日本機械学会論文集(C編)
66巻645号(2000-5)

論文 No. 99-0566

ギャランティードコスト制御の一般化*

高橋 伸弥*1, 河野 通夫*2
平沼 賢次*3, 佐藤 治*2

Generalization of Guaranteed Cost Control

Nobuya TAKAHASHI, Michio KONO*4,
Kenji HIRANUMA and Osamu SATO

*4 Faculty of Engineering, Miyazaki University,
Gakuen Kibanadai Nishi 1-1, Miyazaki, Miyazaki, 889-2192 Japan

Chang and Peng proposed a disign procedure of state-feedback systems that guarantees a certain level of linear-quadratic cost for all admissible perturbations. This is called guaranteed cost control. But they considered the case when an input matrix has special perturbations and guaranteed the existence of a controller only for a restricted class of systems. This paper deals with the case when an input matrix has more genenral perturbations. Firstly, a suffcient condition for robust stabilization is given. Secondly, in contrast to Chang and Peng method, on the basis of a linear upper bound, it is shown that there exists a controller under some reasonable assumptions.

Key Words: Analog Control, Optimal Control, Robust Control, Guaranteed Cost Control, Linear Quadratic, Algebraic Riccati Equation, Robust Stability

1. まえがき

この20年間，構造的不確かさをもつ連続時間線形システムの2次安定化に関して多くの研究がなされてきたが[(1)~(3)]，それらはマッチング条件を前提としていた．それ以前に，Chang と Peng は，マッチング条件を前提とせず，連続時間システムが有界なパラメータ変動を受けた場合，2次形式評価関数値の上界を最小にする制御系の設計法を提案し，パラメータの不確かさに対応する付加項をもつ Riccati 方程式に正定解が存在する場合，それはロバスト安定性も保証することを示した[(5)]．この設計法は，単に安定性だけでなく，評価関数値も考慮に入れているので，制御系に対し過渡特性等も含んだ総合的評価が可能で．制御系設計法として優れている．しかしながら，彼らが考察したのは，B 行列のパラメータ変動に関し，変動が公称値のスカラー倍になる場合に限定しているし，コントローラの存在が保証されているのは，A 行列が非常に特殊な構造をもつ場合だけである．その後も，ギャランティードコスト制御に関する研究は行われているが[(13),(14)]，2次上界に基づく方法が主で，2次安定化の場合と同様，拡張したマッチング条件を前提としている．本稿の第1の目的は，文献(5)の結果を B 行列のパラメータ変動がより一般的な場合に拡張することである．第2の目的は，文献(5)とは異なる上界行列を導入し，自然な仮定のもとで，コントローラの存在を保証することである．

2. 準備事項

非線形連続時間システム

$$\dot{x}(t) = f(x, u, \xi) \tag{1}$$

を考えよう．ここで，$x(t)$ は n 次元状態ベクトル，$u(t)$ は m 次元入力ベクトル，ξ はベクトル値パラメータで，不確定であるが，閉かつ有界な領域 Ξ に属すると仮定する．すなわち，

$$\xi \in \Xi$$

Ξ を許容領域とよぶ．この制御対象に対し，評価関数を

$$J(x(t_1), u, \xi) = \int_{t_1}^{t_f} l(x(t), u(t))dt + \theta(x(t_f))dt \tag{2}$$

としよう．ここで，$l(x(t), u(t))$ は非負の関数で，積分は軌道に沿ったコストを表わし，$\theta(x(t_f))$ も非負の関

* 原稿受付 1999年4月20日．
*1 宮崎大学工学部情報システム工学科(〒889-2192 宮崎市学園木花台西1-1)．
*2 正員，宮崎大学工学部情報システム工学科．
*3 東京商船大学商船学部(〒135-0044 江東区越中島2-1-6)．
E-mail: takahasi@cs.miyazaki-u.ac.jp

