# 離散要素法を用いた粒状体ダンパの制振特性の解明

後藤 大地<sup>a)</sup>・岡部 匡<sup>b)</sup>・濱畑 貴之<sup>c)</sup>

# Elucidation of Damping Characteristic of Particle Damper by Discrete Element Method

# Daichi GOTO, Tadashi OKABE, Takayuki HAMAHATA

# Abstract

Particle damping is a technic providing damping with granular materials within vessels in a vibrating machine. The particle damper has been used successfully in many fields for vibration reduction. Particle-to-wall and particle-to-particle collisions occur under the vibration of the machine. By installing the particle damper to the machine, momentum between particles and machine is exchanged, and kinetic energy of the vibratory system is dissipated due to the friction generated among the particles and elastic deformation of particles. It is difficult to predict the damping characteristics due to complex motions of the particles in the damper vessel. In this paper, we utilized the discrete element method (DEM) to calculate the motion of particles in the vessel of the particle damper. In the simulation, motion of particles, forces exerted by the particles, and energy dispassion are calculated. The validity of the simulation is verified by comparison between experimental and simulation results. Experiments and simulations under some conditions are conducted under various conditions, and thus the relationship between the motion of particles and the damping characteristics of the particle damper are clarified.

Keywords: Forced Vibration, Particle Damper, Granular Materials, Discrete Element Method

# 1. はじめに

粒状体ダンパは、振動体に設置したダンパ容器の壁に可 動物体を衝突させて制振を行うものである。単一物体を用 いた衝撃ダンパに比べて、騒音やダンパ容器壁の損傷を低 下できるという利点がある。また、その動特性はゴムやオ イルを用いたダンパのように温度や材質の劣化などによ る影響が小さいことから、近年では自動車や宇宙分野とい った広い分野で研究が行われている<sup>1)</sup>。

これまでの粒状体ダンパの解析は、粒状体個々の運動が 複雑なために、多数個の粒状体を総質量が等しい一つの質 点に置き換えたモデルによる解析が行われてきた<sup>2)</sup>。この 解析では、粒状体間及び粒状体と壁との衝突や摩擦が制振 効果に及ぼす影響を考慮することは不可能である。

しかし、近年では個々の粒状体に着目した運動解析を行うことで粒状体の運動を解析することができる離散要素法(DEM)と呼ばれる解析が利用されており、DEMを用いた粒状体ダンパに関する研究が報告されている。

本研究は、粒状体ダンパ内の粒状体の運動がダンパの制 振効果に及ぼす影響に関して、DEM を用いた数値解析を 行い、その制振特性に関する知見を得ることを目的とする。

a)機械システム工学専攻大学院生 b)機械設計システム工学科教授

c)教育研究支援センター技術専門職員

粒状体運動が制振効果に与える影響を検討するために、 粒状体がダンパ容器壁に作用する力及び粒状体の運動に よるエネルギー損失、個々の粒状体運動を計算できるプ ログラムを開発した。また、主振動体の質量と粒状体の総 質量の比で表される質量比と粒状体直径をパラメータと して、パラメータを変更した実験を行い、質量比と粒状体 直径が制振効果に及ぼす影響及び、DEM によるシミュレ ーションの有効性を検討した。実験と解析から粒状体の制 振特性について検討したので、ここに報告する。

#### 2. 離散要素法

流動粒状体群が存在する場合、その中の1つの粒状体に 着目すると、その粒状体の運動は周りの接触粒状体から受 ける力によって決定される。そこで着目している粒状体に 対して、その周辺粒状体から作用する接触力 F を得るこ とができるならば、質量 m を持つ着目粒状体の運動はニ ュートンの運動方程式の第2 法則(F=ma)より、粒状体 の加速度 a を求めることができる。それを時間積分するこ とにより速度 v が得られ、さらに積分することにより変位 u が得られる。この処理を微小時間間隔で繰り返すことに よって、着目粒状体の運動軌跡を計算することができる。 この処理を流動するすべての粒状体に適用することによ り、粒状体群の運動軌跡を得ることが可能となり、粒状体



図1. フォークトモデル.



