磁気浮上攪拌フィンを利用した振動型混合装置の開発

山田 典雅" ・ 岡部 匡2)

Development of Mixer of Vibration Type by Using Magnetically Levitated Fin

Norimasa YAMADA, Tadashi OKABE

Abstract

In order to im prove the mixing efficiency, the mixer of vibration t ype by using magnetically levitated fin is developed. In this device, the stir fin is levitated with the magnetic repulsive force in the mixing tank and excited from the outside by the periodically changing magnetic field. The system governed the motion of the stir fin has very strong nonlinearity, and the behavior of the stir fin is complicated. The damping coefficient is an important parameter to specify the motion of stir fin. The damping coefficient of vibrating fin in water is identified by using the phase method. The value of the damping coefficient obtained by the experiment is used in num erical calculation. The vibration charact eristics of the stir fin are investigated by both num erical calculation and experiments.

Key Words:

Forced vibration, Nonlinear vibration, Vibrating mixer, Magnetically levitated fin, Damping coefficient

1.緒 言

振動型混合装置は, 攪拌円筒容器内で攪拌フィンを 高速に往復運動させることにより, 従来の回転翼式の 攪拌装置では困難であった低粘度から高粘度まで液 体どうしの混合を効率よく行うことができる。しかし ながら, 攪拌フィンの高速往復運動を実現するために は, 攪拌駆動用機械部品の摺動部の摩擦対策など解決 すべき様々な問題がある。そこで,本研究では, 振動 型混合装置の高性能化を目的として磁気浮上攪拌フ ィンを利用した振動型混合装置の開発を行った。開発 した混合装置は,磁気ばねによる非線形復元力特性を 利用し,その非線形振動現象を攪拌・混合に利用する ものである。磁気ばねを利用することで従来の振動式 混合装置では不可能だった攪拌槽と外部環境を完全 に遮断でき, 混合液へ不純物が混入するという問題を

2) 機械システム工学科准教授

解決できる。さらに、磁気ばねのハードスプリング型 の非線形振動現象を利用することで、攪拌フィンを大 振幅かつ高振動数で振動させることが可能となり、攪 拌効率の向上が期待できる。

本報告では、位相法¹¹ 用いることで既報²¹の研究に おいて特定の困難であった水中で運動する攪拌フィ ンの減衰係数を同定した。そこで得られた減衰係数を 用いて攪拌フィンの運動の数値シミュレーションを 実行した。また、攪拌フィンの高振動数かつ大振幅で の運動が可能である混合装置を実際に設計・製作し、 実験により磁気浮上攪拌フィンの振動特性の評価を 行った。

2.磁気浮上攪拌フィンを利用した振動型混合装 置の概要

図1には本研究で製作した振動型混合装置の全体図 を、図2には磁気浮上攪拌フィンを示す。この振動式

¹⁾ 機械システム工学専攻大学院生

混合装置は,磁気反発力によって,攪拌槽内で浮上さ せた攪拌フィンを周期変動する磁場により強制的に 振動させて液体を攪拌するものである。以下に本実験 装置の特徴を説明する。

(1) 攪拌フィンの両端に2つの永久磁石 B, B'を取付け, それと同極が対向するように攪拌槽上部,下部に永久 磁石 A, A'を取付ける。磁石 AB 間の反発力により攪拌 フィンを浮上させている。

(2) 攪拌槽内の液体の運動の様子を確認できるように、 攪拌槽は透明にし、この攪拌槽の主液注入口から混合 液の媒体となる主液を、副液注入口から副液を注入し、 排出口から主液と副液の混合液を排出する。

(3) 励振用磁石 A を取り付けた基礎部の往復運動を発 生させるためにスライダ・クランク機構を利用した。 また,この機構のクランク部には偏心カムを使用し, その偏心距離を変化させることで強制変位振幅を調 整できる。その結果,周期的励振力の大きさを増減さ せることを可能とした。

