



数学教育における見立ての研究（3）－小学1年生
の見立てと図形感覚について－

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 宮崎大学教育学部 公開日: 2023-09-15 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 添田, 佳伸, 長友, 章太郎 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.34481/0002000061

数学教育における見立ての研究 (3)

— 小学1年生の見立てと図形感覚について —

添田佳伸^{*}・長友章太郎^{**}

A Study of Resemblance in Mathematics Education (3)
: 1st Grade Students' Likening and Their Senses of Geometrical Figures

SOEDA Yoshinobu^{*} and NAGATOMO Syotaro^{**}

1. 本研究の目的

本研究は、子どもの認知・理解の実態を捉えようとする研究であり、個人の知識構築の過程を明らかにすることを目的としている。筆者らのこれまでの研究において、知識獲得に見立てが大きな役割を果たしていると考えられる立場から、幼児の見立てに関わる活動(ふり, ごっこ等)に着目し考察を行った(添田, 2021)。幼児の活動の中には、毛糸を焼きそばに見立てることなどその形状から見立てを行っているものもあれば、毛糸でジュースを作る活動のように色の方が優先されていると考えられるものもあった。また、フォークで字を書くふりをしたり双眼鏡(と見立てているもの)で監視をするふりをするなどのふり行為も確認できた。次に、幼児は他の幼児とともに様々な活動をする中で、知識を獲得したりイメージを広げたりすることの方が多いのではと考え、これを見立ての共有による理解と捉えその実態について考察した(添田, 2022)。そこでは年少の3歳児から年長の5歳児まで、いずれの学年の幼児においても見立ての共有が行われていたことが確認された。また、保育者による共感や言葉かけといった介入が行われており、そのことが見立ての共有やイメージの拡大に寄与している可能性が十分にあることが示唆された。

本稿はそれに続くものであり、前稿で今後の課題として残された小学校第1学年の児童を対象とし、見立てが算数の授業の中でどのように表れどのような役割を果たしているかを明らかにしようとするものである。本稿では、小学校第1学年の単元「かたちづくり」における児童の実態を考察の対象としていくこととする。小学1年生は、実際にどのような見立てを行っているのか、またそういった見立てを行うことが、算数教育においてどのような意義があるのかについて考察し、数学教育における見立ての役割の一端を明らかにすることが本稿の目的である。

^{*} 宮崎大学教育学部 ^{**} 宮崎大学教育学部附属小学校

2. 小学校第1学年における図形領域の意義

本県で使われている啓林館の算数の教科書(2020)では、第1学年に「いろいろな かたち」と「かたちづくり」という2つの図形領域の単元がある。前者では、身の回りの具体物(空き箱や空き缶等)を使って動物や自動車等を作る活動が行われている。その後、具体物を類似性の視点から仲間分けをし、形を平面に写し取り平面図形へとつなげている。後者の単元では、合同な直角二等辺三角形をいくつか組み合わせてヨットや魚といった形作りをし、その後線分や点をつないで形作りをしている。この2つの単元ではいずれも見立てを行っている。それがその後の算数の学習にどのような影響を与えるか、これらの単元にはどのような意義があるのかということについての詳細は別に論じる必要があるが、少なくとも第1学年におけるこれらの学習においては、見立てができることが前提となっている。

学習指導要領解説における第1学年の目標の中から図形領域に関する部分を抜き出すと、以下の様に要約することができる。

- 〈(1) 図形についての理解の基礎となる経験を重ね、図形についての感覚を豊かにするとともに、形を構成したりすることなどについての技能を身に付けるようにする。
 (2) ものの形に着目して特徴を捉えたり、具体的な操作を通して形の構成について考えたりする力を養う。
 (3) 図形に親しみ、算数で学んだことのよさや楽しさを感じながら学ぶ態度を養う。〉

(小学校学習指導要領(平成29年告示)解説 算数編 p.76)