図2. 粒子間の接触力の方向.

群の流動挙動を計算することができる。上記の手法を離散 要素法(DEM)と呼ぶ。

離散要素法では粒状体間接触力を正確に知ることが最 も重要である。通常の流動粒状体群は近接粒状体と衝突や 摩擦を繰り返しながら流動しているため、粒状体同士の接 触は弾性的または非弾性的である。そこで離散要素法では この接触力を図 1 に示すようなフォークトモデル(Voigt model)で表現するのが一般的である。図 1 中の $k, \eta$  は弾 性定数と粘性係数を示し、添え字に示すn, s は接触力の法 線方向とせん断方向を表す。

### 3. 粒状体の運動解析

#### 3.1 粒状体の運動方程式

主振動体が振動すると、ダンパ容器内部に存在する各粒 状体は、ダンパ容器壁や近接粒状体と衝突や摩擦を繰り返 し、運動する。したがって粒状体の運動を詳細に解析する には、すべての粒状体について、接触する近接粒状体やダ ンパ容器壁との衝突や摩擦を考慮した運動方程式を立て る必要がある。本節の機論では、まず2つの粒状体間の接 触問題に限定して、粒状体の運動方程式について説明する。 また、簡単のため重力は省略している。各粒状体の密度や 粒径が粒状体を構成するすべての粒状体で均一であると 仮定するならば、i番目の粒状体の並進運動の運動方程式 は次式のようになる。

$$m_i \frac{d^2 \boldsymbol{u}_i}{dt^2} + \boldsymbol{\eta}_i \frac{d \boldsymbol{u}_i}{dt} + \boldsymbol{k}_i \boldsymbol{u}_i = 0$$
(1)

また、 i 番目の粒状体の重心を通る軸まわりの回転変位の

運動方程式は次式のようになる。

$$I_i \frac{d^2 \boldsymbol{\varphi}_i}{dt^2} + \boldsymbol{\eta}_i r_i^2 \frac{d \boldsymbol{\varphi}_i}{dt} + \boldsymbol{k}_i r^2 \boldsymbol{\varphi}_i = 0$$
(2)

ここで $u_i, \varphi_i$ は

$$\boldsymbol{u}_{i} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{i}, \quad \boldsymbol{\varphi}_{i} = \begin{pmatrix} \varphi_{x} \\ \varphi_{y} \\ \varphi_{z} \end{pmatrix}_{i}$$
(3)

であり、 $m_i$ は着目粒状体の質量、 $I_i$ は重心を通る軸まわりの慣性モーメント、 $r_i$ は粒状体半径である。

# 3.2 接触力

図2はi, j番目の粒状体の接触時に作用する力の方向を 表したものである。法線方向とせん断方向の相対変位  $\Delta u_{n}, \Delta u_{s}$ はそれぞれ次式から求める。

$$\Delta \boldsymbol{u}_n = |\Delta \boldsymbol{u}_{ij}| \cos(\theta) \boldsymbol{P}_{nij} \tag{4}$$

$$\Delta \boldsymbol{u}_{s} = \left| \Delta \boldsymbol{u}_{ij} \right| \sin(\theta) \boldsymbol{P}_{sij} + \Delta \boldsymbol{u}_{s}^{\prime} \tag{5}$$

ここで Δu'<sub>s</sub> は回転運動に関するせん断方向の相対変位で ある。法線方向とせん断方向の力は

$$\boldsymbol{F}_n = \boldsymbol{e}_n + \boldsymbol{d}_n \tag{6}$$

$$\boldsymbol{F}_{s} = \boldsymbol{e}_{s} + \boldsymbol{d}_{s} \tag{7}$$

で表される。eはばねによる圧縮力、dは粘性抵抗力を示 す。よって粒状体の接触力は次式で表される。

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_n + \boldsymbol{F}_s \tag{8}$$