数で，終端時刻 t_f でのコストを表わす．入力を状態の非線形関数として求めることを考える．すなわち，

$$u(t) = \eta(x(t), t) \tag{3}$$

【定義1】 任意の許容変動 ξ に対し，

$$J(x(t_1), u(\cdot), \xi) \leq V \tag{4}$$

とするような実数 V と $u(\cdot)$ が存在するとき，V を $x(t_1)$ を初期値とするギャランティードコストとよび，$u(\cdot)$ をギャランティードコスト制御入力とよぶ．

つぎに上界行列の定義を与える．

【定義2】 $T(\xi)$ を ξ をパラメータとしてもつ $n \times n$ 行列としよう．U が $T(\xi)$ の上界行列であるとは，すべての x と $\xi \in \Xi$ に対し，

$$x^T T(\xi) x \leq x^T U x \tag{5}$$

が成立する場合をいう．

ギャランティードコストとギャランティードコスト制御入力の存在に関し，つぎの定理が成立する[5]．

【定理1】 スカラー値関数 $V(x,t)$ と m 次元ベクトル値関数 $\eta(x,t)$ が存在して，すべての $\xi \in \Xi$ に対し，つぎの関係をみたすと仮定しよう．

$$l(x(t), \eta(x,t), t) + (\partial V(x,t)/\partial x)^T \cdot f(x, \eta(x(t),t), \xi) + \partial V(x,t)/\partial t \leq 0 \quad , t < t_f \tag{6}$$

$$V(x(t_f), t_f) = \theta(x(t_f)) \tag{7}$$

そのとき，任意の $t_1 < t_f$ に対し，$V(x(t_1), t_1)$ は $x(t_1)$ を初期値とするギャランティードコストとなり，$\eta(x(t),t)(t_1 \leq t < t_f)$ はギャランティードコスト制御入力となる．

（注意1） スカラー値関数 $H(V, x, u, t, \xi)$ を

$$H(V,x,u,t,\xi) = l(x(t),u,t) + (\partial V(x,t)/\partial x)^T \cdot f(x,u,\xi) + \partial V(x,t)/\partial t \tag{8}$$

と定義すれば，条件 (6) は

$$H(V, x, \eta(x,t), t, \xi) \leq 0 \ , \ t < t_f \tag{9}$$

となる．

3. 線形2次形式のギャランティードコスト制御

3·1 GC微分方程式の導出 この節以降，線形2次形式の場合を考察する．(1) 式，(2) 式はそれぞれ，

$$\dot{x}(t) = A(\xi)x(t) + B(\zeta)u(t) \tag{10}$$

$$J(x(t_1), u, \xi, \zeta) = \int_{t_1}^{t_f} \{x^T(t) C^T C x(t) + u^T(t) R u(t)\} dt + x^T(t_f) P_f x(t_f) \tag{11}$$

となる．ただし，P_f は半正定，R は正定と仮定し，$A(\xi)$，$B(\zeta)$ はそれぞれ

$$A(\xi) = A_0 + \Delta A(\xi) \ , \ \xi \in \Xi \tag{12}$$

$$B(\zeta) = B_0 + \Delta B(\zeta) \ , \ \zeta \in Z \tag{13}$$

と表現できると仮定する．以下では，記法の簡略化のため，$\Delta A(\xi), \Delta B(\zeta)$ の ξ, ζ を省略する．ギャランティードコスト関数として

$$V(x,t) = x^T K(t) x \tag{14}$$

を考えることにしよう．ただし，$K(t)$ は半正定対称行列で，ギャランティードコスト行列とよばれる．

このとき，

$$\partial V(x,t)/\partial x = 2K(t)x \tag{15}$$

$$\partial V(x,t)/\partial t = x^T \dot{K}(t) x \tag{16}$$

であるから，(8) 式は

$$\begin{aligned} & H(V,x,u,\xi,\zeta) \\ = \ & x^T C^T C x + u^T R u + 2x^T K(t)(A(\xi)x + B(\zeta)u) + x^T \dot{K}(t) x \\ = \ & x^T C^T C x + u^T R u + 2x^T K(t)\{(A_0 + \Delta A)x + (B_0 + \Delta B)u\} + x^T \dot{K}(t) x \\ = \ & H_0(K,x,u) + H_1(K,x,u,\xi,\zeta) + x^T \dot{K}(t) x \end{aligned}$$