他領域もそうであるが、図形領域も基本的に第1学年は第2学年以降の学習の素地づくりとなるので、図形感覚を豊かにすることが目標として挙げられている。また、「かたちづくり」の単元では、形の構成や分解を行うことを通して思考力等を身に付けることもねらいとしている。「かたちづくり」における色板並べに関して、前田(1979)は、以下の様に述べている。

〈従来の色板並べの学習は、並べ方の多様性を求めるだけで、それがどのように爾後の図形学習に発展するかが明確でない。したがって、色板並べは発展性の乏しい教材とみられ、無用論さえ出ているほどである。数え方などに結びつけてこの教材を意義づけようとする試みもあるが、それでは、図形教材としての積極的な価値を認めたことにはならない。しかし、上記のように、色板並べが基本操作の系列の出発点であることにその価値を認め、学習をそこに焦点化するならば、図形教材として発展性のあるものになる。そのうえ、図形の動的な取扱いを加味することによって、基本図形の性質だけでなく、合同、対称、角、面積などの概念の基礎を養うことにも役立つ。〉(前田, 1979; pp.108-109)

前田は、点対称に基づく操作と線対称に基づく操作の2つを柱として色板並べの学習に位置付ける立場を取り、その視点から本教材の意義を主張している。上記の引用は、今から40年以上も前の言明であるので現在の算数教育の実態とは異なっていると思われるが、大事なことは、色板並べの教育的価値をどのように位置づけるかを確認する必要があるということである。この件に関しては、子どもの実態を踏まえて後ほど再度考察を行いたい。

3. 子どもの実態について

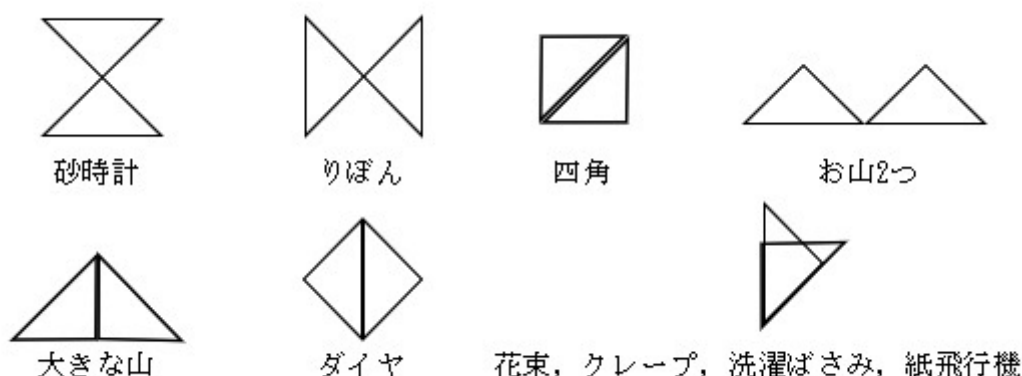
3.1 授業実践の概要

今回の分析の対象となった授業は、以下の通りである。

単元 かたちづくり
 授業日 第1時 令和4年10月14日(金)
 第2時 10月17日(月)
 第3時～第6時 10月18日(火)～10月21日(月)
 授業者 第二筆者
 対象者 国立大学附属小学校1年1組

3.2 第1時における様子

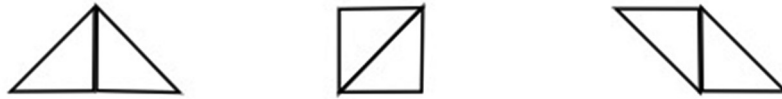
第1時は、合同な直角二等辺三角形を使っていろいろな形を作る授業であった。初めに2枚で出来る形について形作りを行った。形が示されると、子どもたちは何に見えるかによって名前を発言している。以下の図1はその例である。なお、色は、実際には様々なものが用いられたが、ここでは形のみを提示している。



