

土曜講座「数学の世界をのぞこう!」の構想

著者	谷本 洋
雑誌名	宮崎大学教育文化学部附属教育協働開発センター研究紀要
巻	23
ページ	183 - 188-183 - 188
発行年	2015-03
URL	http://hdl.handle.net/10458/5399

土曜講座「数学の世界をのぞこう！」の構想

谷本 洋*

A Design of the Saturday Seminar “Let’s Get a Glimpse into the World of Mathematics!”

Hiroshi TANIMOTO

1. はじめに

宮崎大学教育文化学部附属小・中学校では、2014年度より、文部科学省の「子供たちの土曜日の豊かな教育環境」を「実現」という方針に沿って教育文化学部の大学教員による土曜講座が開かれることになり、私は中学校での講座に参加することになった。私が担当するのは2014年10月25日（土）10:00～10:50の講座であり、話し手と聞き手がともにリラックスできるという意味から受講者は希望する30人とし、対象は1年生から3年生までとした。

高校生を対象とする公開講座は今までに私には何回か経験があるが、中学生を対象とする場合はほとんど未経験である。そのために、今回は特に注意深く臨むこととし、当日の2ヵ月前から少しずつ組み立てて行った。学校で学ぶことの大切さから、話す内容は、学校で学ぶ数学をさらに推し進めれば興味あるおもしろい数学の世界が広がっていることを、数学をするときに持ついろいろな気持ちとともに中学生に伝えることとした。注意する事柄は、中学生対象ということにより話をあまり広げないこと、小・中学校での学習内容に沿うようにすること、さらになるべく学校で学んだ用語を使うことであり、新出用語については丁寧に説明することである。

以下は、どのような50分を組み立てるかの構想を練った記録である。

2. 50分のおよその内容

まず、50分の内容を大きく3つに分け、それぞれについて大まかな内容を考えた。

(1) 中学生が持つ数学に対する気持ちについて

聞き手の中学生は数学に対してどのような思いを抱いているのだろうか？具体的な調査結果を持っていないので、教育実習での様子・多くの中学生には高校受験が控えていること・他大学のホームページで見た大学生（！）の話していたこと等を参考として、次のような思いであると予想した。

* 宮崎大学教育文化学部

- ・ 数学は答えが1つなのでおもしろい。
- ・ 答えが合って丸をもらうことがうれしい。
- ・ 受験科目であり、少しでも良い点が欲しい。等々。

この予想が正しいなら、これらにはいささか受動的な面が窺えるため、「数学をする」ということには、これら以外の能動的な楽しさおもしろさもあることを何よりもまず初めに知らせたい。(もし、それを既に知っている中学生がいれば、それを確認するさらなる機会ともなる。)

では、「これら以外の楽しさおもしろさ」に気が付いていない中学生がいる場合はどのようにしてそれを知らせれば良いか？ 数学の土俵でその楽しさおもしろさを述べる方法もあるだろうが、数学とは関係のない身近な興味あるものを実際に見て、そこから数学を眺めて見るという方法も、客観的に見つめることができるという点で良いだろう。そこで、私が趣味としている折り紙が適切なものの一つであると考え、50分の初めに取り上げてこのことを伝えることにした。

(2) 数学の具体的な内容について

「学校で学ぶ数学をさらに推し進めれば興味あるおもしろい数学の世界が広がっていることを、数学をするときに持ついろいろな気持ちとともに伝えること」が目標である。そのためには、今までとは一味異なる、興味をそそられる題材を用意することが必要であろう。そのような題材はどのような特徴を持つものであれば良いか？ それについて、今回は次の3つの条件を満足させるようにしようと考えた。

- ・ そのような題材は、小・中学校で学ぶ内容に密接したものであり、しかもそれらの内容とは一味異なるものであることが必要であろう。
- ・ そのような題材は、どうしてだろう・どんなになるのだろうという気を起させるものであることが必要だろう。
- ・ 数学史に触れる題材であれば多様性を持たせられるので良いだろう。数学史には面白い話題が結構ある。

この条件を基に、次の2つの題材を選んだ。

- { (a) 数学者ガウスが幼い頃に見つけた割り算の仕方
- { (b) 正 n 角形の、コンパスと定規による作図問題

(a)は初等的であり理解しやすい内容で、数学的色合いも少しある。50分以内で十分に終わる内容である。一方、(b)は、数学的色合いが多くあり、小・中学校で扱われる内容であり、数学史とも関わっていて、さらに数学専門の立場から見ると興味が湧く扱ってみたい内容である。しかし、これは場合によっては50分で終わらないことも考えられる。(a)、(b)合わせて話すには50分は短いように思え、どちらかは途中で終わりになる可能性がある。(a)、(b)のどちらを先にするか迷った。しかし、今回は聞き手に理解してもらうことが第一と考え、もし(b)を先にして理解できなければ、その後で(a)の話をして興味は湧かず、よって私の話は失敗に終わるだろうと思った。そこで、(a)→(b)の順で行い、(a)は全部話すこととし、(b)は途中で終わっても良いと考えた。

