

カルマン・メディアン複合フィルタによる ガウス・インパルス混合雑音抑制法

山森 一人^{a)}・山田 義治^{b)}・相川 勝^{c)}

Kalman-median Compound Filter for Gaussian and Impulse Noise Reduction on Digital Images

Kunihito YAMAMORI, Yoshiharu YAMADA, Masaru AIKAWA

Abstract

This paper proposes an image restoration method from degraded images which include additive gaussian noise and impulse noise. This method tries to achieve image restoration by using combination of canonical state space model kalman filter and median filter. Kalman filter estimates internal state of a dynamic system based on system model. The canonical state space models are described by two equations; state equation that expresses a transition process of the region including the focusing pixel of the image, and observation equation that expresses a process to add a noise to the original image. Image restoration by canonical state space model kalman filter can avoid to estimate system parameter, so restoration is faster than that by previous AR model kalman filter. Median filter rewrites a focusing pixel value by the median of the neighboring region of the focusing pixel. By comparing the differences between estimated pixel value of the kalman filter and median value of the median filter, our method decides which pixel value should be accepted whether estimated value by kalman filter or the median. Proposed method shows that signal to noise ratio is improved up to 10.70(dB).

Keywords: noise, image restoration, kalman filter, median filter, canonical state space models

1. はじめに

デジタル画像は、デジタルカメラやカメラ付きスマートフォンなど発達した電子機器のおかげですっかり一般的なものとなっている。コンピュータの進化とフォトショップなどの画像処理アプリケーションの登場などで、一般の人たちにも輪郭強調やガンマ補正などの高度な画像処理が身近なものになっている。

デジタル画像の劣化は、長時間使用し続けたデジタルカメラなどの電子機器が熱を持つことによる雑音(熱雑音)、符号化や伝送時の誤りによる雑音によって生じる。画像復元は、そうした雑音によって劣化した画像から、もとの画像を復元することを言う。

代表的な雑音として加法性白色ガウス雑音とインパルス雑音がある。加法性白色ガウス雑音に対してはカルマンフィルタ²⁾等の線形フィルタが、インパルス雑音に対してメディアンフィルタ³⁾等の非線形フィルタが有効であると言われている⁴⁾。

従来の研究では、加法性白色ガウス雑音による劣化画像とインパルス雑音による劣化画像両方に対応したカルマンフィルタが山本らによって提案されている⁵⁾。しかし、ガウス・インパルス混合雑音による劣化画像に対応した画

像復元フィルタは提案されていない。本論文では、状態空間モデルを用いたカルマンフィルタをインパルス雑音除去に有効であるメディアンフィルタと組み合わせることでガウス・インパルス混合雑音を抑制することを目的とする。

2. 対象とする雑音

2.1 加法性白色ガウス雑音

画素ごとに独立して加わる雑音として平均0、分散 σ^2 のガウス分布を考える。画素 (x, y) ごとに生成される雑音の確率変数を $V_{x,y}$ とし、その実現値を $v_{x,y}$ とすると、確率密度関数 $\rho(V_{x,y})$ は、

$$\rho(V_{x,y} = v_{x,y}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} v_{x,y}^2\right),$$

で与えられる。この確率変数 $V_{x,y}$ に従ってランダムに発生させた値 $v_{x,y}$ と原画像 f の画素値 $f_{x,y}$ から、劣化画像 g の画素値 $g_{x,y}$ は、

$$g_{x,y} = f_{x,y} + v_{x,y}, \quad (1)$$

により与えられる。式(1)で原画像の画素値 $f_{x,y}$ が劣化する過程における $v_{x,y}$ を加法性白色ガウス雑音³⁾と呼ぶ。

a) 工学教育研究部准教授

b) 情報システム工学科学部生

c) 教育研究支援技術センター技術職員

2.2 インパルス雑音

インパルス雑音¹⁾は瞬間的に発生する雑音で、デジタル画像においてはデータの符号化や伝送時の誤りで生じるパルス状の雑音となる。インパルス雑音で劣化した画像 g の画素値を $g_{x,y}$ とすると、

$$g_{x,y} = \begin{cases} f_{x,y}, & \text{prob. } 1 - p_1 - p_2, \\ h_1, & \text{prob. } p_1, \\ h_2, & \text{prob. } p_2. \end{cases}$$

