

柱状レンズによるガウスビーム波の集光特性

青山 邦央<sup>†</sup>(学生員) 横田 光広<sup>†a)</sup>(正員)

Condensing Properties of a Gaussian Beam by a Cylindrical Lens

Kunihiro AOYAMA<sup>†</sup>, Student Member  
and Mitsuhiro YOKOTA<sup>†a)</sup>, Member

<sup>†</sup> 宮崎大学工学部電気電子工学科, 宮崎市  
Faculty of Engineering, University of Miyazaki, 1-1  
Gakuen, Kibanadai Nishi, Miyazaki-shi, 889-2192 Japan  
a) E-mail: m.yokota@m.ieice.org

あらまし 光源と導波路との接続で使用する凸レンズのモデルとして柱状誘電体を取り扱う。誘電体によるガウスビーム波の散乱について数値的検討を行う。散乱界に対するレンズの厚さと曲率の影響について調べ、レンズ後方におけるビーム波の集光に関するいくつかの数値例を示す。

キーワード 柱状レンズ, 集光, モーメント法, ガウスビーム波

1. まえがき

電磁波や光波の散乱問題は電磁界解析における重要かつ基礎的な問題の一つであり、理論的・数値的検討に関する多くの書籍や論文が発表されている [1] ~ [3]。光通信システムにおけるレンズを用いた光源と光導波路との結合を取り扱う場合、光波がレンズによりどのように散乱されるかを把握しておく必要がある。本論文では光波のレンズによる散乱特性を調べる目的から、ガウスビーム波の誘電体柱による散乱について、数値的に検討を行う。

2. 柱状誘電体による散乱

本論文では、ガウスビーム波が柱状誘電体に入射した場合について検討を行う。体積型積分方程式をモーメント法により離散化すると、次式の行列表現が得られる [3]。

$$\sum_{n=1}^N C_{mn} E_n = E_m^i, \quad m = 1, \dots, N \quad (1)$$

ここで、

$$C_{mn} = \delta_{mn} + \frac{jk^2}{4} (\epsilon_r(n) - 1) \int_{cell} H_0^{(2)}(k\rho) dx' dy' \quad (2)$$

である。モーメント法において物体は  $N$  個のセル

に分割され、 $m$  番目のセルの中心座標を  $(x_m, y_m)$  としている。 $H_0^{(2)}(x)$ ,  $E_n, \epsilon_r(n)$  は、それぞれ、0 次第 2 種ハンケル関数、セル  $n$  番目の全電界、比誘電率である。また、 $\delta_{mn}$  はクロネッカーのデルタ、 $\rho = \sqrt{(x_m - x')^2 + (y_m - y')^2}$ ,  $E_m^i$  は  $(x_m, y_m)$  での入射電界である。式 (2) に含まれる積分は、Richmond の方法で近似的に求めることができる [3]。式 (1) を代数的に解くことにより未知全電界  $E_n$  を求める。

3. 数値計算結果

本論文では図 1 に示す対称型凸レンズによるガウスビーム波の散乱について解析する。本論文では、式 (1) の連立一次方程式を修正コレスキー法を用いて計算している。得られた解は式 (1) に対する規格化残差ノルム

$$\sqrt{\sum_{m=1}^N |E_m^i - \sum_{n=1}^N C_{nm} E_n|^2} / \sqrt{\sum_{m=1}^N |E_m^i|^2} \quad (3)$$

が  $10^{-14}$  以下の精度で満足していることを確認している。更に、計算の信頼性を確認するために真円柱による散乱界について、本手法を級数展開法と比較し、両者の結果がよく一致することを確認している [4]。対称型凸レンズの場合、式 (1) を同じプログラムコードを用いて修正コレスキー法により解いているので、真円柱の場合と同程度の精度が得られている。

以下の数値計算において、波長  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ , セルの大きさ  $\lambda/32$ , ビームウェストの位置  $(0, -\lambda)$ , 最小スポットサイズ  $w_0 = \lambda$ , 屈折率  $\sqrt{\epsilon_r} = 1.5$ , 高さ  $H = 4\lambda$  とし、厚さ及び曲率半径を変化させた場合の集光特性について検討を行う。まず、対称型凸レンズの曲率半径を  $R = 2.5\lambda$  とし、厚さ  $D$  を変化させたときの電界分布を求める。厚さ  $D = 2.0\lambda, D = 2.5\lambda, D = 3.0\lambda$

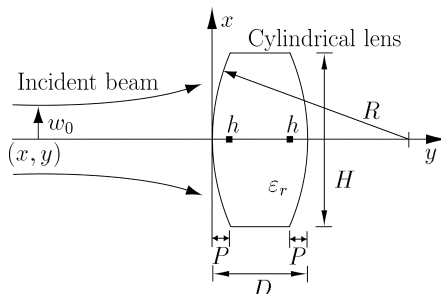


図 1 対称型凸レンズによるビーム波散乱の座標系  
Fig. 1 Geometry of the scattering problem of a Gaussian beam by a symmetric convex lens.