と表現できる．H_0 は確定的な項で

$$H_0(K,x,u) = x^T C^T C x + u^T R u + 2x^T K(A_0 x + B_0 u) \tag{17}$$

であり，H_1 は不確かさを含む項で

$$H_1(K,x,u,\xi,\zeta) = 2x^T K(\Delta A x + \Delta B u) \tag{18}$$

である．H_1 は評価できないので，H_0 のみを最小にするような u^* を求めると

$$u^*(t) = \eta^*(x,t) = -R^{-1} B_0^T K(t) x(t) \tag{19}$$

となる．(19) 式を (17) 式,(18) 式に代入すると，

$$H_0(K,x,\eta^*) = x^T C^T C x - x^T K(t) B_0 R^{-1} B_0^T K(t) x + x^T (K A_0 + A_0^T K) x \tag{20}$$

$$H_1(K,x,\eta^*,\xi,\zeta)=x^T\{K\Delta A+(\Delta A)^TK-K\Delta BR^{-1}B_0K-KB_0R^{-1}(\Delta B)^TK\}x \tag{21}$$

が得られる．したがって，

$$\begin{aligned}&x^TC^TCx-x^TK(t)B_0R^{-1}B_0^TK(t)x\\&+x^T(K(t)A_0+A_0^TK(t))x+x^T\{K(t)\Delta A\\&+(\Delta A)^TK(t)-K(t)\Delta BR^{-1}B_0^TK(t)\\&-K(t)B_0R^{-1}(\Delta B)^TK(t)\}x\\&+x^T\dot K(t)x\le 0\end{aligned} \tag{22}$$

が成立し，

$$K(t_f)=P_f \tag{23}$$

であれば，定理1により，$V(x,t)=x^TK(t)x$ はギャランティードコストとなる．(22)式からつぎの微分不等式が導出できる．

$$\begin{aligned}-\dot K(t)\ \ \ge\ &-K(t)R_0^TK(t)+K(t)A_0\\&+A_0^TK(t)+K(t)\Delta A+(\Delta A)^TK(t)\\&-K(t)\Delta BR^{-1}B_0^TK(t)\\&-K(t)B_0R^{-1}(\Delta B)^TK(t)\\=\ &T_0(A_0,B_0,K(t),R)\\&+T_1(A(\xi),B(\zeta),K(t),R)\end{aligned} \tag{24}$$

ただし，

$$T_0(A_0,B_0,K,R)=KA_0+A_0^TK-KB_0R^{-1}B_0^TK \tag{25}$$

$$\begin{aligned}&T_1(A(\xi),B(\zeta),K,R)\\&=K\Delta A+(\Delta A)^TK-K\{\Delta BR^{-1}B_0^T\\&+B_0R^{-1}(\Delta B)^T\}K\end{aligned} \tag{26}$$

である．T_1 の上界行列を $U_1(A,B,K,R)$ としよう．ただし，A,B はそれぞれ $A(\xi),B(\zeta)$ の確定的パラメータ集合を表わす．そのとき，

$$-\dot K(t)=C^TC+T_0(A_0,B_0,K(t),R)+U_1(A,B,K(t),R) \tag{27}$$

が成立すれば，(24)式はみたされる．すなわち，終端条件を(23)式として(27)式を解けば，(14)式で与えられる V はギャランティードコストとなる．(27)式を GC微分方程式 とよぶ．

3・2 GC代数方程式の導出　GC微分方程式(27)に定常解 K が存在すると仮定すれば，K はつぎの代数方程式をみたす．

$$C^TC+T_0(A_0,B_0,K,R)+U_1(A,B,K,R)=0 \tag{28}$$

（注意2）(28)式をGC代数方程式とよび，U_1 の項がない場合には標準 Riccati 代数方程式となる．
（注意3）U_1 を具体的に決めれば，微分方程式(27)に定常解が存在するための条件の検討ができるが，それについては，5節以降で述べる．ここでは，(28)式に半正定解が存在すると仮定して，次節の議論を進める．