#### 3.3 粒状体の移動変位

粒状体の時刻 *t* における接触力 F(t) から、粒状体の時刻 *t*+Δ*t* までの変位増分 Δ*r* を求めることができる。ニュー トンの第2法則 F = ma から、時刻 *t* の粒状体の加速度 a(t)は次式で表される。

$$a(t) = \frac{F(t)}{m} \tag{9}$$

粒状体の速度 $u(t + \Delta t)$ は次式から求めることができる。

$$\boldsymbol{u}(t + \Delta t) = \boldsymbol{u}(t) + \Delta t \boldsymbol{a}(t) \tag{10}$$

粒状体の変位増分 Δr は次式から求めることができる。

$$\Delta \boldsymbol{r} = \Delta t \boldsymbol{u} (t + \Delta t) \tag{11}$$

よって、時刻  $t + \Delta t$  における粒状体の位置ベクトル  $r(t + \Delta t)$ は次式で表される。

$$\mathbf{r}(t + \Delta t) = \mathbf{r}(t) + \Delta \mathbf{r} \tag{12}$$

このように、各時間ステップで時刻tにおける各粒状体の接触力、速度、位置の値を用いて、新しい時刻 $t + \Delta t$ の接触力、速度、位置の値を計算する。

# 3.4 各種係数の決定

図3にHertzの接触理論上の粒状体接触モデルを示す。 粒状体同士の接触及び粒状体とダンパ容器壁との接触に



図 3. Hertz の接触理論による解析モデル.



図 4. クォータニオンの理論による 3 次元回転角 の表現.

関する弾性係数kは Hertz の接触理論を用いて弾性係数kを求めた。半径が等しい粒状体間の接触では

$$k = \frac{4b}{3\pi} \left( \frac{1}{\delta_i + \delta_j} \right) \tag{13}$$

$$\delta_i = \frac{1 - v_i^2}{E_i \pi} \tag{14}$$

$$\delta_j = \frac{1 - v_j^2}{E_j \pi} \tag{15}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \frac{(1-\nu^2)}{E} \frac{r_i r_j P}{r_i + r_i}}$$
(16)

となる。ここで添え字i, jは粒状体番号を示す。Pは圧縮力、 $\delta$ は接触量、bは接触幅、Eはヤング率、vはポアソン比である。粘性減衰係数 $\eta$ は次式で与えられる。

$$\eta = -2\ln(e)\left(\sqrt{\frac{km}{\ln^2(e) + \pi^2}}\right) \tag{17}$$

ここで、eは粒状体間または粒状体とダンパ容器壁との反発係数を示す。

#### 3.5 粒状体の回転角及び角速度

図4にクォータニオンの理論による3次元回転角を示す。 粒状体の回転角及び角速度の計算にはクォータニオンの 理論を用いた。3次元空間内の回転は、回転軸を反時計回 りに回転することで表現することができる。このとき、ク ォータニオン**q** は次式で表現される。

$$\boldsymbol{q} = \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad v_x \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad v_y \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad v_z \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (18)$$

ここで、
$$\theta$$
は回転角、 $(v_x, v_y, v_z)$ は回転軸である。



Z Container y X Linear bush Vibrator base

図 6. 実験装置.

表 1. 振動系のパラメータ.

Mass of vibrating body	4.42 kg
Spring constant	2790 kg/m
Natural frequency	4.0 Hz
Amplitude of vibrator base	$7.0 \times 10^{-4}$ m
Damping ratio	7.67×10 <sup>-3</sup>

## 3.6 主振動体の振動解析

図5に振動系の解析モデルを示す。*M*は主振動体(斜線部)の質量、*K*はばね定数、*C*は減衰係数、*X*,*Y*は時刻*t*における主振動体及び加振台の変位である。主振動体が振動すると、ダンパ容器内部に存在する粒状体は運動し、 主振動体は粒状体の衝突や摩擦による力を受ける。時刻*t*において、全ての粒状体が主振動体に与える力を*F*<sub>m</sub>とすると、主振動体の運動方程式は次式で表される。

$$M\ddot{X} = F_m + C(\dot{X} - \dot{Y}) + K(X - Y)$$

$$Y = r\sin \omega t$$
(19)