【図1】

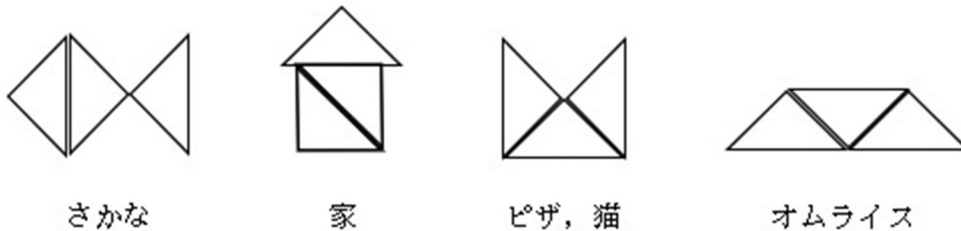
2枚を重ねた最後の形には、花束、クレープ、洗濯ばさみ、紙飛行機と様々な見え方に基づく発言をしている。子どもたちが作ったいくつかの形を区別するために名前を付ける必要があるが、その際、子どもたちにとってなじみのあるもの、容易に受け入れられるものにするのは妥当であると考えられる。その意味では見立てに基づくネーミングは自然なことである。ただここで大切なことは、ネーミングに終わらずこれらの形を関係づけることである。ある子どもが「リボンを横にすると砂時計になる」という発言をしている。そのことにより、教師はリボンと砂時計は「よこにするとおなじかたち」と板書を行いまとめている。また、四角とダイヤについても、同様に子どもの発言をもとに、教師は「ななめにするとおなじかたち」というまとめを行っている。色板による形作りにおいては、最初は自由にいろいろな形を作らせていた

ので上記のような様々な形が子どもたちから出てきたが、その後2枚の色板の端から端までがぴったりくっついているものを作るという条件の下で形作りをすることにした。結局、2枚の色板を使ってできる形としては、以下の図2の3種類であるというまとめを行っている。



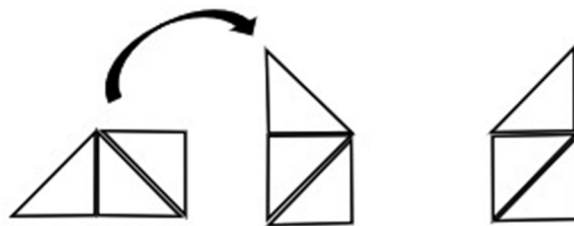
【図2】

その後、授業は色板を3枚使ってできる形作りへと進んだが、その中でも以下の図3のようにやはり見立てによるネーミングが行われている。



【図3】

色板3枚での形作りの場面では、裏返したら同じとなるものが出てきた。以下の2つの形に対し、一方を回転させたのち、教師は2つの図形が同じかどうかを子どもたちに問うている。子どもたちの何人かが、「頭の方がちょっと違う」と言っている。(図4)

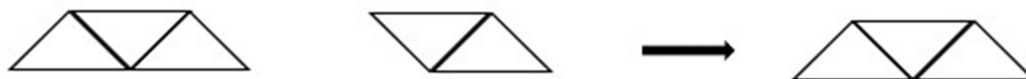


【図4】

結局この両者については、「うらがえしたらおなじ」ということでまとめている。

この授業の中でもう1つ大事な視点が子どもから出ている。それは、3枚での形作りのときに、2枚で既にできた形に1枚付け加えるとできるという考えである。具体的には、ある子どもが色板3枚で以下のような台のような形を作ったときに、別の子どもが「2枚の形にもう1つつなげればできる」と言っている。その発言を受けて別の子どもが2枚で出来ている形に1

枚付け加えて作ったのが図5のオムライスである。（実際の色は、両端が黄色で中央が赤色）



【図5】

この後教師は、先ほどの2枚（平行四辺形）に別の付け方をして別の形を作るように指示している。それに応えて実際に子どもが作ったのは以下の図6の形である。



【図6】

王様のベッドと呼んでいたが、もとにした2枚の形はもとの図形とは線対象の図形である。しかし、子どもたちは同じ形であると認識していた。

この第1時において、既に2枚の色板で出来ている形に1枚付け加えることによって3枚の色板による形作りができることに気づいて発表したのは児童であるが、実は教師はその前に、「家」の屋根の部分を移動させて別の形を作ることを指示していた。先に述べたように、色板による形作りにおいては、最初は自由にいろいろな形を作らせていたが、その後2枚の色板の端から端までがぴったりくっついているものを作るという条件の下で形作りをすることにしたため、端がぴったりとくっついていない「家」の屋根を移動させたということである。