4. ロバスト安定性

方程式(28)の解 K を用いて制御則を

$$u^*(t)=\eta^*(x(t))=-R^{-1}B_0^TKx(t) \tag{29}$$

としたとき，閉ループ系は

$$\dot x(t)=A_c(A(\xi),B(\zeta))x(t) \tag{30}$$

と表現できる．ただし，

$$A_c(A(\xi),B(\zeta))=A_0-R_0K+\Delta A-\Delta BR^{-1}B_0^TK \tag{31}$$

であり，$R_0=B_0R^{-1}B_0^T$ である．閉ループ系の安定性に関しつぎの結果が得られる．

【定理2】 方程式(28)に半正定解 K が存在すると仮定しよう．$(C,A(\xi))$ が可検出であれば，(29)式によって構成された閉ループ系(30)は漸近安定になる．

（証明） $A_c(A(\xi),B(\zeta))$ の定義と(25)式，(26)式から

$$\begin{aligned}&A_c(A(\xi),B(\zeta))^TK+KA_c(A(\xi),B(\zeta))\\&=A_0^TK-KR_0K+(\Delta A)^TK\\&\quad-KB_0R^{-1}(\Delta B)^TK+KA_0-KR_0K\\&\quad+K\Delta A-K\Delta BR^{-1}B_0^TK\\&=-KR_0K+T_0(A_0,B_0,K,R)\\&\quad+T_1(A(\xi),B(\zeta),K,R)\end{aligned} \tag{32}$$

と表現できる．(28)式から

$$T_0(A_0,B_0,K,R)=-C^TC-U_1(A,B,K,R)$$

であるから，(32)式に代入すると，

$$\begin{aligned}&A_c(A(\xi),B(\zeta))^TK+KA_c(A(\xi),B(\zeta))\\&=-KR_0K-C^TC+T_1(A(\xi),B(\zeta),K,R)\\&-U_1(A,B,K,R)\end{aligned} \tag{33}$$

が得られる．U_1 は T_1 の上界行列であるから，右辺は半負定となる．$A_c(A(\xi), B(\zeta), K, R)$ の固有値，右固有ベクトルをそれぞれ $\lambda(\xi,\zeta), w(\xi,\zeta)$ としよう．$w(\xi,\zeta)$ の複素共役転置を $w(\xi,\zeta)^*$ で表わす．以下では，記法の簡略化のため，ξ,ζ を省略する．(33) 式の右から w，左から w^* をかけると，

$$\begin{aligned}&(\lambda+\lambda^*)w^*Kw\\ =\;& -w^*\{KB_0R^{-1}\cdot R\cdot R^{-1}B_0^TK+C^TC\\ &+(U_1(\bar{A}_0,B,K,R)-T_1(A(\xi),B(\zeta),K,R))\}w\end{aligned}$$

閉ループ系が漸近安定でないと仮定すれば，少なくともある λ に対し，

$$\lambda+\lambda^*\geq 0$$

が成立する．もし，$\lambda+\lambda^*=0$ であれば，$Cw=0$, $R^{-1}B_0^TKw=0$ となり，$A_c(A(\xi),B(\zeta))w=A(\xi)w=\lambda w$ であるから，$(C,A(\xi))$ は可検出でない．また，$\lambda+\lambda^*>0$ の場合には，(33) 式の右辺の半負定性から，$w^*Kw=0$ が成立するから，$R^{-1}B_0^TKw=0$, $Cw=0$ となり，前と同様にして，$(C,A(\xi))$ は可検出でない．