# 4. 実験装置

図6に本研究で製作した実験装置を示す。主振動体はダ ンパ容器及び質量部で構成され、質量部下部に設置された リニアブシュで水平方向の運動のみを行うよう拘束され ている。ダンパ容器は衝突面にアルミ板、側面にアクリル 板を使用しており、粒状体の挙動を確認することが可能で ある。ダンパ容器は幅(x方向)及び奥行き(y方向)を 調節することが可能である。本研究ではダンパ容器の寸法 を幅130 mm、奥行き60 mm、高さ135 mmに設定した。 表1にこの振動系の各パラメータを示す。

### 5. 実験

#### 5.1 運転及び実験方法

加振部は、スライダ・クランク機構により、モーターの 回転運動を往復直線運動に変換し、正弦波状の強制変位で 主振動体を励振する。加振部と主振動体は片側3本ずつ、 計6本の引張りバネでフレーム(固定部)に繋がれている。

主振動体の変位計測はレーザー式変位計(KEYENCE LB-080)を用いて行った。強制変位の振動数は2~8Hzの間 とした。2~3Hz 及び5~8 Hz については1 Hz ごとに、3~4.5 Hz については0.1Hz ごとに計測した、とくに共振点付近 については0.005Hz ごとに詳しく振動変位の計測を行っ た。さらに、高速度カメラを用いて、共振点付近での粒状 体挙動の観察を行った。

#### 5.2 質量比と粒状体直径

本研究では、粒状体直径(*d*) 6 mm, 10 mm, 12.7 mm の 3 種類のステンレス球を用いて、それぞれ質量比 $\lambda = 0.1 \sim 0.6$ まで0.1ごとに計測を行った。質量比の定義は次式である。

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} m_i / M \tag{20}$$

ここで、*M* は主振動体の質量、*m*<sub>i</sub>は使用する粒状体1個の質量、*n* は粒状体ダンパの粒状体の総数である。

### 6. **DEM** を用いた解析

DEM を用いて粒状体がダンパ容器壁に作用する力及び 粒状体の運動によるエネルギー損失、個々の粒状体の運動 を計算する。ダンパ容器に作用する力は、粒状体と壁との 接触による力と摩擦による力である。式(6),(7)を用いて ダンパ容器の各面において x 方向に作用する力を計算し た。また、ダンパ容器壁を一定の高さ h で分割された領域:

 $ih \leq S_i < (i+1)h, (i=1,2,3,...)$  (21) を設定し、この領域  $S_i$  に作用する力を計算した。本研究 では、 $h=1.01 \times (d/2)$  [mm] とした。

本研究の解析ではエネルギー損失をフォークトモデル の減衰要素から計算を行った。ここではエネルギー損失 *E<sub>d</sub>*を次式のように定義する。

$$E_d = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_{c,i}(t) \Delta \boldsymbol{u}_i \tag{22}$$

ここで、 $F_c(t)$ は減衰力、 $\Delta u$ は粒状体の相対変位である。 これらの計算は時間刻み $\Delta t = 5.0 \times 10^{-7}$ s で行った。また、 容器壁(アルミ)と粒子(ステンレス)のヤング率 $e_w, e_i$ は  $e_w = 200 \times 10^9$  Pa、 $e_i = 70 \times 10^9$  Pa を用いた。

#### 7. 実験結果と DEM による数値解析結果

#### 7.1 実験結果

図7に粒状体直径10mmを使用し、質量比を λ=0~0.6



と変化させた場合の主振動体の P-P 振幅の周波数応答曲 線を示す。過去の研究から質量比が増加するとともに制振 効果も増加するという報告がある。しかしながら、本研究 の振動系においては、図7から確認できるように、質量比 λ=0.2の時が最も制振効果が高かった。すなわち、文献 3)の研究で示された質量比と制振効果の関係は、全ての粒 状体ダンパに対して成立しないことが確認できた。また、 6mm 球を使用した場合と 12.7mm 球を使用した場合では、 質量比を変えたことによる制振効果に大きな差は見られ ないが 10mm 球を使用した場合については、質量比 λ=0.2の時に高い制振効果を確認することができた。そ こで、粒状体直径 10mm の粒状体を用いた場合で制振効果 が大きい質量比λ=0.2 と同じ粒状体直径で制振効果が小 さい質量比 λ=0.6 について DEM による解析を実施した。 本報告では紙幅の制約から、6mm 球、12.7mm 球を使用し た場合の実験結果は省略する。

