1]Grassberger and Procaccia, (1983) Characterization of Strange Attractors, *Physical Review Letter* 31, pp.336-349
- [2]Tsuda I., Tahara T., Iwanaga H., (1992) Chaotic Pulsation in Human Capillary Vessels and its Dependence on Mental and Physical Conditions, *International Journal of Bifurcation and Chaos Vol. 2, No.2*, pp.313-324