となる。ここで、 $prob.$ は確率を意味する。また、 $f_{x,y}$ は原画像 f の画素値、 h_1 は画像中の画素値の最小値付近をとる雑音、 h_2 は同じく最大値付近をとる雑音、 p_1 および p_2 はそれぞれインパルス雑音 h_1 と h_2 の発生確率である。また、インパルス雑音の発生確率を $p = p_1 + p_2$ とする。

3. 雑音抑制フィルタ

3.1 カルマンフィルタ

カルマンフィルタは、対象とするシステムの振る舞いを特徴づけるモデルを構築した後、直前までに取得したデータと推定したシステムの状態を用いて現在のシステムの状態を推定し、たった今取得したデータを利用して推定したシステムの状態を更新することで、もっとも適切なシステムの状態を推定する線形フィルタである。

画像モデルに、図1に示すような 3×3 の領域を1ブロックとし、左から右へ状態遷移するモデルを採用する²⁾。状態ベクトル $\mathbf{x}(n)$ は、図1に示す 3×3 の領域の画素値を並べたベクトルで表して、

$$\mathbf{x}(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_9(n)]^T,$$

と定義する。また、状態空間モデルの状態方程式は、

$$\mathbf{x}(n+1) = \Phi \mathbf{x}(n) + \delta(n+1), \tag{2}$$

である。このとき、 $\delta(n+1)$ は駆動源ベクトル、 Φ は状態遷移行列で、それぞれ、

$$\delta(n+1) = [0, x_7(n+1), x_8(n+1), x_9(n+1)]^T,$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{I}_6 \\ \mathbf{0}_{3 \times 9} & \end{bmatrix},$$

となる。ここで、 $\mathbf{0}$ は要素数6の零ベクトル、 $\mathbf{0}_{a \times b}$ は $a \times b$ の零行列、 \mathbf{I}_6 は、 6×6 の単位行列を意味する。

実際に観測画像の画素値を並べた観測ベクトル $\mathbf{y}(n+1)$ を、

$$\mathbf{y}(n+1) = [y_1(n+1), y_2(n+1), \dots, y_9(n+1)]^T,$$

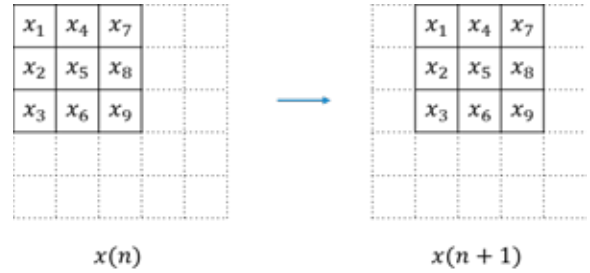


図1. 状態遷移.

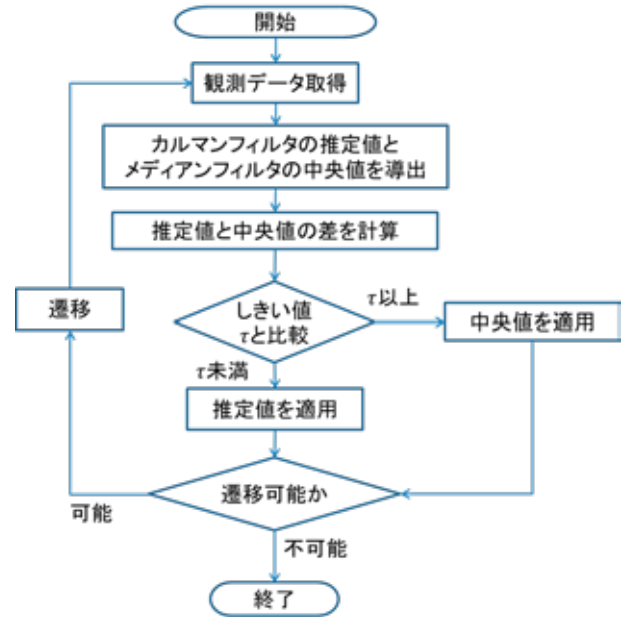


図2. 提案手法の流れ図.