# 7.2 粒状体がダンパ容器壁に作用する力の解析 結果

図 8(a)に質量比 $\lambda$ =0.2、図 8(b)に質量比 $\lambda$ =0.6の場合の、粒状体によりダンパ容器壁に作用する力の計算結果を示す。左縦軸は力 $F_m$ [N]、右縦軸は変位 X [mm]、横軸は解析時間t[s]である。また、点線は主振動体の変位、実線は粒状体がダンパ容器壁に作用する力である。

粒状体がダンパ容器に与える力には主振動体の運動方 向と同じ方向に作用する力と主振動体の運動方向と反対 方向に作用する力の二つが考えられる。主振動体と同じ方 向に作用する力(以後、粒状体加振力と呼ぶ)は主振動体 の振幅を増大し、逆に主振動体と反対方向に作用する力 (以後、粒状体制振力と呼ぶ)は振動を抑制する。図 8 からわかるように質量比え=0.2の場合と比較して、質量 比え=0.6の場合、粒状体がダンパ容器壁に作用する力は 大きいことがわかる。各質量比において、ダンパ壁に作用 する力は、主振動体の運動方向が転換する瞬間発生し、そ



図 8. 粒状体がダンパ容器壁に作用する力.

のとき最も大きな力が作用していることが確認できる。また、主振動体の移動方向が転換する前後で粒状体の作用力 はほとんど変わらないことが確認できる、つまり粒状体加 振力と粒状体制振力は大きさはほぼ等しいと考えられる。

# 7.3 粒状体がダンパ容器壁の各領域に作用する カの解析結果

図9にダンパ容器壁の領域 $S_i$  [式(21)]に作用する力の 解析結果を示す。ここでは粒状体数の多い質量比 $\lambda$ =0.6 を例に示す。点線は主振動体の変位を示し、細線はダンパ 容器壁上部 $S_{14}$  (ダンパ底面から高さzが 65.65 $\leq z <$ 70.7 mmの範囲)の、太線はダンパ容器壁下部 $S_1$  (ダンパ底 面から高さzが 0 $\leq z <$ 5.05 mmの範囲)に作用する力であ る。粒状体数がある一定条件を超える場合、粒状体の下層 に存在する粒状体はその周辺粒状体により十分な運動領 域が確保できないため運動が低下する。したがって、これ までに行われてきた研究では、粒状体の下層に存在する粒



図 9. ダンパ容器壁の各領域に作用する力.

状体は制振効果に影響を与えることはなく主振動体の質 量に付加されるものと考えられてきた<sup>4)</sup>。しかしながら、 図9から確認できるように、粒状体の下層に存在する粒状 体はダンパ容器壁に作用する力は無視することはできな い。さらに、粒状体の下層に存在する粒状体の衝突壁に作 用する力は、上層に存在する粒状体が衝突壁に作用する力 と比較して非常に大きく、ダンパの制振効果に大きな影響 及ぼしていることが確認できた。

# 7.4 エネルギー損失の解析結果

図 10(a)に質量比 $\lambda$ =0.2、図 10(b)に質量比 $\lambda$ =0.6のエ ネルギー損失の解析結果を示す。左縦軸はエネルギー  $E_a$ [J]、右縦軸は変位 X [mm]、横軸は解析時間 t [s]である。 また、点線は主振動体の変位、実線はエネルギー損失であ る。解析結果から各質量比において主振動体の移動方向が 転換する直前にエネルギー損失が大きく生じていること が分かる。また、質量比 $\lambda$ =0.2の場合には質量比 $\lambda$ =0.6 と比較してエネルギー損失が大きいことが分かった。