3. 液中での攪拌フィンの減衰係数の同定

3.1 減衰係数の測定

振動する攪拌フィンの運動は,非線形振動系に対す る高精度数値解法であるシューティング法 ³を利用し て数値シミュレーションを行う。一般に,減衰係数は 減衰自由振動波形から対数減衰率を求める方法や強



図1 振動型混合装置の全体図

制振動応答を用いるハーフパワー法⁴⁾によって測定さ れることが多い。しかしながら,水中で運動する攪拌 フィンについては減衰が大きいためにこれらの方法 では減衰係数の特定は困難である。そのため既報 "の 研究では数値シミュレーションに用いる減衰係数の 大きさをおよそ合理的と思われる一定の値に仮定す ることで計算せざるをえなかった。その結果,定性 的・定量的に実験結果と大きく異なり,信頼性の乏し いものとなった。この原因の一つとして,数値計算に 用いた減衰係数の値が実際の現象を正確に再現でき ていないことに加え,励振振動数に依存して減衰係数 が変化しているにもかかわらず,常に一定値と仮定し たことが原因と考えられる。そのため,本研究では, 高減衰時においてもその減衰係数を測定可能である 位相法¹⁾を用いて減衰係数を測定可能である

3.2 位相法における解析モデル

図3に位相法の解析モデルを示す。図3の振動系に おいて、ばね定数k [N/m]のばねで支持された被支持体 の質量をM[kg]とし、被支持体の平衡点を原点とする 絶対変位の鉛直方向変位を \hat{x} [m]で表す。また、 a_0 [m] を基礎の強制変位振幅、 ω [rad/s]を基礎の強制変位角 振動数、t[s]を時間。粘性減衰係数c[Ns/m]とする。 基礎部は強制変位 $\hat{x}_0 = a_0 \sin \omega t$ で振動しているものと する。



図2 磁気浮上攪拌フィン



図3 位相法における解析モデル

3.3 被支持体の運動方程式

図3の振動系の運動方程式は次式で表される。 $M_{r}^{\infty} + c_{r}^{\infty} + k_{r}^{2} = k_{0}^{2} + c_{0}^{\infty} = P_{eq} \sin(\omega t + \gamma)$ (1)

ここで, "-" は時間 t に関する微分を表し, P_{eq}は等価 加振力, γ は基礎の変位と等価加振力の位相角を表し ており,

$$P_{cq} = a_0 k \sqrt{1 + (2\zeta_0 \alpha)^2} \quad (2)$$

$$\gamma = \tan^{-1} 2\zeta_0 \alpha \quad (3)$$

$$\hat{\omega}_n = \sqrt{\frac{k}{M}}, \quad \zeta_0 = \frac{c}{2\sqrt{Mk}}, \quad \alpha = \frac{\omega}{\hat{\omega}_n} \quad (4)$$

である。ここで ω_n は不減衰固有振動数, ζ は減衰比, α は振動数比である。式(1)の定常解は次式で表される。 $\hat{x} = a_i \sin \{\omega t - (\phi - \gamma)\}$ (5)

ここに、 a_i は被支持体の振幅、 ϕ は等価加振力と被支 持体の変位の位相角である。また、基礎と被支持体の 位相差 $\phi-\gamma$ は、

 $\phi - \gamma = \tan^{-1} \frac{2\zeta_0 \alpha^3}{1 - (1 - 4\zeta_0^2) \alpha^2}$ (6)

3.4 位相法による減衰係数の推定

式(1)を次のようにベクトル表示する。 $M_{*}^{*} + c_{*}^{*} + kX = kX_0 + c_{*}^{*} = P$ (7)

$$X_{0} = a_{0}e^{i\omega t} : 可動基礎の変位ベクトル
P = P_{eq}e^{i(\omega t + \gamma)} : 等価加振力ベクトル
X = a_{0}e^{i(\omega t - \phi + \gamma)} : 被支持体の変位ベクトル
(8)$$