授業のまとめの段階では、平行四辺形以外の2枚の色板で出来た図形をもとにしてそれに1枚付け加えることによってできる3枚の色板による形について確認することも行っている。

3.3 第2時における様子

第2時は、外枠が示された形（影絵）を、合同な直角二等辺三角形の色板を組み合わせる作っていくという活動が行われた。前時では色板の色は自由であったが、本時ではすべてピンク色に統一して形作りを行った。教科書に沿って1つずつ順に作っていった。また、作った形はタブレットを使って写真を撮り、それを提出箱に提出することにより教室の前のディスプレイに映し、クラスで共有するようになった。

最初に作った形は図7の形である。これは、前時で「大きな山」として登場している。



【図7】

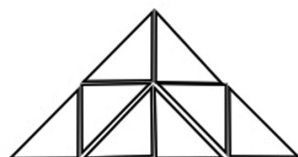
次に作るように示されたのは図8の形である。



【図8】

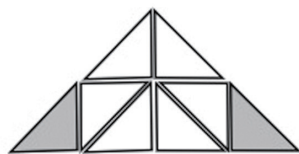
このあたりでは特に形についてのネーミングは行われていない。ただ、ある子どもがこれと似ているが違う形を作った際に、それを「かわいい家」とか「素敵なおうち」と呼んでいる。

その後、大きな直角二等辺三角形を作るように教師は指示している。(図9)



【図9】

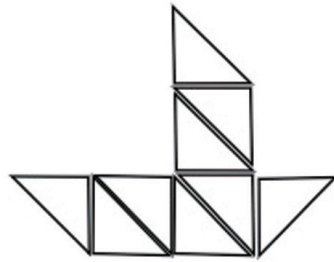
その際、子どもたちがもっている色板が足りなくなったために、ある子どもが「おうちとか崩してもいいですか？」という質問を行っている。それに対し、教師は、「おうちは崩さなくてもできないよ」という発言をした。しかしそれに対し、「おうちを崩さなくてもできるんですよ」という発言を何人かの子どもがしている。つまり、大きな直角二等辺三角形の中に「おうち」を見ることができているということである。ある子どもは、大きな直角二等辺三角形の中のおうちがわかるように、色板を裏返して別の色にしていた。(図10)



【図10】

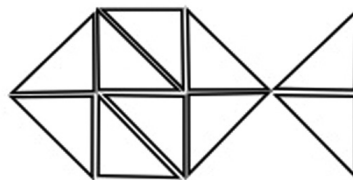
実は、筆者たちが最も注目している点はまさにこのような図形の見方である。教師は、「くずさなくてもできる！」と板書するとともに、「おうちを崩さなくてもどうやってできるんだろう」と発言し、おうちを崩さずに大きな直角二等辺三角形を作る活動を促している。そして、おうちに2枚くっつけると大きな直角二等辺三角形ができることを黒板でまとめている。

図11のヨットの形を作るときは、大きな直角二等辺三角形を崩さなければならないというコンセンサスのもと子どもたちの活動が始まったが、何人かの子どもは、大きな直角二等辺三角形の一部を残してヨットを作るという活動を行っている。つまり、大きな直角二等辺三角形の中にヨットの形の一部を見取っているということである。



【図11】

このような活動を繰り返していると、以下の図12にあるような魚の形を作る際にも、子どもたちは「先生、これからできるよ」と言ってくるようになってきた。他の子どもたちもヨットから作ろうと取り組むようになった。



【図12】

4. 見立ての果たす役割

子どもの実態から見えた見立ての役割としては、まずはネーミングによって図形を区別する働きをしていることである。同じ形であっても向きや角度が変われば別の名前と呼ばれることになる。最終的には、図形としては同じものとして扱われることになるが、最初の段階での区別に見立てが役立っている。また、見立てによるネーミングは、図形を見るとき視点を表していることになる。どのように見えるかということとはどのような視点で見ているかということである。いずれ同じ形であれば1つの名前と呼ぶ方がよいと考えられることになると思われるが、小学校第1学年のこの段階での同じ形を別の視点から見ると名前が変わるということは大事なことと思われる。どの視点から見ても同じ名前と呼ぶような段階になればネーミングとしての見立ての役割は終わることになる。