証了

（注意４） 文献 (8) においてパラメータ変動がない場合について類似の証明が行われている．この証明法は，リアプノフ関数を用いる方法より直接的である．

（注意５） 標準 Riccati 代数方程式の場合と同様，(C,A_0) が可観測であれば，(28) 式の解 K は正定になるが，一意性は必ずしもいえない．

5. 固有値型上界

実際に上記の理論を適用するには，上界行列 U を具体的に決める必要がある．本節以降は，パラメータ変動が次式の形であると仮定する．

$$\Delta A(\xi)=\sum_{i=1}^{p}\xi_iA_i\ ,\ |\xi_i|\leq 1 \tag{34}$$

$$\Delta B(\zeta)=\sum_{i=1}^{q}\zeta_iB_i\ ,\ |\zeta_i|\leq 1 \tag{35}$$

このとき，(26) 式は

$$\begin{aligned}&T_1(A(\xi),B(\zeta),K,R)\\ &=\sum_{i=1}^{p}\xi_i(KA_i+A_i^TK)-\sum_{i=1}^{q}\zeta_iKR_iK\end{aligned} \tag{36}$$

となる．ここで，

$$R_i=B_iR^{-1}B_0^T+B_0R^{-1}B_i^T \tag{37}$$

である．

ここでは，固有値・固有ベクトルに基づいて上界行列を定義する．

(36) 式の第１項と第２項の行列 $KA_i+A_i^TK$, KR_iK は対称であるから，それぞれを対角化する直交行列 L_i, M_i が存在し，

$$L_i^T(KA_i+A_i^TK)L_i=\Lambda_i \tag{38}$$

$$M_i^TKR_iKM_i=\Gamma_i \tag{39}$$

となる．ただし，Λ_i, Γ_i は対角行列である．Λ_i , Γ_i , L_i , M_i を用いて行列 $U_e(\bar{A}_0,B,K,R)$ を

$$\begin{aligned}&U_e(\bar{A}_0,B,K,R)\\ &=\sum_{i=1}^{p}L_i|\Lambda_i|L_i^T+\sum_{i=1}^{q}M_i|\Gamma_i|M_i^T\end{aligned} \tag{40}$$

と定義すると，これは $T_1(A(\xi),B(\zeta),K,R)$ の上界行列になっている．ただし $\bar{A}_0$ は $A_i (i=1,\ldots,p)$ のパラメータ集合を表わし，$|\Lambda_i|, |\Gamma_i|$ は Λ_i, Γ_i の対角要素をその絶対値で置き換えた行列である．(40) 式で定義される上界行列を固有値型上界行列とよび，(27) 式において，上界行列が (40) 式で与えられる場合をとくに固有値型 Riccati 代数方程式とよぶ．すなわち，

$$\begin{aligned}&C^TC+T_0(A_0,B_0,K,R)\\ &\quad+U_e(\bar{A}_0,B,K,R)=0\end{aligned} \tag{41}$$

（注意６） 文献 (5) で扱っている場合のように入力行列のパラメータ変動が

$$\Delta B(\zeta)=\zeta B_0\ ,\ 1\leq\zeta\leq b \tag{42}$$

と表現できる場合には，(36) 式は

$$\begin{aligned}T_1(A(\xi),B(\zeta),K,R)\ &=\ \sum_{i=1}^{p}\xi_i(KA_i+A_i^TK)\\ &\quad-2\zeta KB_0R^{-1}B_0^TK\end{aligned} \tag{43}$$

となり，第２項は負定であるから，第１項のみに注目した上界行列を定義できる．すなわち，

$$U_1(\bar{A}_0,K,R)=\sum_{i=1}^{p}L_i|\Lambda_i|L_i^T \tag{44}$$

が $T_1(A(\xi),B(\zeta),K,R)$ の上界行列になっている．

(41) 式に正定解が存在する条件は明らかでなく，解 K を求めることも容易でないが，一つの方法は文献 (5) と同様に微分方程式

$$\begin{aligned}-\dot{K}(t)\ &=\ C^TC+T_0(A_0,B_0,K(t),R)\\ &\quad+U_e(\bar{A}_0,B,K(t),R)\end{aligned} \tag{45}$$

を逆時間で解くことである．その定常解 K が得られたとき，$\dot{K}=0$ であるから，(45) 式の左辺は 0 となり，K は (41) 式の解になっている．

