

数学的テクストのレトリック性について ——図的表記の隱喻性——

添 田 佳 伸

A Study on Rhetorical Property of Mathematical Text
——Metaphorical Property of diagrams——

Yoshinobu SOEDA

1. 緒 言

最近レトリックという言葉をよく耳にする。どういう意味で用いられているかは定かではないが、一種のブームと言ってよいだろう。数学教育の研究上においても例外ではない。特に、表記研究においてそれがうかがえよう。レトリック関連の最近の研究として、岩崎秀樹・橋本正継両氏による「数学教育における比喩の意義とその展望——演算の指導を中心に——」(①)がある。これは、ポーランドの Zawadowski 氏と平林一栄氏の論考を基に演算の隱喻性と換喻性について言及している。

一方、平林氏は近畿数学教育学会において「数学教育におけるレトリック」と題して研究発表を行っている。その中で氏は、《私の予想では、数学教育における表記の研究に対して、レトリックはかなり広汎な方法を提供しうるよう思う。》(②)と述べているが、筆者自身もレトリックを研究することは表記研究の核心に迫るものであると考えている。本稿においてその一端を示そうと思う。

さて、ここで本研究の対象であるテクスト (text) について触れておこう。Otte氏は "What Is a Text ?" の中で、《テクストは、メタ数学におけるごとく、与えられたアルファベットから構成されている表現あるいは系列と考えられよう。》(③) と述べている。すなわち、いわゆる表記のことを意味していると考えてよいだろう。氏はさらに同じ論文において、《テクストはコミュニケーション的機能をもっている》とか、《テクストは別の意味において知識である》とか述べているが、これは定義というよりはむしろその性質・機能を説明したものと解釈されうる。

一方、有馬道子女史は、テクストを簡潔に解釈の対象となっている記号現象であると捉え、それに共起している記号現象であるコンテクスト (context) と対比させている (④)。実際、テクストはコンテクストとの対比でしばしば用いられるが、コンテクストを考慮にいれて捉えるということは、語レベルではなく文章レベルでの言語のことを意味していると考えられる。そこで、本研究においては、文章レベルの表記をテクストと呼ぶことにする。

本来の言語学が対象とするテクストの意味からすると日本語でかかれた文章だけがそれに該当するというよりも考えられるが、本研究においては数式や幾何的な図もテクストと見なす。本稿では、特に図的表記に対象をしぼり、その隱喻的性格について述べていくことにする。

2. 隠喻について

本稿で用いる「隠喻」という言葉の意味を多少なりともはっきりさせておくことは重要であろう。隠喻もレトリックと同様用いる人によってその意味するところが微妙に異なっていると思われる。隠喻とレトリックとの関係については、ここでは一応隠喻はレトリックの一類（一部）であると述べるにとどめる。

さて、佐藤信夫氏によると隠喻とは、《あるものごとの名称を、それと似ている別のものごとを表すために流用する表現法》（⑤）である。しかし、この陳述だけではあまり厳密、あるいは明確とはいえないのでもう少し詳しくみてみることにする。

佐藤氏は、P. Fontanierによる隠喻の説明を要約して次のように述べている。

《 x と y というふたつのものごと（あるいは観念）が互いに類似しているとき、 y の名称（あるいは記号）すなわち Y を借用して X を表現すること、……平常表現ならたぶん X という語句が使われるべきところに Y という語句が『代入』されるのだ……》（⑥）

この「代入理論」と呼ばれる説明がもっている欠点に対する一般的な批判を認めつつも、氏は以下の議論のための「隠喻」の定義としてこれを採用している（⑦）。そこで本稿においても氏に従い、とりあえず「代入理論」をもって隠喻の定義としておく。

ただここで一つ注意しておきたいことは、上で述べた説明中の「類似」という言葉の意味である。何をもって類似と呼ぶのかということである。これはPimmが示したように（⑧）「同型(isomorphism)」と置き換てもよいだろう。同型であるが故に Y を X の代わり代入（Pimmの言葉で言えば「埋め込み(embedding)」）可能になるのである。