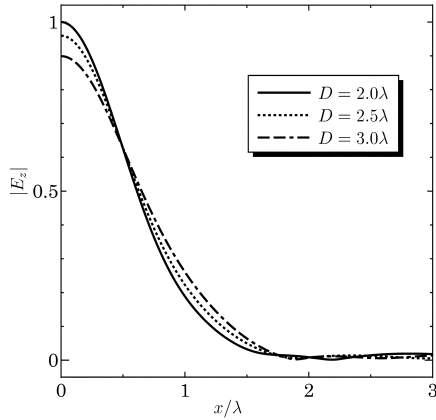


図2 集光面での電界分布 (厚さ変化)  
Fig. 2 Normalized electric fields on condensing plane for lens width dependence.

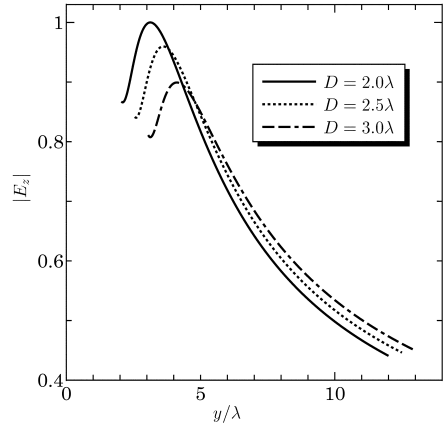


図4 伝搬軸 ( $x = 0$ ) における電界分布 (厚さ変化)  
Fig. 4 Normalized electric fields on propagation axis ( $x = 0$ ) for lens width dependence.

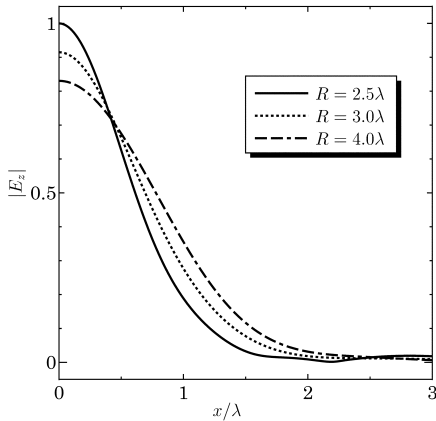


図3 集光面での電界分布 (曲率変化)  
Fig. 3 Normalized electric fields on condensing plane for lens curvature dependence.

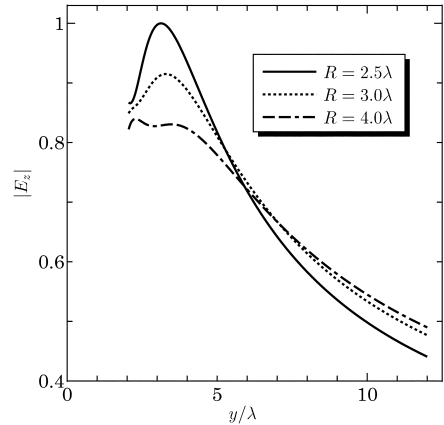


図5 伝搬軸 ( $x = 0$ ) における電界分布 (曲率変化)  
Fig. 5 Normalized electric fields on propagation axis ( $x = 0$ ) for lens curvature dependence.

において最もビームが集中しているのは、それぞれ、 $y = 3.129\lambda$ ,  $y = 3.608\lambda$ ,  $y = 4.115\lambda$  付近であり、その面での規格化電界を図2に示す。この分布より、レンズ厚さ  $D$  が薄い場合に伝搬軸 ( $y$  軸) 近傍に光が集められていることが分かる。次に、凸レンズの厚さを  $D = 2.0\lambda$  とし、曲率半径  $R$  を変化させたときの散乱界の分布を求める。曲率  $R = 2.5\lambda$ ,  $R = 3.0\lambda$ ,  $R = 4.0\lambda$  において最もビームが集中しているのは、それぞれ、 $y = 3.129\lambda$ ,  $y = 3.289\lambda$ ,  $y = 3.474\lambda$  付近であり、その面での規格化電界を図3に示す。この分布より、レンズの曲率  $R$  が小さいとき、光が伝搬軸近傍に集められていることが分かる。図2、図3より、曲率の影響

が大きいことが分かる。これは、入射ビーム波の界分布だけでなく、位相分布も影響を与えているためと考えられる。

伝搬軸上での電界の大きさから集光の強さを評価することが考えられる。図4及び図5は、それぞれ、レンズの厚さ及び曲率変化させた場合の伝搬軸上の全電界 ( $|E_z|$ ) を示している。レンズの後方で最大値をもち、集光していることが確認できる。曲率半径が  $R = 4\lambda$  の場合、レンズの曲面は入射ビーム波にとってほぼ平面となっている。このとき、誘電体柱はレンズとして作用せずレンズ後方の集光が弱くなっていると考えられる。

表1 厚さを変化させた場合の薄肉レンズ公式との比較  
Table 1 Comparison between results of the present method and those of the thin lens formula for lens width dependence.