それ以上に重要な役割として、図形の中に別の図形を見る際に見立てが行われていることである。図形のとらえ方について、川壽（2001）は、「図形感覚の知覚的機能」として、考察を行っている。それによれば、上記のような見立てによる図形の認識は、「図と地」の視点でいえば、新たな図形の中にこれまで扱った図形を「図」として捉えるということになる。また、分割線が図形の中に見えるという意味では、見立てによる知覚的構成を行っているということもできる。図形全体が何に見えるかという視点だけでなく、図形の一部に着目して何が見えるかという視点が大事な視点であると思われる。

川壽（2003）では、図形感覚が関与する場面として、図形認識過程、問題解決過程、論証過程の3つを挙げている。図形の見立てもこのそれぞれの場面において行われると考えられる。本稿では、この中の図形認識過程の場面を中心に述べているが、見立てが問題解決過程において重要な役割を果たすこともある。それに関しては、別の機会に論じることとする。この論文において、川壽は、〈図形感覚は生得的に認識されるものではない。日常経験や学習を通して経験的に習得され、活用されうる能力である。〉（川壽，2003；p.83）と述べている。図形の見立ても図形感覚と深いつながりがあると考えており、その意味では、見立ての能力も育成可能であると捉えている。

5. 見立てが行われるために

5.1 見立ての共有

ある子どもが見立てをしたとき、教師はそれをクラスで共有するように働きかけを行うのが一般的である。これまでの研究においても、幼稚園での幼児の行った見立てに対し、教師が共感したり同意したりイメージを尋ねたりといった介入が見られた。小学校では、クラス全体に話しかけるように、教師が子どもの発言を繰り返して言ったり、1人の子どもの見立てをクラス全体で共有しようという働きかけが行われた。たとえば、第1時において、ある子どもが「2枚の形にもう1つつなげればできる」と言ったとき、それを取り上げて黒板で別の子どもに形を作らせた。初めに発言した子どもは3枚で出来る図形の中に黒板でまとめてある2枚で出来る図形があることを見抜いておりその2枚の図形にもう1枚をつなげて形を作るという手順が見えている。それをクラス全体で共有することによって、3枚の図形の中にすでに確認している2枚の図形を見取ることを行わせている。第2時においても、上述したように、「おうちを崩さなくてもできるんですよ」という発言を何人かの子どもがしていたときに、「くずさなくてもできる」と板書し、黒板で子どもにおうちから大きな直角二等辺三角形を作らせている。

このような見立ての共有をすることにより、新たな図形の中に既出の図形を見出そうとする態度が形成されていくものと思われる。本稿では取り上げていないが、第3時の数え棒をつないで形を作る活動においても、次の形を作る際に、今の形からどれを残して作り直すことができるかを考えている子どもの姿が多く見られた。その意味でも、教師による見立ての共有を促すような働きかけは重要であると考えられる。

5.2 教材の工夫

教師が意図的に子どもの発言を取り上げてクラスで共有すること以外に新たな図形の中に既

出の図形を見出すような工夫は、教科書上でも見られる。啓林館の教科書で取り上げられた色板を用いた形作りの図形は、徐々に枚数が多くなるように位置付けられている。おうちから大きな直角二等辺三角形が作れることだけでなく、おうちから魚を作ることもできる。タングラムのような影絵による形作り(外枠だけが示された形の中に色板をあてはめていく活動)を扱っている他の教科書でも徐々に枚数を増やして新たな形作りをしている。教科書会社によっては、影絵による形作りを扱っていない教科書や影絵による形作りがあっても4枚の色板での形作りにとどまっているものもある。見立てによる図形の構成・分解に価値を置く筆者らの立場からすれば、影絵遊びの重要性を認めているところである。