ではそのような隠喻性は具体的にどのような機能をもっているのであろうか。Patrick Keaneは次のように述べている。

《「隠喻」は感情や観念、恐らくは原理さえも含んでいるものを記述するのに有用な言葉のようだ。

それは、いくつかのイメージを合わせもったイメージである。記号は、その記号で表されたものと非常に関連がある。隠喻はほのめかし、提示する、不明瞭に。》（⑨）

このことからもわかるように、隠喻はそのものずばりを明確にダイレクトに記述する表現方法ではないが、それゆえに単純には表現しにくいことが表現可能になる。それは、隠喻には新たな意味を生成するという機能があるからである。このことについては次節以降において検証されるであろう。

3. 図的表記の隠喻性とは

本稿における結論を先取りして述べると、図的表記は本来隠喻的性格をもっているということである。しかも、3つの異なる隠喻性を同定することが可能である。順次みていくことにしよう。

図で表された「点」は鉛筆でかいだにせよチョークでかいだにせよ必ず目に見え、しかも面積をもっている。また、図で表された正三角形は、各々の辺を定規であてて丁寧にかいだにせよ各辺は微妙に曲がっているし幅もある。さらにその長さは厳密には3本とも異なり、角についても正確に 60° とはいえない。しかし我々がそれを見るときは点としてあるいは正三角形として見る。それゆえ図的表記は隠喩的に解釈されなければならない。この考えは決して間違っているのではなくむしろその通りであるといえよう。幾何的な図はいくら正確にかいても実際に「かく」という行為がある以上、かかれた結果は抽象的な概念そのものではない。

しかし、ここで一つの疑問にぶつかる。かかれた図をある図形と見なすという行為を隠喩と呼ぶ

ことは本当に妥当であるのかということである。「見なす」ということを隠喩であることの判定基準にするならば、ある抽象的な観念を“3”という記号で表す場合、このときもこの記号をもとのある観念の隠喩と呼べるのではないかということにもなりかねない。もちろん“3”という記号がある観念を表しているということを隠喩と呼ぶことは一般的でない。前節で設けた隠喩の定義に照らしてみると、隠喩と呼ぶには2つのものとの間に類似関係が必要であった。“3”という記号とそれが表している観念との間には規約的なものはあるものの類似と呼べるものはない“3”という観念が表しているものを違う記号で（例えば“@”）表したとしても一貫性を保っていれば何ら問題は生じない。

では、図の場合はどうであろう。点を“—”で表し、直線を“・”で表すわけにはいかない。観念と記号との間には必然的な結びつきがある。それは個々の記号にイメージを投影させているというだけではなく、コンテクストを保つという意味においても必然的な結びつきである。それを類似関係と捉えるならば隠喩と呼べるであろう。（これを第一種の隠喩性とでも呼んでおこう。）

次に、ある1つの図的表記があらゆる場合の典型例として表されることがある。具体的にいうと例えば、「二等辺三角形の両底角は等しいことを証明せよ」という問題においてある二等辺三角形の図を書いて考える場合、そこで表された三角形の図は一般の二等辺三角形の典型例・代表例としてかかれているわけであって、「その三角形の図を用いて証明しただけでは不十分である」とは考えない。すなわち、そこで用いられた図的表記はそれ自身と同時にあらゆる二等辺三角形の典型例としてみなければならないという意味において一つの隠喩である。（上に倣ってこれを第二種の隠喩性と呼ぼう。）このことは、図的表記が一回性という欠陥をもっているということと裏腹であり、注意しておかなければ重要な要素である。