と定義すると、観測方程式は、

$$\mathbf{y}(n+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(n+1) + \boldsymbol{\varepsilon}(n+1), \tag{3}$$

となる。このとき、 $\boldsymbol{\varepsilon}(n+1)$ は加法的白色ガウス雑音、 \mathbf{M} は観測行列で、それぞれ、

$$\boldsymbol{\varepsilon}(n+1) = [v_1(n+1), v_2(n+1), \dots, v_9(n+1)]^T, \\ \mathbf{M} = \mathbf{I}_9,$$

で表される。

式(2)の状態方程式と式(3)の観測方程式から構成される状態空間モデルから、以下のカルマンフィルタアルゴリズム³⁾を適用して画像復元を行う。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(n+1|n) &= \Phi \mathbf{P}(n|n) \Phi^T + \mathbf{R}_\delta, \\ \mathbf{K}(n+1) &= \mathbf{P}(n+1|n) \mathbf{M}^T \cdot (\mathbf{M} \mathbf{P}(n+1|n) \mathbf{M}^T \\ &\quad + \mathbf{R}_\varepsilon)^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}(n+1|n) &= \Phi \hat{\mathbf{x}}(n|n), \\ \hat{\mathbf{x}}(n+1|n) &= \hat{\mathbf{x}}(n+1|n) + \mathbf{K}(n+1) \\ &\quad \cdot (\mathbf{y}(n+1) - \mathbf{M} \hat{\mathbf{x}}(n+1|n)), \\ \mathbf{P}(n+1|n+1) &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}(n+1) \mathbf{M}) \cdot \mathbf{P}(n+1|n). \end{aligned} \tag{4}$$

ここで、 $\hat{\mathbf{x}}(n|n+1)$ は事前推定値、 $\hat{\mathbf{x}}(n+1|n+1)$ は事後推定値で、 $\hat{\mathbf{x}}(n+1|n+1)$ が求める推定値となる。 $\mathbf{P}(n+1|n)$ は事前共分散行列、 $\mathbf{P}(n+1|n+1)$ は事後共分散行列である。また、 $\mathbf{K}(n+1)$ はカルマンゲイン行列、 \mathbf{R}_δ と \mathbf{R}_ε は、それぞれ $\delta(n+1)$ と $\varepsilon(n+1)$ の共分散行列である。ここで、式(2)中の駆動源ベクトル $\delta(n+1)$ が有色信号となることに注意する必要がある。カルマンフィルタ理論を適用する場合、駆動源が白色信号であることを前提としているが、田邊ら²⁾によって駆動源が有色信号の場合でもカルマンフィルタ理論が適用できることが示されている。

なお、カルマンフィルタの初期値として、

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}(0|0) &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{P}(0|0) &= \mathbf{I}_6\end{aligned}$$

を与える。

3.2 メディアンフィルタ

メディアンフィルタは、劣化画像の注目画素とその周囲の画素の画素値の中央値をとり、注目画素の画素値をその中央値に書き換える作業を、すべての画素に行う非線型フィルタである。 $f_{x,y}$ を原画像の画素値の推定値としたとき、 3×3 の領域に対するメディアンフィルタは次式で与えられる。

$$f_{x,y} = \text{Median}\{g_{x',y'} | x-1 \leq x' \leq x+1, y-1 \leq y' \leq y+1\}.$$

4. 提案手法とその評価

4.1 提案手法の流れ

提案手法の処理手順を図2に示す。まず、観測画像から注目画素を含む 3×3 の領域の画素値を取得する。次に、カルマンフィルタにより注目画素の画素値の推定値を求める。その際、インパルス雑音で劣化した画素に対してカルマンフィルタを適用すると、式(4)の項 $\mathbf{y}(n+1) - \mathbf{M}\hat{\mathbf{x}}(n+1|n)$ にインパルス性例外値が含まれてしまうため、原画像の画素値の推定値の精度が悪化する⁵⁾。そこで本手法では、インパルス性例外値により精度が低下した推定値をメディアンフィルタの中央値に置き換えることで対応する。具体的には、カルマンフィルタによる注目画素の画素値の推定値とメディアンフィルタによる中央値の差をしきい値 τ と比較することでインパルス雑音の有無を調べる。差が τ より大きければインパルス雑音を含むと判定し、メディアンフィルタの中央値をその画素の画素値として出力する。差が τ より小さければカルマンフィルタの推定値をその画素の画素値として出力する。そのあと、注目画素の遷移を行い、改めて観測画像からカルマンフィルタの



(a) BOAT

(b) LENNA

図3. 原画像.