森(2014)は、《図形の中に他の図形を見る見方は、図形領域の中で、どの学年の内容にも活用していく見方である》(森, 2014; p.1)とし、小学校第1学年の「かたちづくり」での実践について報告している。そこでは、影絵の中に、「かげえあそび①」で見つけた4枚の色板で出来る形を見つけて色板を置いていくという活動を行っている。授業の中で子どもたちは、影絵の中にさまざまな4枚の色板で出来る形を見出している。森は、《この姿は図形の中に他の図形を見る見方が高まっている姿であると考え。》(森, 2014; p.6)と述べ、研究の成果としている。このような教材の工夫を行うことによって、図形感覚が豊かになっていくものと考えられる。

6. 結語

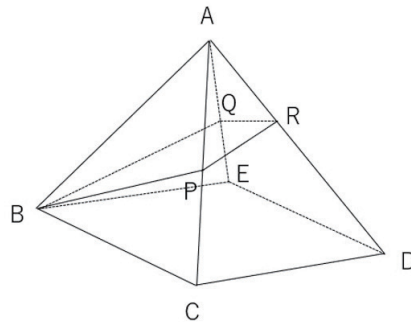
見立てが、算数の授業の中でどのように表れどのような役割を果たしているかを明らかにすることを目的として小学1年生を対象に実態を見ながら考察を行った。本稿では、小学校第1学年の単元「かたちづくり」における児童の実態を考察の対象としてみていった。小学1年生は、まずは見立てに基づくネーミングを行っていた。ネーミングは、図形を区別するためには必要なことであるが、それに見立てが役立っており、クラスでの共通の認識につながっていた。

次に、見立てが図形の中に他の図形を見るとき視点を与えていることが確認できた。影絵における色板並べは、図形の分析的思考が必要であると考えられるが、小学1年生のうちの少なくとも数人は、与えられた図形の中にすでに形作った他の図形の全体またはその一部を見出すことができていた。

図形の中に他の図形を見出すことは、将来的により高度な図形問題の解決においても補助線を引いたり図形を分割したりといった新たな図形の見方や捉え方につながっていくことが期待できると思われる。たとえば、以下のような問題の解決に役立つということである。

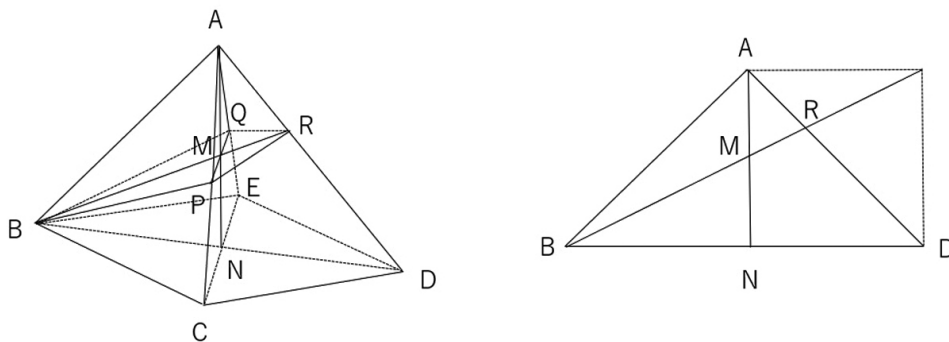
【問題】

図13のような、正四角錐 ABCDE がある。この正四角錐の辺の長さはすべて 8cm である。辺 AC, AE の中点をそれぞれ P, Q とし、3点 B, P, Q を通る平面と辺 AD との交点を R とするとき、四角錐 ABPRQ の体積を求めよ。