さて、本稿において特に強調したい第三の図的表記の隠喩性についてであるが、これは次節において言及することとする。

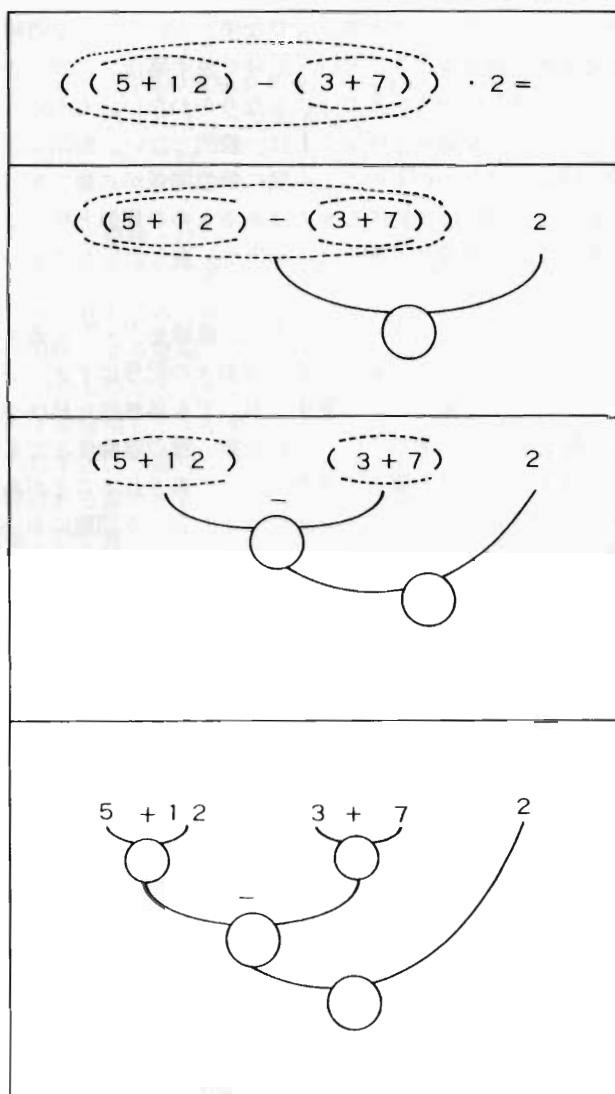
4. 字義的解釈 対 隠喩的解釈

Otte氏は、図的表記の機能として、アルゴリズム的視覚化と表意的視覚化の2つの側面があるとしている（⑩）。アルゴリズム的視覚化の例としては＜図1＞のような計算系図を挙げている。

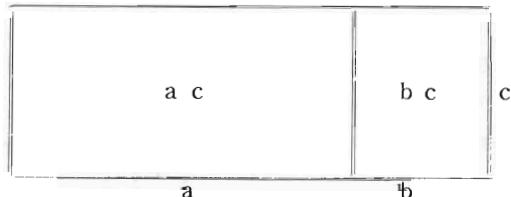
一方、表意的視覚化の例としては、分配法則を示した＜図2＞を挙げている。さらに氏は、2つの視覚化に対して各々字義的理解と隠喩的理解を対応させている。なぜなら、前者においてはそこに示されている手続き通りに計算を行えばよいからである。ところが後者の場合だと、その図が表している意味を考えなければならない。すなわち、長方形の面積に譬えて代数公式である分配法則を表していることを読み取らなければならないからである。

ここで再び隠喩の定義に基づいて確認してみよう。＜図2＞においては面積図が代数式の代わりに用いられている。このとき2つのものとの間には類似関係が必要であった。ここでいう類似とは見た目で類似ではなく機能上の類似のことである（⑪）。両者とも分配法則を説明しているという点において類似している。

しかしまったく同じものではない。なぜならまったく同じものであるなら分配法則について述べるのにいちいち図をかかなくても代数式だけでことが足りるからである。図を用いることは、そのことによって直観的に分かりやすくなるということが最大の理由であると思われる。図を用いることが分かりやすさにつながることは、BrunerのE I S原理を持ち出すまでもなく常識的である。