推定値と中央値を求める作業を続ける。

4.2 実験条件

原画像はSIDBAの標準画像から図3(a)の風景画像BOATと図3(b)の人物画像LENNAの2種類とし、画像サイズ 256×256 の8ビットグレースケール画像を用いる。また、原画像に加法性白色ガウス雑音とインパルス雑音の混合雑音を加え観測画像とする。ガウス雑音のパラメータは $\sigma_v^2 = 100$ と $\sigma_v^2 = 400$ の2種類、インパルス雑音の発生確率は $p_1 = 0.025$ 、 $p_2 = 0.025$ とする。これらの画像に対して、提案手法とメディアンフィルタによる劣化画像の復元性能を比較する。

評価方法は、式(5)のSNR (Signal Noise Ratio) を用いる。

$$\text{SNR (dB)} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_x^2}{\text{MSE}},$$

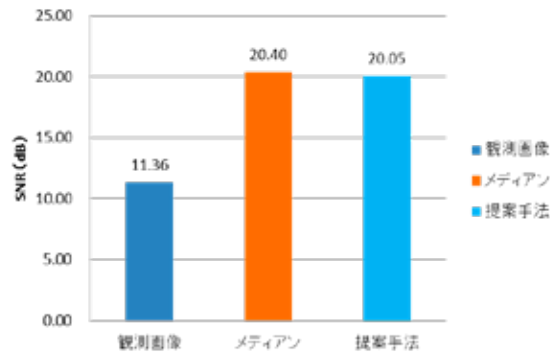
ただし、

$$\text{MSE} = \frac{1}{256 \times 256} \sum_{m=0}^{255} \sum_{n=0}^{255} (x(m,n) - \hat{x}(m,n))^2,$$

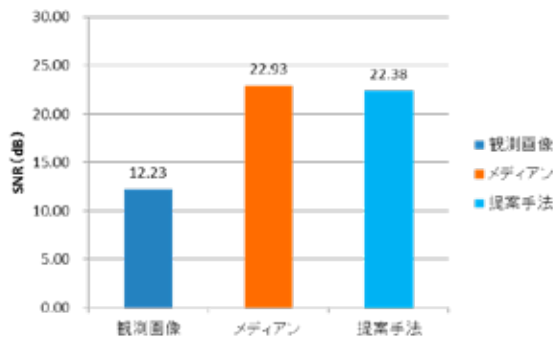
とする。ここで、 $x(m,n)$ は原画像の画素値、 $\hat{x}(m,n)$ は復元画像の画素値を示し、 (m,n) は画像の座標値を示す。また、 σ_x^2 は原画像の画素値の分散である。式(5)の値が大きければ原画像に近いことを意味し、高い復元精度であることを示す。なお、以下の実験ではしきい値 $\tau = 15$ とする。

4.3 実験結果

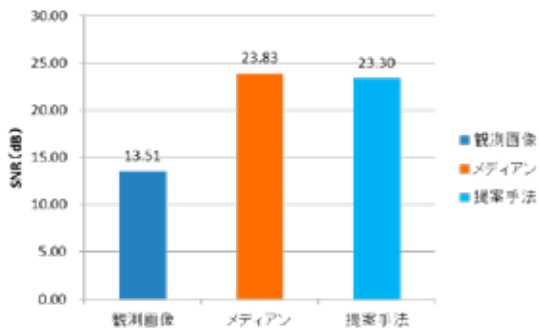
図4に画像LENNAとBOATを復元したときのSNRを示す。図4(a)は $\sigma_v^2 = 400$ 、 $p_1 = p_2 = 0.025$ の画像LENAに対する復元処理結果、図4(b)は $\sigma_v^2 = 100$ 、 $p_1 = p_2 = 0.025$ の画像LENNAに対する復元処理結果、図4(c)は $\sigma_v^2 = 400$ 、 $p_1 = p_2 = 0.025$ の画像BOATに対する復元処理結果、図4(d)は $\sigma_v^2 = 100$ 、 $p_1 = p_2 = 0.025$ の画像BOATに対する復元処理結果である。また、 $\sigma_v^2 = 400$ 、 $p_1 = p_2 = 0.025$ の雑音を加えた劣化画像LENNAと復元画像を図5に示す。図5(a)は観



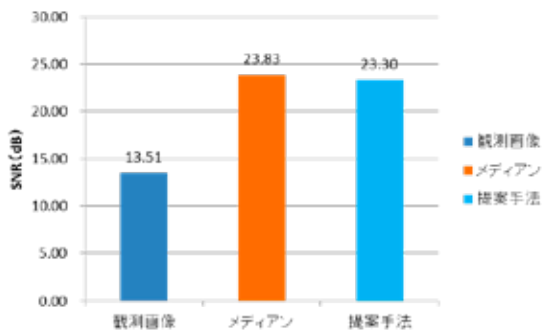
(a) Lenna ($\sigma_v^2 = 400$)



(b) Lenna ($\sigma_v^2 = 100$)



(c) Boat ($\sigma_v^2 = 400$)



(d) Boat ($\sigma_v^2 = 100$)

図4. SNR の比較.