 $\omega < \omega_n$ のときの式(7)のそれぞれの項のベクトルを複素 平面上に図示すると図4のベクトル線図を得る。ここで は便宜上Xを実軸上に図示している。位相法とは図4の 位相角 $\phi - \gamma$ を測定して減衰を求める方法である。

図4から次の関係式を得る。



これを解くと、減衰係数 c が次式から求められる。

$$c = \frac{M\omega\sin(\phi - \gamma)}{\left(\frac{a_{\rm i}}{a_{\rm o}}\right) + \left(\frac{a_{\rm o}}{a_{\rm i}}\right) - 2\cos(\phi - \gamma)}$$
(10)

 $\omega > \omega_n$ のときも式(9)と同じ関係式を得られるので,任 意の振動数 ω においてこの式を適用することができ る。したがって,基礎部と被支持体の位相差 $\phi - \gamma$, 基礎部の振幅 a_0 [m],被支持体の振幅 a_1 [m]を測定する ことで,液中で攪拌フィンが振動する場合のような高 減衰時の減衰係数を求めることができる。

3.5 減衰係数の測定実験

攪拌フィンの減衰係数を求めるために製作した実 験装置を図5に示す。4本の板ばね(ばね定数 k=46.1[N/m])に支えられた被支持体に測定対象を取 り付け,基礎部を振動試験機によって正弦波変位を与 えることで測定対象を水(25℃にて動粘度係数 v=0.893[m²/s]) で満たされた内径 d=50 [mm]のアク リルパイプ内にて鉛直に振動させる。励振振動数は 1~30[Hz]まで 1[Hz]ずつ増加させる。基礎および被支 持体の変位はレーザー変位計(KEYENCE・LK-500) を用いて測定する。まず, 直径の異なるアクリル製の 円板を使用し,水中で振動する円板の減衰係数を求め, 円板とパイプとの円環すきまと減衰係数の関係性を 調べた、次に、本混合装置で使用している螺旋形状を した攪拌フィンについても、同様の実験を行い、その 水中振動時の減衰係数を測定した。表1には使用した 円板の寸法と質量、表2に畳拌フィン及び被支持体の 諸元を示す。

3.6 実験結果

円板と攪拌フィンの減衰係数の測定結果をそれぞ れ図6,7に示す。横軸は励振振動数 f [Hz],縦軸は

表1 円板の寸法

	直径 d [mm]	質量[g]
円板A	30 15	
円板 B	34 20	
円板C	42 3 1	

表2 攪拌フィン及び被支持体の諸元

	直径 d [mm]	質量[g]
攪拌フィン	48 302	
被支持体全体	_	700



式(10)から求めた減衰係数c[Ns/m]である。図6はアク リルパイプ内の円板の直径を 30, 34, 42[mm]と変化 させて減衰係数を求めた結果である。図6の結果から, パイプと円板間の円環すきまが小さくなるほど減衰 係数が大きくなり, 減衰力は主に円環すきまに大きく 影響を受けることが確認できる。図7は、攪拌フィン をアクリルパイプ内で振動させた場合の減衰係数の 実験結果である。励振振動数 9[Hz]以下の低振動数域 では、被支持体に円滑な振動が発生しないため、位相 法により求められた減衰係数の値にバラツキが生じ た。この振動数域で得られる減衰係数の信頼性は乏し いものと考えられる。一方,9[Hz]以上の高振動数域で は、位相法による減衰係数の値は振動数に依存して大 きく変化するという定性的な傾向が顕著に認められ た。9~11[Hz]においては振動数の増加に伴って減衰係 数が増加し、12~19[Hz]の振動数域では減衰係数は振 動数の増加とともに小さくなり、20[Hz]より大きい振 動数域では、減衰係数はほぼ一定値となる。この実験 で得られた減衰係数の値を次章以降の数値計算に適 用した。