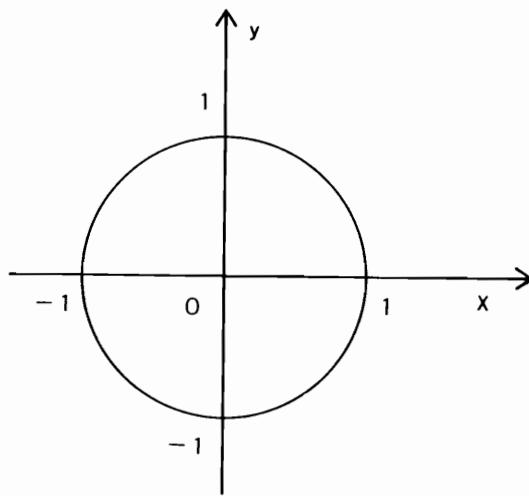
<図1>



代数公式 $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ の根拠に対する例示

<図2>

さて、図的表記の隠喩性を示す別の例として<図3>のようなグラフを考えてみよう。



<図3>

このグラフは円の方程式 $x^2 + y^2 = 1$ を表している。この場合、<図3>は方程式 $x^2 + y^2 = 1$ の隠喩的表現である。直交座標系を使って方程式や関数を表現すること自体が隠喩的なのである。隠喩として表された<図3>は、もとの代数式が意味するものと図が意味するものとの二重写しとして存在する(12)。すなわち、円としての性質を表すと同時に x と y の関係も表している。この<図3>は単なる円ではなく、また x と y の関係だけでもない新しい意味をもった図として存在している。この意味において隠喩を用いるとより多くの情報がもたらされ得るといえよう。

<図2>は代数公式の説明用として、<図3>はグラフによる視覚化としてという違いはあるが、両者共に共通していえることは、代数式だけでも十分意味が伝わるが、図で表すことによりより分かりやすく意味が伝わるあるいはより多くの情報を得るというような、ある意味での $+ \alpha$ があるということである。<図1>についてはどうであろうか。これは、計算の手続きを木の枝のような図で表すことによって計算の手続きがより分かりやすくなるように工夫されている。これも隠喩的表現の一つであると考えられる。先にOtte氏は、これをアルゴリズム的視覚化の例として挙げていると述べたが、実はアルゴリズム的視覚化でもありかつ表意的視覚化でもあるとしているのである。氏によると、アルゴリズム的用法と表意的用法は相補関係にあるもので、必ずしも排他的であるとはしていない。

そこで、ここでアルゴリズム的視覚化と表意的視覚化についてまとめてみよう。

<図的表記の機能>

アルゴリズム的視覚化
・手続きを表す
・字義的解釈

<相補的関係>

表意的視覚化
・意味を表す
・隠喩的解釈

<図4>

図的表記のアルゴリズム的視覚化の機能は、字義的に解釈ができるために子どもがそれを理解することはさほど困難ではないだろう。しかし、表意的視覚化された隠喩的表現を理解するためには、隠喩的解釈をする訓練を要するであろう。具体的にどのようにすればよいのかということに対する有効な解答は、現在のところまだ筆者は持ち合わせていないが、今後の展望を踏まえて一言述べておきたい。

5. 隠喩の理解について

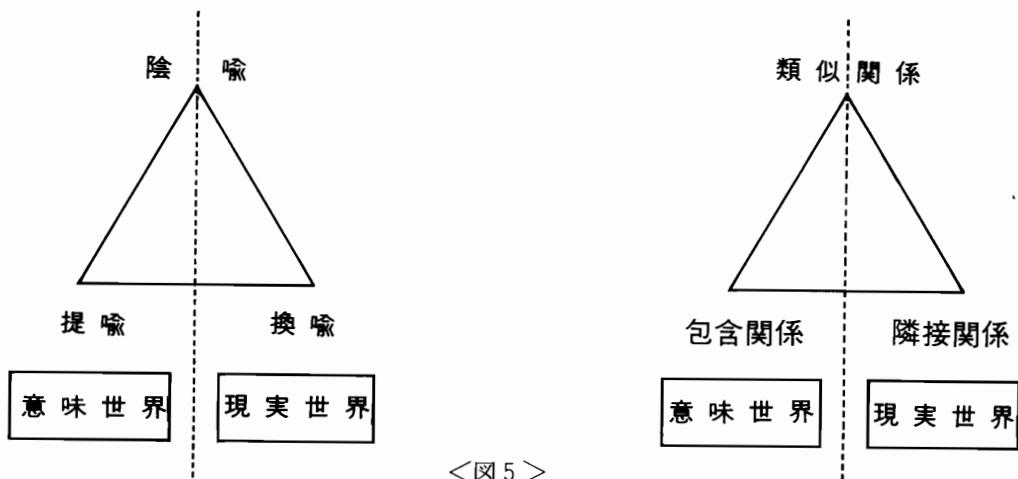
Pamela Liebeck女史は次のように述べている。

《ここで教師はいくつかの物を与え、それらで何かをすること——実際に経験(Experience)を与えること——が要求される。それから教師は、子どもたちと話をし（すなわち言葉(Language)を話し）、絵(Picture)をかき、最後にその経験を記号(Symbol)に翻訳することが要求される。》
(13)