6. 線形上界

最初につぎの仮定をおく．

(A1) $R_i(i=1,\ldots,q)$ は半正定（または，半負定）

文献 (10) と同様にして (36) 式の第 1 項の $\sum$ の中の $\xi_i(KA_i+A_i^TK)$ の上界行列は，任意の $\gamma_i>0$ に対し

$$K/\gamma_i+\gamma_i A_i^T K A_i$$

となる．このことと仮定 (A1) から $T_1(A(\xi), B(\zeta), K, R)$ の上界行列は

$$U_L(\bar{A}_0,B,K,R) = \sum_{i=1}^{p}(K/\gamma_i+\gamma_i A_i^T K A_i) + KR_sK \tag{46}$$

で与えられる．ただし，

$$R_s=\sum_{i=1}^{q}R_i$$

であり，仮定 (A1) において，$R_i(i=1,\ldots,q)$ が半負定の場合には，KR_sK の代わりに $-KR_sK$ とおく．このとき，(28) 式は

$$C^TC+K(A_0+\gamma I)+(A_0+\gamma I)^TK + K(R_s-R_0)K+\sum_{i=1}^{p}\gamma_i A_i^T K A_i=0 \tag{47}$$

となる．ただし，$\gamma=\sum_{i=1}^{p}1/2\gamma_i$ である．この方程式は，状態・入力依存性白色雑音がある場合の統計的制御問題に関し，Bernstein が導出した方程式 [9] と似ているが，A 行列の変動と B 行列の変動が分離した形になっている点が異なっており，取り扱いが容易である．B 行列の変動が (42) 式で与えられる場合には

$$U_L(\bar{A}_0,B,K,R)=\sum_{i=1}^{p}(K/\gamma_i+\gamma_i A_i^T K A_i) \tag{48}$$

となるから (47) 式は

$$C^TC+K(A_0+\gamma I)+(A_0+\gamma I)^TK - KR_0K+\sum_{i=1}^{p}\gamma_i A_i^T K A_i=0 \tag{49}$$

となり，Bernstein が導出した方程式に一致する．このことは，B 行列の変動がない場合については，Dorato らがすでに指摘している [10]．

つぎの仮定をおく．

(A2) $R_s\le R_0$

この仮定のもとで，R_0-R_s を

$$R_0-R_s=QQ^T \tag{50}$$

と分解する．(49) 式の一般形が (47) 式であるが，問題となるのは，(47) 式に解が存在するかどうかである．(47) 式は一般化 Riccati 代数方程式とよばれ，その解の存在性の条件について Wonham が詳細な考察をしている [11]．Wonham の結果と定理 2 から，つぎの定理が得られる．

【定理 3】 仮定 (A1)，(A2) が成立し，さらにつぎの条件がみたされていると仮定する．

(A3) (A_0,Q) は可安定で，

$$\inf_{\Psi}\left\|\int_0^\infty (e^{(A_0-Q\Psi)t})^T(2\gamma I+\sum_{i=1}^{p}\gamma_i A_i^TA_i)e^{(A_0-Q\Psi)t}dt\right\|<1 \tag{51}$$

が成立する．ただし Ψ は任意の行列である．

(A4) $(C, A(\xi))$ が可観測

このとき，(47) 式に正定解 K が存在し，この K を用いて制御則を (29) 式としたとき，閉ループ系はロバスト安定となる．

（注意 8） 仮定 (A3) は A 行列の変動が大き過ぎないことを表わし，仮定 (A2) は B 行列の変動が大き過ぎないことを表わす．

(41) 式の場合と同様に微分方程式

$$-\dot{K}(t) = C^TC+K(t)(A_0+\gamma I)+(A_0+\gamma I)^T \cdot K(t)+K(t)(R_s-R_0)K(t) + \sum_{i=1}^{p}\gamma_i A_i^T K(t) A_i \tag{52}$$