(a) 観測画像



(b) メディアンフィルタ



(c) 提案手法

図5. ノイズで劣化した画像と復元画像の例.

での復元結果である。

図4(a)に注目すると、提案手法はメディアンフィルタにSNRが0.35 (dB) 劣るが、観測画像より8.96SNRが向上していることが分かる。図4(b)においても同様に、メディアンフィルタにSNRが0.55 (dB) 劣るものの、観測画像よりSNRが10.70 (dB) SNRが向上している。図4(c)では、提案手法はメディアンフィルタにSNRが0.36 (dB) 劣り、観測画像よりSNRが8.96 (dB) 向上している。図4(d)では、提案手法はメディアンフィルタにSNRが0.53 (dB) 劣り、観測画像よりSNRが9.79 (dB) 向上している。図5(a)と図5(c)に注目すると、観測画像に含まれているインパルス雑音が抑制されていることがわかる。

図4から、提案手法のSNRは観測画像と比較すると向上するものの、メディアンフィルタと比較するとわずかに劣っていることが分かる。この原因として以下の点が考えられる。1つ目は、カルマンフィルタのパラメータ設定が不適切であり、カルマンフィルタがガウス雑音を含む画素に対して正しい推定値を出力していないことである。3.1節で述べたカルマンフィルタのアルゴリズムにおいて、 R_δ と R_ϵ は未知パラメータである。今回の実験では、 R_δ と R_ϵ の設定が不適切であり、カルマンフィルタによる推定値が正しく求められなかったと考えられる。2つ目は、提案手法のインパルス雑音を判定するしきい値 τ を小さな値にしたことで、本来カルマンフィルタの推定値が適用されるはずの画素に対してもメディアンフィルタの中央値が適用されていることである。これは、しきい値 τ を大きくしていくとインパルス雑音が復元画像に残り、SNRが大きくなるためであるが、カルマンフィルタを適切に動作させるこ

観測画像、図5(b)はメディアンフィルタ、図5(c)は提案手法

とができれば、 τ は大きな値に設定でき改善が期待できる。

5. おわりに

本研究では、加法的白色ガウス雑音とインパルス雑音の混合雑音により劣化した画像に対する画像復元手法として、状態空間モデルカルマンフィルタとメディアンフィルタを組み合わせたフィルタを提案した。

実験により、メディアンフィルタによる画素値の置き換えでインパルス雑音の除去が機能することを示した。一方、加法的白色ガウス雑音に対しては適切なカルマンフィルタのパラメータを求めることができず、雑音の除去が不十分であることがわかった。

今後の課題としては、本実験の条件に適したカルマンフィルタのパラメータ設定や、観測画像から適切なしきい値 τ を推定することなどがあげられる。

参考文献

- 1) 美濃 導彦: 画像処理論-Web 情報理解のための基礎知識-, 昭晃堂, 2011.
- 2) 田邊 造, 長保 龍, 細田 直人, 古川 利博: 有色性駆動源を含むカルマンフィルタアルゴリズムによる高性能な劣化画像復元, 電子情報通信学会技術研究報告, PRMU110-27, 2010.
- 3) 田中 和之: 確率モデルによる画像処理技術入門, 森北出版株式会社, 2006.
- 4) 棟安 実治, 堀田 健太郎, 籾元 孝夫: ラインプロセスを考慮したホップフィールドネットワークによる画像復元, 電子情報通信学会論文誌A, Vol.J78-A, pp.1566-1575, 1995.
- 5) 山本 圭介, 岩橋 政宏: カルマンフィルタによるガウス/インパルス雑音除去のためのパラメータ推定, 電子情報通信学会技術研究報告, DSP101-538, 2002.
- 6) 谷萩 隆嗣: デジタル信号処理の理論2 フィルタ・通信・画像, コロナ社, 1985.