ここで彼女は、教授=学習場面において教師が子どもに対して行う一連の道案内(Guide)のプロセスをE L P S モデルとして捉えている。その中でも特にEとSとの結合を隠喩的結合(metaphoric link)と呼び、具体物での経験を馴染みのない記号の隠喩として捉えている。

そして、繰り返しその結合を強くするようにと努力すること（すなわち、経験に基づいた物を与えること）によって記号は経験的に馴染んでいるものの役割を引き受けると述べている。このことは、子どもたちに隠喩的に解釈する目をいかにして養うことができるかということに対する1つの解答を与えている。それは、隠喩的記号に馴染むような経験を繰り返し与えることである。極めて常識的な方法のようにも思われるが、有効な方法の一つとなるであろう。今後実証していくことが課題として残される。

ところで、瀬戸賢一氏は、隠喩、換喩、提喩3者の関係を、1つのモデルとして提示している。
(14)<図5>



換喩(metonymy)と提喩(synecdoche)については今回は触れないでのその説明は割愛することにするが、氏によると隠喩は現実世界と意味世界の両方に属する。

《意味世界は私たちの頭の中にある、現実世界は私たちの外にある。その両世界を結ぶ隠喻は、私たちの身体によって仲立ちされている。……境界に立つ身体は、外部世界と直接に接することによって、主体的に新たな世界の切り分け＝文節化を行い、新たな類似性を発見＝創造する。》子どもにとっての現実世界とは、これまで見たり聞いたりして何らかの経験によって知っている世界である。現実世界のものがうまく意味世界へ反映していくためには、子どもはよりよく現実世界を知っていなければならない。従ってここでも先ほどと同じ結論になるが、子どもにより多くの関連した経験を与えることが、隠喻的に理解するための有効な方策であるといえよう。

6. 結語

アリストテレスの時代ではレトリックは弁論術であった。それは、『どんな場合にでも使用可能な説得の手段をみつける能力である』(15)とされていた。すなわち数学でいえば論証がそれに一番近いものである。もっとも彼によると、弁論術においては本来の説得すなわち証明のほかに、聞き手の感情に訴えて判断を有利に導くことや、自分の性格を描くことによって自分に対する信頼を植え付けさせることも考慮していた。その意味では、生徒の興味・関心をかき立てることや、日頃から子どもの信頼を集めておくことが授業において最もうまく子どもに学習内容をわからせることになるといえよう。したがって、このようなレトリック本来の姿である弁論術を数学教育上で如何に有効に用いるかを研究することも基本的かつ重要であると思われる。

アリストテレス以降レトリックは進展して弁論術から修辞学へと変貌した。すなわち、言葉の芸術的側面が着目された。しかし、現在は『発見的認識の造形』という第3の側面が焦点化されている(16)。現在のレリトックを「弁論術」とも「修辞学」とも訳さずに「レトリック」と仮名がきする所以はここにあると思われる。

本稿においてはまず「レトリック」の中の隠喻を取り上げた。その中でも特に図的表記に着目してその隠喻性のバリエーションについて言及した。図的表記は本来隠喻的性格をもっている。厳密にいえば、図そのものは隠喻ではない。図を用いることによって隠喻的に表現しようとする使用者の意図が働くとき隠喻となる。しかしながら、図は隠喻として用いられやすいという性質をもっているが故にしばしば隠喻として用いられる。そのことを教師が認識すると共に隠喻的に解釈する目をもつ子どもを養わなければならない。