を逆時間で解いたときの定常解 K は (47) 式の解になっている．

7. 数値例

次の数値例を考える．これはマッチング条件を満たしていない [1]．

$$A_0=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix}, B_0=\begin{bmatrix}0&0\\0.5&0\\0&0.5\end{bmatrix},$$

$$A_1=\begin{bmatrix}0&0.2&0\\0&0&0.6\\0.8&0.5&0.8\end{bmatrix}, B_1=\begin{bmatrix}0&0\\0.1&0\\0&0.2\end{bmatrix},$$

$$A_2=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0.1\\0.5&0.3&0.5\end{bmatrix},$$

$$R=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},C=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}$$

公称値 A_0, B_0 に対して最適レギュレータの手法で設計した場合，パラメータ変動 $\xi_1=1, \xi_2=1, \zeta_1=1$ に対して閉ループ系は不安定になる．

次に (47) 式の解を用いることを考える．上で述べたように (52) 式の定常解を利用することにしよう．この数値例では，B 行列の変動が公称値のスカラー倍になっていないので，Chang-Peng の理論を適用することはできない．定理3の仮定はすべて満たしているので，(47) 式に正定解が存在することは保証されている．上界行列を構成するために $\gamma_i=0.5, (i=1,2)$ とし，Runge-Kutta 法で (52) 式を解くことによって次のギャランティードコスト行列 K_{cc} が得られた．

$$K_{cc}=\begin{bmatrix}3.9146&2.8475&2.0461\\2.8475&4.0917&2.7491\\2.0461&2.7491&5.6645\end{bmatrix}$$

(29) 式のフィードバックゲインは

$$R^{-1}B_0^TK_{cc}=\begin{bmatrix}1.4238&2.0458&1.3745\\1.0231&1.3745&2.8323\end{bmatrix}$$

となる．このフィードバックゲインを用いた場合，上と同様のパラメータ変動に対し，閉ループ系の固有値は $\{-0.9325\pm1.0254i, -0.0450\}$ となり，安定となることがわかる．

8. あとがき

本稿では Chang と Peng の結果を B 行列がより一般的なパラメータ変動をもつ場合に拡張し，さらに線形上界を導入することによって，自然な仮定のもとで，コントローラの存在を保証した．

(47) 式の解法として，標準 Riccati 方程式に対する有本・Potter 法のような有効なアルゴリズムが存在しないので，これを解くための数値計算アルゴリズムを開発することは重要である．一つの方向として文献 (12) の方法を拡張することが考えられる．

文献

(1) 木村・藤井・森：ロバスト制御，コロナ社 (1994)

(2) G. Leitmann, *Trans. ASME, J. Dynam. Syst. Meas. and Cont.*, 101-3 (1979), 212.

(3) J. S. Thorp and B. R. Barmish, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 35-4 (1981), 559.

(4) C.V.Hollot and B.R. Barmish, *Proc. of the 18th Allerton Conference on Communicatin, Control and Computing*, University of Illinois (1980)

(5) S. S. Chang and T. K. C. Peng, *IEEE Trans. AC*-17-4 (1972), 474.

(6) A. Vinker and L. J. Wood, *AIAA J. of Guidance and Control*, 2-6 (1979), 449

(7) 河野・ほか3名，日本機械学会九州支部宮崎地方講演会講演論文集，No.98 8-2 (1998), 102.

(8) B. D. O. Anderson and J. B. Moore: Optimal Control: Linear Quadratic Methods.*New Jersey: Prentice Hall*, (1990)

(9) D. S. Bernstein, *IEEE Trans. AC*-32-12 (1987), 1076.

(10) P. Dorato, C. Abdallah and V. Cerone : Linear Quadratic Control: An Introdution. *New Jersey: Prentice Hall*, (1995)

(11) W. M. Wonham, *SIAM Journal Contr.*, 6-4 (1968), 681.

(12) D. L. Kleinman, *IEEE Trans. AC*-13-1 (1968), 114.

(13) D. S. Bernstein and W. M. Haddad, *IEEE Trans. AC*-33-6 (1988), 578.

(14) I. R. Petersen and D. C. McFarlane, *IEEE Trans. AC*-39-9 (1994), 1971.