(3) その他

(2)の(a)、(b)はいずれも数学者ガウスに関わる内容である。そこで、(2)の前に、ガウスの略歴を述べることにした。

3. (1), (2), (3)の各内容について

(1)について

「〇〇の世界」の話から「折り紙の世界」の話に入り、私の大学生の頃の折り紙についての思い出話を述べ、折り紙の完成品を見せる。折り紙は抽象的な面もあり何を折っているか分からないこともあるので、易しいものから難しいものまでを順に見せて、それぞれについて何を折っているのか当てさせる。正方形の紙を使い、はさみ・糊を使わずに折っていることを伝える。そのとき、「折り紙の素朴な表現の中にそのものらしさが出ている。」「何を見ながら折るのだろう?」「どのようにして折るのだろう?」等々の能動的な気持ちが湧くように進める。

これにより、身近なものから感じる興味・驚き等と同じような気持ちを、実は数学からでも感じることを伝える。

(2)の(a)について

(i) 内容

割り算の筆算をして行く途中である状態に出合えば、下に計算して行くのをそれから先は止めて、そのあとは上部の商の部分だけを続けて行えば良い、というもの。

(ii) 使う主な数学的用語：商、余り

(iii) ここでの話の目標

どうしてそうなるのか?どのように計算して行けば良いのか?と興味を持ち、自分で工夫してその思いを解決しようとする。

(iv) 留意点

- ・ { (あ)「何が、下に計算して行くのを止めるカギとなるのか?」
(い)「カギが現れた後、どのように計算して行けば良いのか?」
という問い掛けをまず行い、考えるよう促して実演を始める。(あ)、(い)の順で発問する。
(い)は少し難しいかも知れない。
- ・ 話し手は数学者ガウスの幼い頃を想い浮かべるように述べながら割り算の例を実演する。
- ・ 話し手は、まず3つの具体例をして見せる。次に述べるような(あ)に対する解答が出てきた場合に、それが不十分な解答であることを同時に示すような例もそれに含める。
- ・ (あ)については、多分2種類の解答が出るだろう。その2種類のうち不十分な方を先に取り上げて、上の例を基に不十分な理由をきちんと述べる。その後、もう一方が正しいことを指摘のみする((い)まで分からないと、本当に正しいかどうか実は分からないため)。
- ・ (あ)で正しい解答を指摘した後、「そのカギが現れると、どうして上部の商の部分だけを続けて行えば良いのだろうか?」と漠然と質問し、さらにもう少し具体的に「どのように計算しているのか、考えてみよう。」と質問して、考えさせる。実は、前半の質問は後半の質問の答えを出すカギとなっている。
- ・ 筆算の各部分の働きに注目させる。
- ・ 小さな発問を徐々に行って、正解に到達させる。
- ・ 黒板か白板があれば効果的だろう。

(v) その他

最後に正解を実演するとき、PowerPointのアニメーションを使うと、聞き手の頭の中できちんと整理されるだろう。また、その他の場面でもPowerPointを使うと明瞭に見ることができ、質問を受けたときもその場面をすぐに再現できるだろう。

(2)の(b)について

(i) 内容

コンパスと定規のみを使っての正 n 角形の作図について、数学者ガウスは正17角形を実際に作図する方法を発見し、さらに、作図できるかどうかについての n の値による判定方法を見つけた、というもの。

(ii) 使う主な数学的用語：正方形、多角形、正 n 角形、立方体、円、円の中心、作図、角、角の n 等分、辺、点、面積、体積、座標、方程式、グラフ、自然数、整数、割り切る、約数、素数、フェルマー数、定理

(iii) ここでの話の目標

- ・ガウスが若い頃にコンパスと定規による正17角形の作図方法を発見し、さらに、正 n 角形が作図できるかどうかについての n の値による判定方法を見つけたことを知る。
- ・上の判定方法を用いて、3から20までの自然数 n について正 n 角形が作図できるかできないかを自分の手で判定する。
- ・話し手が提示した、正3角形と正5角形を使って正15角形を作図する問題を自分で考えてみようとする。
- ・小・中学校で学ぶ身近な内容の奥にもこのような興味ある問題があり、その問題を考えてこのような興味ある結果を得た例があることを知る。
- ・中学校で学ぶ数学の中の別の分野の内容(素数、素因数分解)も深く関わっていることを知る。