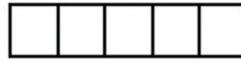
【図 13】

この問題解決において、求める四角錐をこのままの視点でとらえると、底面が斜めになっており、四角錐の頂点 A からの垂線の高さもわかりにくい状況である。もちろんこのままでも解決に至ることはできるが、それを見方を変えて、図 14 のように四角錐 ABPRQ を $\triangle APQ$ を底面とする 2 つの三角錐 BAPQ と RAPQ に分けて考えると、新たな解法に至ることができる。 $\triangle APQ$ は、 $AP = AQ$ 、 $\angle PAQ = 90^\circ$ の直角二等辺三角形である。PQ の中点を M、CE の中点を N とすると、点 B から APQ を通る平面への垂線は BN となり、簡単に三角錐 BAPQ の体積を求めることができる。三角錐 RAPQ の体積も、 $BM : MR = 3 : 1$ が分かれば簡単に求めることができる。



【図 14】

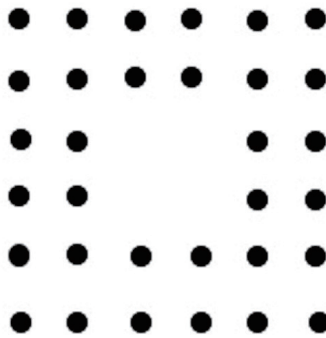
今回は小学校第 1 学年の図形の学習における見立てを取り上げたが、見立てを行うのは図形の学習のときばかりではない。以前筆者らは、Noss ら (1997) の研究を取り上げ、その中にメタファーが介在しているという指摘を行ったが、このときの図の見方が見立てである。それは、以下の図 15 のような 5 つの正方形が連なった図を、C 形 (C-shapes) が 5 つと縦棒が 1 本とみる見方である。



【図 15】

Noss らの研究は、コンピュータによる図形の描画のプログラミングの研究であったが、この図をどのように見るかによって図のかき方が変わってくる。横に長い2本の線分と縦の短い6本の線分が合わさったものとみると、別の描画のプログラムになる。

また、図 16 のようなアレイ図で示されたドットの数を求める方法は、図の配列をどのように見るかによって様々な求め方が考えられる。見立ては、あるものを見たときに、そのものを既知のものと結びつけて捉えるという働きをしている。縦横2個ずつに並んだ4つのドットを正方形と見ることも見立てであると筆者らは捉えている。



【図 16】

以上のように考えたとき、見立ては図形認識にとどまらず、問題解決過程においても表れており、数学教育では重要な役割を果たすものと考えられる。この辺りについては今後の課題としたい。

また、授業においては、見立ての共有が行われていることも確認できた。ある子どもの見立てをクラス全体で共有することである。幼稚園であれば、近くで遊んでいる子どもの間というローカルなエリアでしか見立ての共有は行われていなかったが、小学校では普段から子どもの考えをクラス全体で共有することは行われており、子どもの見立てについても同様に行われている。ただ、このことが、子どもの図形認識能力の向上にどのように有効に役に立っているか、また方法論的に言えば、どのような時にどのように取り上げて共有を図るのが効果的かといったことは不明のままである。このことも今後の課題である。

【追記】

本研究は、JSPS 科学研究費助成事業（課題番号：20K02917）の助成を受けたものである。

引用参考文献

- 川寄道広(2001)「図形指導における「図形感覚」の意味について」全国数学教育学会誌 数学教育学研究 第7巻
- 川寄道広(2003)「図形感覚の認識に関する教授学的研究」全国数学教育学会誌 数学教育学研究 第9巻
- 添田佳伸(1998)「数学教育におけるメタファーの役割－メタファーと創造性について－」第31回数学教育論文発表会論文集 日本数学教育学会 pp.241-246
- 添田佳伸(2021)「数学教育における見立ての研究(1)－幼児の活動に焦点を当てて－」宮崎大学教育学部紀要 第97号
- 添田佳伸(2022)「数学教育における見立ての研究(2)－幼児の見立ての共有について－」宮崎大学教育学部紀要 第99号
- 前田隆一(1979)「算数教育論」金子書房
- 森 将和(2014)「図形についての見方を豊かにする算数科学習～形づくりの活動を位置付けた単元構成を通して～」福岡教育大学紀要 第63号 第6分冊
- Noss R., Healy L. and Hoyles C. (1997) "The Construction of Mathematical Meanings: Connecting the Visual With Symbolic" Educational Studies in Mathematics 33