4. 解析モデルと運動方程式

4.1 解析モデル

本装置の磁気浮上攪拌フィンの解析モデルを図8に 示す。運動方向が鉛直方向のみに拘束された質量 m[kg]の磁気浮上攪拌フィン(以下,攪拌フィンと呼 ぶ)とする。この攪拌フィンは磁気反発力を有する磁 気ばねによって上下両方向から挟まれ浮上している。 x[m]は平衡点を原点とする絶対変位の鉛直方向変位, z[m]は浮上体と基礎の相対変位である。ω[rad/s]を基 礎の強制変位角振動数, t[s]を時間,スライダ・クラ ンク機構による基礎部分の強制変位を S(ωt)とする。 また,この系内に存在する減衰を粘性減衰としてモデ ル化し,式(10)で表される粘性減衰係数を c[Ns/m],さ らに,磁石 A,A'間の距離を L₀[m],F(z)を磁気ばね関 数とする。非加振時(y=0)に攪拌フィンが静止して場 合の磁石 A と浮上体の距離を L₁[m],磁石 A'と浮上体 の距離を L とする。

4.2 運動方程式

図8の解析モデルの運動方程式は次式となる。

$$m\frac{d^{2}x}{dt^{2}} + c\frac{dz}{dt} + mg - F(z) + F(L_{0} - z) = -m\Re(\omega t) (1 - 1)$$

ここで、本装置は加振機構に図9に示すスライダ・ク ランク機構を使用した。*a*,*b*をクランク、コンロッド 長さとして、往復運動距離*S(at)*は、次式で表される。

$$S(\omega t) = a \left\{ 1 - \cos \omega t + \frac{b}{a} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 \sin^2 \omega t} \right) \right\}$$
(12)

また,磁気ばね関数 F(z) は本装置に使用したネオジム 磁石の磁気反発力の近似式であり,次式を用いる。

$$F(z) = A \left(\frac{D}{B+z}\right)^{p} + C \quad (13)$$

式(13)中の P, A, B, C, D は、磁気反発力の測定実験から 決定される定数であり, 表3に P, A, B, C, D の値を示す。 式(11)を無次元化すると次式を得る。

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + \zeta \frac{d\xi}{d\tau} + \beta_1 - \beta_2 \left\{ \frac{1}{\left(\zeta + \beta_3\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \beta_3 - \zeta\right)^2} \right\}$$
(14)
= $-\Gamma \Omega^2 \Re \Omega(1)$

ここに,

$$\begin{split} \xi &= \frac{z}{L_0} : m 次 元相対変位(基礎~浮上体間) \\ \zeta &= \frac{c}{m\omega_n} : m 次 元粘性減衰係数 \\ \Gamma &= \frac{Y}{L_0} : m 次 元加振振幅 \\ \Omega &= \frac{\omega}{\omega_n} : m 次 元加振振動数 \\ \theta_n^2 &= \frac{2EQ}{m} : m 次 元加振振動数 \\ \beta_1 &= \frac{1}{2QL_0(l_1 + B)^2} - \frac{1}{2QL_0(l_2 + B)^2}, \quad \beta_2 &= \frac{1}{2QL_0^3}, \\ \beta_3 &= \frac{B}{L_0}, \quad Q = \left[\frac{(l_1 + B)^3 - (l_2 + B)^3}{(l_1 + B)^3 (l_2 + B)^3} \right], \quad \tau = \omega t \end{split}$$