(iv) 留意点

- ・小・中学校で学ぶ作図に触れながら古代ギリシャ時代の三大作図問題の話をし、そこから正 n 角形の作図問題に話を移して行く。
- ・時系列に沿って、ガウスが正17角形の作図方法を発見したことに触れた後、話を、主要テーマの一般の正 n 角形の作図問題に移して行く。
- ・証明等の詳しい内容には入らない。
- ・小学校で学ぶ、円から正 n 角形を作る方法を復習し、その考え方の基本は正 n 角形の作図問題の解明に使われることを述べる。ただし、証明は行わない。
- ・数学を考えるとときの心構えとして、(できれば難しい)問題を、興味を持ちつつ、試行錯誤を重ねながら、場合によっては一時棚上げにしたりして、工夫しながら辛抱強く考えることが大事であること、また、失敗は常に起こることであるので恐れてはいけぬのであり、気分が落ち込んでも何とかうまく上昇気流に乗ることが大事であることを伝える。
- ・素数・素因数分解の話をする。
- ・小・中学校の教科書の内容に即して組み立てた内容にする。

- ・フェルマー数について丁寧に説明し、指数が小さいフェルマー数のいくつかを定義に従って計算させる。
- ・新出用語について、丁寧に説明する。
- ・黒板か白板があれば効果的だろう。

(v) その他

図形を扱うので、PowerPointを使うと便利なのは(2)の(a)(v)と同じである。

(3)について

ガウスの肖像画を見せながら、数学者ガウスにまつわる、特に作図問題に関わる頃の話について簡単に触れる。

4. 実施計画

以上の考えを基にして、次のような計画を立て、これにより実施することにした。

- ・題目：「数学の世界をのぞこう！」
- ・必要な機器：パソコン、パソコンにつなぐプロジェクター、スクリーン、黒板または白板
- ・資料：PowerPointで作った資料を印刷し、配布する。
- ・次の順序で進める。ただし、聞き手の様子に注意しながら、臨機応変に対応する。

- 1) 折り紙の世界から数学の世界の雰囲気を感じ取る。
- 2) 数学者ガウスの紹介
- 3) ガウスによる割り算の仕方
- 4) 正 n 角形の、コンパスと定規による作図問題

5. 実施した結果と感想

高校入試前のためか参加者は中学1・2年生であった。要した時間は、4の記号で

1), 2)は合わせて20分, 3)は25分, 4)は5分

である。開始してすぐに、聞き手の様子から、経験して来た数は少なそうだが今回の話に対する好奇心は大いにあり、しかし、かなり緊張もしているという印象を受けたので、リラックスしてもらふ必要性和、ゆっくりきちんと説明して行く必要性を感じ、以後そのように心掛けた。それにより、初めの折り紙の話でリラックスした雰囲気が伝わり、その後も同様な様子の中で進めることができたように思う。その影響で、3)は終わったが、4)については掻い摘んでの説明に終わった。よって、当初予定していたものをこの調子で全部終わらせると80分位は掛かるであろう。しかし、進める速さ・進め方の順序はこれで良かったと思う。

私の感想として、聞き手の中学生たちは生き生きとしたリラックスした表情で話を聞いてくれ、さらに、話し手の質問にも積極的に反応し答えてくれ、その素直で好奇心一杯な様子に大変好感を覚えた。また、少し難しいかと思われた3(2)(a)の間(い)に対して正解を述べた中学生もいたり、終了後も質問に来て分かる嬉しそうにしていた中学生もいたりして、頼もしく感じられた。これらのことと受けた雰囲気から、私個人の感想ではあるが、初めのわずかな様子見による判断もあって話し手と聞き手の波長が合ったようであり、また、話し手が立てた目標もある程度達成できたようでもあるので、合格圏内に入ることができたように思う。

参考文献

- 1) 岩波数学辞典（第2版），日本数学会編集，岩波書店，1968
- 2) 数学セミナー「100人の数学者」（増刊号），日本評論社，1971
- 3) 近世数学史談（第3版），高木貞治著，共立出版株式会社，1973
- 4) 小学校教科書「わくわく算数（さんすう）1～6下」，啓林館，2010
- 5) 中学校教科書「未来へひろがる数学1～3」，啓林館，2011