レンズの厚さ $D/\lambda$	薄肉レンズ公式		数値計算結果	
	$w_s/\lambda$	$y_s/\lambda$	$w_s/\lambda$	$y_s/\lambda$
2.0	0.865	3.280	0.745	3.129
2.5	0.910	3.672	0.797	3.608
3.0	0.958	4.072	0.882	4.115

表2 曲率を変化させた場合の薄肉レンズ公式との比較  
Table 2 Comparison between results of the present method and those of the thin lens formula for lens curvature dependence.

レンズの曲率 $R/\lambda$	薄肉レンズ公式		数値計算結果	
	$w_s/\lambda$	$y_s/\lambda$	$w_s/\lambda$	$y_s/\lambda$
2.5	0.865	3.280	0.745	3.129
3.0	0.954	3.145	0.907	3.289
3.5	1.019	2.918	0.998	3.394
4.0	1.064	2.652	1.083	3.474

集光の位置やその場所でのスポットサイズについて、本手法の結果と薄肉レンズのそれと比較する。厚さがなく、単一の平面だけで特性を決定できる薄肉レンズ通過後の最小スポットサイズ  $w_s$  とその位置  $y_s$  は、 $q$  パラメータを用いると次式で求められる [5]。

$$w_s = f \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \frac{S_1}{(y_0 - f)^2 + S_1^2}} \quad (4)$$

$$y_s = \frac{f(y_0(y_0 - f) + S_1^2)}{(y_0 - f)^2 + S_1^2} \quad (5)$$

ただし、 $S_1 = \pi w_0^2/\lambda$ 、 $f$  はレンズの焦点距離である。厚さ  $D$  をもつ対称型凸レンズの場合には、レンズの頂点から  $P$  の距離にある二つの主平面  $y = h$  から薄肉レンズの式を使うことができる。ここで距離  $P$  と主平面からの焦点距離  $f$  は

$$f = \frac{1}{(\sqrt{\epsilon_r} - 1)[2/R - (\sqrt{\epsilon_r} - 1)D/\sqrt{\epsilon_r}R^2]} \quad (6)$$

$$P = \frac{f(\sqrt{\epsilon_r} - 1)D}{\sqrt{\epsilon_r}R} \quad (7)$$

で与えられる。これらの関係より厚肉レンズの最小スポットサイズ  $w_s$  とその位置  $y_s$  を求めることができる。

表1, 表2に式(4), (5)より求めた結果とモーメント法による計算結果を示す。薄肉レンズの理論から、厚さ  $D$  を薄く、曲率半径  $R$  を小さくすれば最小スポットサイズを小さくできるという数値計算結果と同じ特性を得ることができる。また、薄肉レンズの理論によって導出した  $w_s$  と  $y_s$  に違いが見られるのは、薄肉レンズ公式は、ガウスビーム波のエネルギーすべてがレンズに透過したものと仮定しているが、数値計算結果では入射ビーム波が漏れているためと考えられる。つまり、薄肉レンズの公式を採用する場合、レンズの高さが入射する光波のエネルギーが十分取り込める大きさがあり、かつ、レンズの厚さが薄い場合に十分有効であることが確認された。本論文では厚さのあるレンズの集光特性を光波の散乱問題として数値的に検討している。本数値解析法では、レンズの形状や屈折率分布などを任意に与えることができるため、汎用性が高く有用性が大きいと考える。

#### 4. むすび

本論文ではモーメント法を用いて対称型凸レンズの散乱問題を扱った。この結果よりレンズを薄く、曲率半径を小さくすることでより光を伝搬軸近傍に集めることができるレンズの特性を得ることができた。本論文で用いた手法は任意のレンズ形状や屈折率分布について取り扱うことができ、レンズの特性を調べる場合に有効である。今後の課題としては、様々なレンズ形状、不均質な屈折率分布の誘電体による散乱について解析する。更に、最適化アルゴリズムを用いた光通信システムにおけるレンズの設計を行う予定である。

#### 文 献

- [1] J. J. Bowman, T. B. A. Senior, and P. L. E. Uslenghi, Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes, Hemisphere Pub., 1969.
- [2] L. B. Felsen and N. Marcuvitz, Radiation and Scattering of Waves, IEEE Press, 1994.
- [3] A. Ishimaru, Electromagnetic Wave Propagation, Radiation and Scattering, Prentice Hall, 1991.
- [4] 青山邦央, 横田光広, “柱状レンズによるガウスビーム波の集光特性について,” 信学技報, OPE2004-169, Nov. 2004.
- [5] A. Yariv, Optical Electronics, Third ed., Holt-Saunders International Editions, 1985.

(平成17年8月5日受付, 10月20日再受付)