【注釈及び引用文献・参考文献】

- ① 岩崎秀樹・橋本正継「数学教育における比喩の意義とその展望—演算の指導を中心に—」第19回数学教育論文発表要項 日本数学教育学会 1986 pp.105-108
- ② 平林一栄「数学教育におけるレトリック」昭63.2.28 近畿数学教育学会発表資料 p.3
- ③ Otte "What Is a Text ?" B. Christiansen, A. G. Howson, M. Otte "Perspectives on Mathematics Education" 1987 p.173
- ④ 有馬道子「記号の呪縛—テクストの解釈と分裂病—」勁草書房 1986 pp.2-3
- ⑤ 佐藤信夫「レトリック感覚」講談社 1987 p.80
- ⑥ 本書においては小文字x, yの代わりにイタリックの大文字が用いられているが、混同を避けるため本稿では小文字を用いた。(前掲書⑤ p.83)
- ⑦ 「代入理論」の欠点の1つは、Xで表現すべきところをYに置き換えても変わらないとするところである。もし同値で何ら変化するところがなければXの代わりにYを用いる必要性がないということになる。Yを

用いてもXを用いる場合と同様にその真偽値は変わらないという前提（同型としての前提）は必要であるが、両者はまったく同じものではない。YをXの代わりに用いることによってXが本来意味するところのxと、Yが本来意味するところのyがいわば二重写しとなってYで表現されるところが、単にXで表現した場合と異なってくるのである。このように、新たな意味がXとYとの相互作用で創造されると考える説は「相互作用説」と呼ばれている。

- ⑧ D. Pimm “Metaphor and Analogy in Mathematics” For the Learning of Mathematics 1981 March vol. 1 pp. 47-50
- ⑨ Patrick Keane “Metaphors” Mathematics Teaching No. 108 1984 pp. 18-19
- ⑩ 前掲書③ p. 194
- ⑪ Peirceが記号を、それが指示する対象との関係によってイコン (icon), インデックス (index), シンボル (symbol) と峻別したとき、イコンをさらにその類似性の違いにより 3つに分類していた。そのうちの1つで機能上の類似関係にあるものをメタファーと呼んでいる。氏の言葉では、《何か他のものにおける対応を表意することによって、ある表意体の表意的特性を表意するようなものはメタファーである》
(C. S. Peirce 「ペース著作集2 記号学」 内田種臣編訳 勁草書房 1986 p. 33)
- ⑫ 田畠博敏氏は「相互作用説」の説明の中で次のように述べている。
《こうして両方の意味体系が、各々の元の意味を残しながら同時に、いわば二重写しのように新しい意味体系を現出する相互作用説によれば、メタファーはこのような機能を果たす。》
(田畠博敏「隠喻へのイニシエーション」 鳥取大学教養部紀要 第19巻 別刷 p. 8)
- ⑬ Pamela Liebeck “In Defence of Experience” Mathematics Teaching No. 114 1986 pp. 36-38
- ⑭ 瀬戸賢一「レトリックの宇宙」 MONAD BOOKS 海鳴社 1986 pp. 51-52
- ⑮ 田中美知太郎編「アリストテレス」世界古典文学全集16 筑摩書房 1966 p. 65
- ⑯ 前掲書⑤ p. 15

A Study on Rhetorical Property of Mathematical Text —— Metaphorical Property of Diagrams ——

Yoshinobu SOEDA

Abstract

The aim of this article is to identify a diagram having metaphorical property by nature. We can identify three types of metaphorical property on diagrams. First, we must regard a written “point” as an abstract “point”, though in fact a written “point” has area. This action “regard” leads to the first type of metaphor. Second, when we draw a diagram, we often regard this diagram as a typical diagram of any cases. For instance, when we prove the theorem “A isosceles triangle has two equal angles”, we often draw a triangle. Even though we prove the theorem only using the triangle diagram, we don’t think it special case, for we can prove the theorem in the same way as using another triangle diagram. So we call this property the second type of metaphor.

The third type of metaphor on diagram is the most noticeable. Otte refers to two aspects of function on diagram, algoristic visualization and ideographic visualization. The latter leads to metaphorical understanding. Diagram has not only a property of picture but a property of formula-- a relation of x and y . This diagram creates new meaning. This function of the diagram is third type of metaphor.

Rigorously speaking, diagram itself is not a metaphor. When a person intends to represent something metaphorically by a diagram, the diagram comes to be a metaphor. Diagram, however, has property of metaphor by nature, so it is often used as a metaphor.

(1988年9月30日 受理)