5. 攪拌フィンの振動特性

5.1 数值計算結果

図 10 はシューティング法3) による攪拌フィンの振 幅周波数応答の計算結果である。計算に使用したパラ メータの値は、磁石間距離 Ln = 80[mm],加振変位 a=5[mm]である。また、粘性減衰係数については、 c=0.531 [Ns/m], 9.491 [Ns/m], 18.979 [Ns/m]の3 種類 の値に固定した場合の計算結果と,図7に示した位相 法により同定された減衰係数を用いた場合の計算結 果を図 10 中に併記している。横軸は、強制変位の振 動数 $f = 2\pi / \omega$ [Hz]、縦軸は攪拌フィンと基礎部の相 対変位の Peak-to-peak 振幅値 z_n [mm] (以後, p-p 振幅 値と呼ぶ)であり、実線は安定解、破線は不安定解を 示し、□印は安定解と不安定解の境界点を示す。一点 鎖線は、自由振動の振幅周波数応答曲線(スケルトン カーブ) である。 c=0.531 [Ns/m]は, 攪拌槽内に液体 を充填していない状態の場合の減衰係数であり、この 場合, 攪拌フィンは 9[Hz]付近で共振が発生し, 振幅 が非常に大きくなる。この主共振部には安定解と不安 定解が存在する。また、3[Hz]付近で高調波共振の発生 を確認できる。c=9.491 [Ns/m]では,約8[Hz]で共振し, 不安定解は存在せず、振動数全域で安定解となる。

位相法により求めた減衰係数を使用した場合では, 8[Hz]より小さい振動数域では攪拌フィンの振幅値は 非常に小さく,共振現象は発生しない。10[Hz]以上の 振動数域では,振動数の増加とともに振幅は徐々に増 加し,約 20[Hz]以上では攪拌フィンの振幅は一定値と なる。



図9 スライダ・クランク機構

表3 磁気ばね関数のパラメータ

Р	2
А	122.820
В	0.0168
С	-6.254
D	0.0185



5.2 実験方法

本実験では, 攪拌槽内に液体(水)を流入した状態 で攪拌フィンの振動振幅を計測した。攪拌槽は内径 d = 50 [mm], 54 [mm] の 2 種類を用意した。攪拌フィンと攪拌槽の隙間は, 攪拌槽の内径 <math>d = 50 [mm],54 [mm] のとき, それぞれ 2 [mm], 6 [mm] である。加振 $変位 <math>a \in 5 \text{ [mm]}, 磁石間距離 L_0 \in 80 \text{ [mm]} とし, 加振$ $振動数 <math>f \ge 0.5 \text{ [Hz]}$ から徐々に 20 [Hz]まで増加させた。 その際の振動数の変化に伴う攪拌フィンの振動変位 の計測データから p-p 振幅値を読み取ることで振幅周 波数応答曲線を作成した。

攪拌槽内に液体を流入させているため, 攪拌フィン の振動変位を直接計測することは困難である。そこで, デジタルカメラ(CASIO・EX-F1)のハイスピード機能 を使用して計測した。ガラス管にスケールを貼り付け, 攪拌槽外部から攪拌フィンの振動をデジタルカメラ で撮影し, 画像データから攪拌フィンの変位を計測し た。

5.3 実験結果

図 11 に攪拌フィンの振幅周波数応答を示す。横軸 は加振振動数 f[Hz],縦軸は p-p 振幅値 $z_p[mm]$ であ る。ここで、〇はd=50 [mm]、●はd=54 [mm]の測定 値を表している。攪拌槽の内径がd=54 [mm]の場合、 加振振動数が約 6.5[Hz]で攪拌フィンの共振の発生を 確認した。さらに、12[Hz]付近から p-p 振幅値が増加 していき、最終的には共振時よりも 2 倍以上の振幅と なる。また、d=50 [mm]の場合では、d=54 [mm]のと きに確認できた共振現象は発生せず、加振振動数の増



加とともに,攪拌フィンの振幅は徐々に増加する。こ の原因は攪拌フィンと攪拌槽との円環すきまが2[mm] 程度になり,攪拌フィンに強い減衰力が作用している ためと考えられる。さらに,高振動域(12~20[Hz]) では,攪拌フィンと加振側の振動の位相差が大きくな り,20[Hz]付近ではほぼ逆位相で運動する。そのため に高振動域の p-p 振幅値 z_pが増加する。