#### 7.5 粒状体運動の解析結果

ダンパ内の粒状体がどのような運動を行っているのか を DEM による計算で確認を行った。図 11 には、DEM に よる粒状体運動の解析結果を示す。図中、粒状体の主なる 運動形態を、T+R (黒色) は並進運動+回転運動、R (灰 色) は回転運動、S (白色) はほぼ静止している粒状体を 示している。図 11 では、時間間隔  $5.0 \times 10^{-7}$  s において、 T+R は粒状体の並進距離が  $5.0 \times 10^{-6}$  mm 以上で、粒状体重 心まわりの回転角が  $1.75 \times 10^{-2}$  rad 以上の場合、R は重心の 並進距離が  $5.0 \times 10^{-6}$  mm 以下で回転角が  $1.75 \times 10^{-2}$  rad 以上 の場合、S は重心の並進距離が  $5.0 \times 10^{-6}$  mm 以下かつ回転 角が  $1.75 \times 10^{-2}$  rad 以下の粒状体である。図 11 には、質量 比  $\lambda = 0.6$  の時の主振動体の移動方向が転換する直前の解 析結果の一例に示す。このときの粒状体運動は、粒状体の 上層では並進及び回転、中層では回転、下層では粒状体の







Mass ratio λ=0.6 図 11. DEM による粒状体の運動.

運動が小さいことが確認できる。他の質量比においても主 振動体の移動方向が転換する直前で並進と回転の運動を 行う粒状体の数が多くなる傾向を確認できた。ただし、質 量比λ=0.2の時には、全ての粒状体において並進及び回 転の運動を行う粒状体が多いことを確認できた。

# 8. 結論

本研究ではDEM を用いた解析から粒状体がダンパ容器 壁に作用する力及びエネルギー損失、個々の粒状体の運動 を計算した。また、質量比と粒状体直径をパラメータとし た実験との比較を行い、DEM による数値シミュレーショ ンの有効を確認し、質量比と粒状体直径が制振効果に与え る影響について検討した。

これまでの研究から質量比が増加するとともに制振効 果は増加するといった報告<sup>3)</sup>があるが、本研究で実施した 実験から、その傾向は全ての粒状体ダンパに適合しないこ とが確認できた。

DEM による数値解析からは、粒状体が主振動体に作用 する力は主振動体の移動方向が転換する時に大きく生じ ることが分かった。また、粒状体の下層に存在する粒状体 の運動は非常に小さいながら、粒状体の運動が大きい粒状 体の上層と比較して主振動体に作用する力は非常に大き いことが分かった。さらに、主振動体の移動方向が転換す る直前では、粒状体の運動によるエネルギー損失は大きく なり、粒状体の運動も全ての粒状体に対して並進及び回転 の運動を示す粒状体が多くなることが分かった。

ダンパ内粒状体の回転運動が粒状体ダンパの制振特性 に及ぼす影響について論じた実験的研究がある<sup>5)</sup>。この研 究で報告された知見をベースとして、今後、DEMによる 詳細な計算シミュレーションを実施し、粒状体の並進と回 転の運動が制振効果に及ぼす影響を明らかにして計画で ある。

#### 参考文献

- 松田 孝, 佐藤 元宥: 粒子トーショナルダンパの開発 (基本的な構造および性能),日本機械学会論文集.(C 編),64(625), pp. 3348-3353, 1998.
- 2) 荒木 嘉昭, 横道 勲, 井上 順吉: 粉粒体衝撃ダンパ (垂直振動, 片側衝突時の特性), 日本機械学会論文集 (C編), 49(442), pp. 945-951, 1983.
- 法伯 暢人,今西 哲二,高野 英資:個別要素法による 粒状体衝撃ダンパの解析,日本機械学会論文集(C編), 66(652), pp. 3828-3833, 2000.
- 4) 伴 篤, 佐藤 太一, 谷島 誠, 田中 基八郎: 粒状体ダン パの基礎的研究, 日本機械学会 D&D Conference 2005. CD-ROM, 2005.
- 5) 村山 徳和, 佐藤 太一, 斉藤 充敏, 田中 基八郎: 粒状 体ダンパの減衰メカニズムに関する研究(粒状体の配 列と動的挙動が制振特性に与える影響), 日本機械学会 D&D Conference 2009, CD-ROM, 2009.