5.4 実験値と数値計算値との比較

図 12 は、水中に置かれた攪拌フィンの振幅周波数 応答の数値計算値と実験値の比較であり、横軸は加振 振動数 f [Hz]、縦軸は攪拌フィンの p-p 振幅値 z_p であ る。加振振幅 a = 5[mm]、磁石間距離 $L_0 = 80$ [mm]と設 定し、粘性減衰係数に位相法で算出した減衰係数を使 用して計算を行った。図 12 中に示した実験値は攪拌 槽の内径 d = 50 [mm]の場合の測定データを使用して いる。実線が数値計算値、〇が実験値を表している。

数値計算結果では、加振振動数の増加に伴って、振 幅値が増加するという振動特性が確認でき、この特性 は実験結果と定性的にほぼ一致している.特に 10[Hz] 以下の低振動数域では、定量的にも計算結果と実験結 果はよく一致している。しかしながら、10[Hz]以上にな ると加振振動数の増加に従って、数値計算値と実験値は 定量的に大きく異なるという結果になった。これは、高 振動数域で攪拌フィンが高速に運動する場合には、攪拌 フィン周囲にある液体の運動が攪拌フィンの振動特性 に大きな影響を及ぼしているものと考えられる。本報の 計算では、攪拌フィン周辺の液体の影響は運動方程式に はまったく考慮に入れていないため計算値と実験値に



大きな差異が生じたものと考えられる。図 13 には加振 振動数 18[Hz]時の攪拌フィンの振動波形を示す。このグ ラフは横軸に時間 t[s],縦軸に絶対変位 x[mm] をとり, 実線が数値計算値,〇が実験値を表す。図 13 を見ると, 明らかに実験値と数値計算値の値が異なることが確認 でき,解析モデルで考慮していない攪拌フィン周辺流体 による影響が攪拌フィンの運動に大きく関与し,振幅値 を増加させていると考えられる。この点に関しては,今 後詳細な検討が必要である。

6.結 言

本研究では磁気浮上攪拌フィンを利用した振動型 混合装置の開発を行うことを目的として,攪拌フィン の運動を決定する上で重要なパラメータである水中 で運動する攪拌フィンに作用する減衰係数の特定を 行った。図 6, 7, 12 に示した結果から水中で振動す る物体の減衰係数は一定値ではなく,振動数によって 変化することが確認できた。また,減衰力が攪拌フィ ンの運動に与える影響を図 11 に示した。攪拌フィン の振動現象を液体の攪拌に利用する場合,減衰力の発 生の要因となる攪拌フィンと攪拌槽の円環すきまを 最適値に設定することが重要となる。

本研究で製作した実験装置により,水中に配置され た磁気浮上攪拌フィンの振動実験を行った結果,高振 動数域では,攪拌フィンの運動に対する減衰力が極め て小さくなるため,比較的小さい励振力で攪拌フィン の大振幅振動を実現できることが確認した。本研究で 試作した混合装置の機構では加振振動数 15~20[Hz]で 攪拌フィンを 10[mm]以上の振幅で振動させることが できた。この振動数域で混合装置を運転すれば,攪拌 フィンの振動を高速かつ大振幅で振動する混合装置 の実現が可能である。

なお,数値計算においては,高振動数時の攪拌フィ ンの運動を十分な精度では計算できないという問題 点が生じた。数値計算の精度向上には, 攪拌フィン周 辺の流体の運動の影響を考慮する必要があり, 新たな 解析モデルの構築が必要である。

参考文献

- 関口久美,浅見敏彦,大きな減衰係数の測定法,日本機 械学会論文集 (C 編), Vol.4 7,N o。 422,(1981), pp. 1317-1320
- (2) 寺内克行,岡部匡ほか2名,磁気浮上型フィンを利用した振動型混合装置の開発,日本機械学会九州支部第61期総会・講演会講演論文集,No。088-01, (2008), pp. 203-204.
- 近藤孝広, 矢ヶ崎一幸, 非線形振動とカオスに関する二, 三の最近の話題, 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 61, No. 583, (1994), pp. 746-751.
- 末岡淳男・綾部隆,機械力学,森北出版,(1997), pp. 126-131 & 147-149.